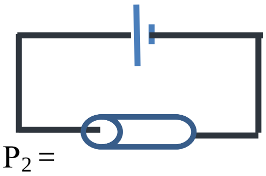
РЕШЕНИЕ

заданий заключительного этапа олимпиады по физике «Наследники Левши»

2024-2025 год

10-11 класс



1. К источнику ЭДС была подключена нагрузка в виде проволочки с сопротивлением R = 7 Ом. На проволочке выделилась тепловая мощность P_1 = 36 Вт. Проволочку деформировали, растягивая, увеличили ее длину в 2 раза. После этого в ней выделилась мощность P_2 = 36 Вт. Определите внутреннее сопротивление источника ЭДС?

Решение

Сопротивление проволочки до деформации $R_1 = \rho \frac{l_1}{S_1}$, Сопротивление проволочки после деформации $R_2 = \rho \frac{l_2}{S_2}$. Но по условию $l_1S_1 = l_2S_2$, т.е. $S_2 = S_1/2$. Выразим сопротивление проволочки после деформации$R_2 = \rho \frac{2l_2}{S_1/2} = 4R_1,\ R_2 = 4 \cdot 7 = 28$ Ом

Запишем выражение для определения мощности до и после деформации проволочки

до деформации $P_1 = I_1^2 R_1 = \left(\frac{\varepsilon}{R_1+r}\right)^2 R_1$ (1)

после деформации $P_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{\varepsilon}{R_2+r}\right)^2 R_2$ (2)

По условию мощности равны. Приравняем (1) и (2) и подставим числовые значения

$$\frac{7}{(7+r)^2} = \frac{28}{(28+r)^2}$$

$$\frac{1}{(7+r)^2} = \frac{4}{(28+r)^2}$$

$$\frac{1}{7+r} = \frac{2}{28+r}$$

. Найдем искомое сопротивление

$$28 + r = 14 + 2r; \qquad r = 14(\text{Ом})$$

Ответ: 14 Ом

2 Цепочка из N = 12 одинаковых брусков, соединенных нерастянутыми пружинками с жесткостью k = 40 Н/м каждая имела общую длину *l*. На какую длину Δ*l* изменится длина цепочки, если ее начали тянуть с силой F = 12 Н вдоль горизонтальной поверхности и все бруски стали двигаться с одинаковым ускорением. Коэффициент трения скольжения μ каждого бруска о поверхность поверхности пропорционален его скорости.

Решение.

Запишем уравнения динамики для всех звеньев цепочки

$F_1 - \mu mg = ma$ (1)

$F_2 - F_1 - \mu mg = ma$ (2)

$F_3 - F_2 - F_1 - \mu mg = ma$ (3)

. . . .

$F_{N-1} - F_{N-2} - \mu mg = ma$

$F - F_{N-1} - \mu mg = ma$ (12)

Сложив уравнения динамики получим $F - N\mu mg = Na \rightarrow a = \frac{F - N\mu mg}{Nm}$.

Удлинение каждой пружины $\Delta l_i = \frac{F_i}{k}$, т.е. общее удлинение равно сумме удлинений каждой пружинки $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \cdots + \Delta l_{N-1} = \frac{F_1 + F_1 + \cdots + F_{N-1}}{k}$,

но $F_1 = ma + \mu mg$ (1)

$F_2 = F_1 + ma + \mu mg = 2(ma + \mu mg)$ (2)

$F_3 = F_2 + ma + \mu mg = 3(ma + \mu mg)$ (3) и т.д. В итоге, подставляя соответствующие значения, после замен получим $F_{N-1} = (N-1)(ma + \mu mg)$.

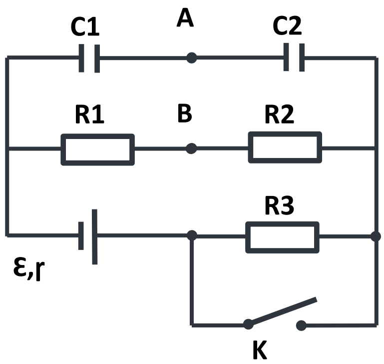
Общее удлинение пружинок

$$\Delta l = \frac{(1+2+3+\cdots.+(N-1)(ma+\mu mg)}{k} = \frac{66}{k}\left(m\frac{F - N\mu mg}{N} + \mu mg\right) = \frac{66F}{Nk} = \mathbf{1,65} \text{ м}$$

Вывод: от величины коэффициента трения результат не зависит!

Ответ: 1,65 м

3 В цепи, изображенной на схеме, размыкают первоначально замкнутый ключ К. При этом падение напряжения между точками А и В уменьшается на ΔU = 10 В. Определить величину подключаемого сопротивления R_3, если C_1 = 1 мкФ, C_2 = 3 мкФ, R_1 = 3 Ом, R_2 = 2 Ом, а внутреннее сопротивление источника тока ε = 240 В равно r = 1 Ом.



Решение

Напряжение между точками АВ $U_{AB} = \left|\frac{q}{C_1} - IR_1\right| = \left|\frac{q}{C_2} - IR_2\right|$. (1)

До размыкания ключа, учитывая последовательное соединение конденсаторов можно записать

$\frac{q}{C_{общ}} = \frac{q(C_1+C_2)}{C_1C_2} = I(R_1 + R_2) = \varepsilon - Ir$ (2)

Выразим из формулы (1) силу тока и величину заряда

$I = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+r}$ (3) $\qquad q = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \cdot \frac{\varepsilon(R_1+R_2)}{R_1+R_2+r}$ (4)

Подставим полученные выражения в формулу (1)

$$U_{AB} = \left|\frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\varepsilon(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + r} - \frac{\varepsilon R_1}{R_1 + R_2 + r}\right| = \frac{\varepsilon(C_2R_2 - C_1R_1)}{(C_1 + C_2)(R_1 + R_2 + r)}$$

После размыкания ключа $r \to r + R_3$

$$\Delta U = U_{AB} - U'_{AB} = \frac{\varepsilon(C_2R_2 - C_1R_1)}{(C_1 + C_2)}\left(\frac{1}{R_1 + R_2 + r} - \frac{1}{R_1 + R_2 + r + R_3}\right)$$

Подставляя данные получим

$$10 = \frac{240(3 \cdot 2 - 1 \cdot 3)}{1 + 3}\left(\frac{1}{3 + 2 + 1} - \frac{1}{3 + 2 + 1 + R_3}\right)$$

после преобразований и вычислений найдем $9 = 6 + R_3 \to R_3 = \mathbf{3}$ Ом

Ответ: 3 Ом

4. В космический корабль с теплоизолированными стенками, находящийся в вакууме на орбите Земли, врезался метеорит и пробил отверстие, которое быстро закрыли. Но за это время из корабля вытек воздух массой $\Delta m = 5{,}8$ кг. Какой была температура воздуха (в ^oC) до попадания метеорита, если для того, чтобы восстановить первоначальное давление $p_o = 10^5$ Па воздух в корабле надо нагреть на $\Delta t = 20^oC$. Объем корабля $V = 83{,}1$ м^3, молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/К·моль. Ответ выразить в °C и округлить до целого числа.

Решение

Запишем уравнения состояния газа до попадания метеорита и после.

Было $\frac{mRT}{\mu} = P_0V$ (1) стало $\frac{(m-\Delta m)}{\mu}RT = PV$, (2)

после нагревания воздуха на ΔT , по условию, давление должно восстановиться

$\frac{(m-\Delta m)}{\mu}R(T + \Delta T) = P_0V = \frac{mRT}{\mu}$ (3), после преобразования получим

$(m - \Delta m)(T + \Delta T) = mT \to mT - \Delta mT + m\Delta T - \Delta m\Delta T$ (4)

$\Delta mT + \Delta m\Delta T = m\Delta T = \frac{\mu P_0V}{RT}\Delta T$ (5), где $m = \frac{\mu P_0V}{RT}$, (6) подставим (6) в (5) и получим квадратное уравнение относительно T

$$\Delta m R T^2 + \Delta m \Delta T R T - \mu P_0 V \Delta T = 0$$

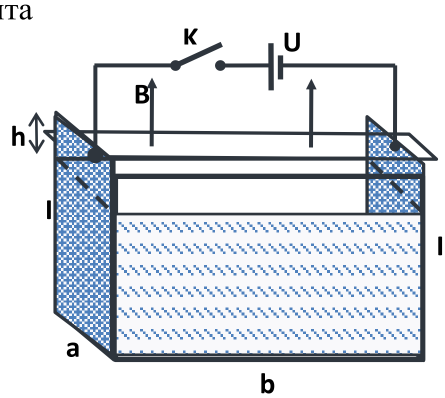
$T^2 + T\Delta T - \frac{\mu P_0 V \Delta T}{\Delta m R} = 0$ (7)

решая уравнение (7) найдем температуру воздуха на корабле до попадания метеорита. После подстановки числовых значений, получим.

$T = 306{,}38$ К $= 33{,}38$℃ $\approx$ **33℃,**

Ответ: 33℃

5. В стеклянный ящик ширины a = 1м и длины b = 2м налита электропроводящая жидкость с удельным сопротивлением $\rho_c = 0{,}01$ Ом·м и плотностью $\rho = 10^3$ кг/м^3. Расстояние от горизонтальной поверхности жидкости до верхнего края стенок ящика равно h = 0,5 см. Линии индукции B = 1мТл магнитного поля направлены вертикально вверх. Боковые стенки ящика металлические. Напряжение какой величины U надо приложить к боковым металлическим стенкам ящика I и II, чтобы жидкость начала переливаться через край стенок?



Принять ускорение свободного падения g = 10 м/с^2

Решение

Выделим трубку тока длины b с площадью S. На нее действуют сила тяжести и сила Ампера.

Равнодействующая сил эквивалентна новому направлению эффективной силы тяжести $m\vec{g}'$.

Поверхность жидкости будет перпендикулярна к $\vec{g}'$, т.е. образует угол α с горизонтом

$tg\alpha = \frac{jSBb}{mg} = \frac{jSBb}{\rho Sbg}$, где j – плотность тока выделенной трубке. Но ток $jS = \frac{U}{R_c}$, т.е.

$U = jS\rho_c \frac{b}{S}$ и $j = \frac{U}{\rho_c b}$; $tg\alpha = \frac{UB}{\rho\rho_c bg}$.

Разность высот противоположных краев жидкости, если

$a\, tg\alpha > 2h$, то жидкость перельется через край, т.е. $\frac{aUB}{\rho\rho_c bg} \geq 2h$ или $U \geq \frac{2\rho\rho_c bgh}{aB} = \mathbf{2}$ кВ

Ответ: 2 кВ

9 класс

1.Грузовой железнодорожный состав проезжает мимо станции со скоростью 100 км/ч, навстречу ему параллельно движется такой же состав со скоростью 60 км/ч. Локомотивы и последние вагоны составов встречаются на противоположных краях платформы. Найти длины составов, если известно, что длина платформы 50 м.

Решение

Если бы составы имели одинаковую скорость, то точка встречи первых вагонов и точка расхождения последних вагонов совпала.

Пусть Δt – промежуток времени от начала встречи первых вагонов и расхождения последних.

По условию скорость первого состава больше второго, следовательно, за время Δt он пройдет расстояние большее и отстоящее от точки встречи первых вагонов на 50 м.

За время Δt, первый состав проходит расстояние (L + d), а второй – (L – d).

Запишем время движения составов мимо платформы

для первого состава $\Delta t = \frac{L+d}{v_1}$,

для первого состава $\Delta t = \frac{L-d}{v_2}$. По условию это время одинаково для обоих составов, следовательно, $\frac{L+d}{v_1} = \frac{L-d}{v_2}$. После алгебраических преобразований, подставляя числовые значения, найдем длину состава ***L = 200м***

Ответ: 200м

2. При изготовлении металлических деталей по технологии их необходимо сначала нагреть в воде при температуре 100^o С, а потом опустить в воду комнатной температуры 293^o К. Сколько одинаковых деталей одновременно можно опустить в емкость с водой комнатной температуры, чтобы температура воды стала равна 363^o К, если известно, что при погружении одной детали температура равна 313^o К. Считать емкость калориметром. Справка: теплоемкость воды $C_в$= 4200 Дж/кг·^{o}С

Решение

Введем обозначения: температура кипящей воды $t_к$, теплоемкость воды $C_в$, температура воды $t_в$, теплоемкость одной детали С, t – конечная температура.
Запишем уравнение теплового баланса $C_в(t - t_в) = nC(t_к - t)$, где n – число деталей
при n = 1, t = t_1, $C_в(t - t_в) = nC(t_к - t)$, т.е. $C_в(40 - 20) = 1 \cdot C(100 - 40)$,

$$C_в = 3C$$

Подставляя числовые значения, получим, что для любого количества деталей справедливо выражение $3(t - t_в) = n(t_к - t)$
При n=2 t = 52^oC и т.д.

Ответ: температура повысится до 363К (90°С) при погружении в емкость 21 детали.

3. Два автомобиля перевозят одинаковый груз при одинаковых условиях. Скорость первого автомобиля в 1,5 раз больше, чем скорость второго, а мощность второго автомобиля в 1,5 раза меньше мощности первого. С какой скоростью будет двигаться автопоезд из этих автомобилей, если их соединить тросом? Известны характеристики второго автомобиля: скорость v_2 = 36 км/ч, мощность $P_2 = 2\cdot 10^4$ Вт.

Решение

Общая мощность, развиваемая двигателем автопоезда, $P = P_1 + P_2$ (1)
или, с учетом сил сопротивления автомобилей $P = (F_1 + F_2)v$ (2)
где F_1 – сила сопротивления движению первого автомобиля,
F_2 –сила сопротивления движению второго автомобиля,
v- общая скорость автопоезда.
При равномерном движении сила сопротивления уравновешивается силой тяги автомобилей.
Так как $P_1=F_1v_1$, а $P_2=F_2v_2$, то $F_1=P_1/v_1$ и $F_2=P_2/v_2$.
Подставив эти значения в выражение (2) с учётом равенства (1) , получим:

$$P_1 + P_2 = \left(\frac{P_1}{v_1} + \frac{P_2}{v_2}\right)v \qquad (3)$$

Решив уравнение (3) относительно v и подставив числовые значения, найдём искомую скорость v = 12,5 м/с (45 км/ч)

Ответ: 12,5 м/с (45 км/ч)

4. В жаркий летний день школьник, делая холодный напиток, вспомнил, что в школе проходили тему «Тепловое равновесие» и решил проверить это на практике. Он налил в большой термос стакан холодного компота, измерил его температуру и получил $t_к$ = 283 К, потом всыпал туда 0,5 кг мелкого льда из морозильной камеры при $t_л$ = -10°С. Как изменятся массы компота и льда к моменту установления в термосе теплового равновесия? В стакане было 0,2 л компота. Теплоемкостью термоса пренебречь.

Справка: удельная теплоемкость компота $c_1 = 4{,}2\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг·град}}$, удельная теплоемкость льда $c_{12} = 2{,}1\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг·град}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33\,\frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$.

Решение

Для нагревания льда до температуры плавления, т.е. до 0°С, потребуется количество теплоты

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_0 - t_к) = 10{,}5 \text{ кДж}$$

При охлаждении компот выделяет тепло

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t_0) = 8{,}4 \text{ кДж}$$

Т.к. $Q_2 > Q_1$ компот после охлаждения до 0°С начнет замерзать и выделять при этом тепло для дальнейшего нагрева льда до температуры плавления. Для этого потребуется количество теплоты

$$Q_2 - Q_1 = \lambda \Delta m = \Delta Q$$

найдем массу образовавшегося льда $\Delta m = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} = \frac{70}{11}$ г

Пусть начальная масса льда $m_2 = 100\%$, тогда получившаяся масса

$$m_2 + \Delta m = x$$

Выразим x

$$\text{x} = \left(1 + \frac{\Delta m}{m_2}\right) 100\%$$

Найдем отношение образовавшейся массы льда к первоначальной и выразим его в процентах

$$\frac{\Delta m}{m_2} 100\% \approx 1{,}3\%$$

Так же найдем изменение массы компота

$$\frac{\Delta m}{m_1} 100\% \approx 3{,}2\%$$

Ответ: масса компота уменьшится на 3,2%, а масса льда увеличится на 1,3%

5. Участникам олимпиады по физике на практическом этапе было дано задание - сделать нагреватель. Для этого были выданы следующие элементы: четыре тонких проволочных спирали сопротивлениями 10 Ом, 20 Ом, 30 Ом и 40 Ом, рассчитанные на выделение мощности не более 2 Вт на каждой и источник тока с ЭДС 20 В и внутренним сопротивлением 20 Ом?

Победителем станет тот участник, чей нагреватель будет иметь наибольшую мощность. Нарисуйте схему нагревателя победителя и обоснуйте ее соответствующими расчетами.

Решение

Докажем вначале, что во внешней цепи выделяется тем большая мощность, чем ближе сопротивление нагрузки внутреннему сопротивлению источника.

Ток в цепи, состоящей из включенных последовательно источника с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r , и нагрузки с сопротивлением R, равен $\frac{\varepsilon}{R+r}$, поэтому мощность, выделяемая на нагрузке $W = \dfrac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}R$. График зависимости *W* от *R* показан на рисунке 1.

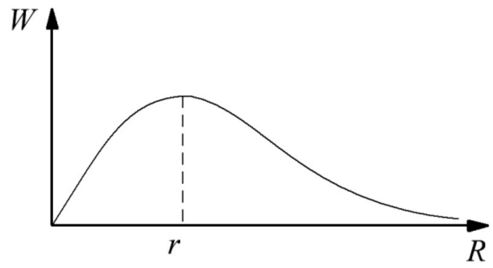


Рисунок 1.

При *R*=0 *W*=0. При $R \to \infty$ можно пренебречь *r* по сравнению с *R* в знаменателе дроби. То есть, при больших *R* (*R* >> *r*), график зависимости *W* от *R* – это гипербола, асимптотически приближающаяся к оси *R*. Так как функция *W*(*R*) непрерывна, равна нулю при *R*=0 и убывает при $R \to \infty$, то она должна иметь максимум. Найдем его.

Выражение $\dfrac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$ максимально, когда обратное выражение $\dfrac{(R+r)^2}{\varepsilon^2 R}$ минимально.

Но $\dfrac{(\mathrm{R}+\mathrm{r})^2}{\varepsilon^2 R} = \dfrac{1}{\varepsilon^2} \cdot \dfrac{R^2 + 2Rr + r^2}{R} = \dfrac{2}{\varepsilon^2} r + \dfrac{1}{\varepsilon^2}\left(R + \dfrac{r^2}{R}\right)$. Это выражение минимально, когда минимально выражение $\left(R + \dfrac{r^2}{R}\right)$. Так как $\left(R + \dfrac{r^2}{R}\right) \geq 2\sqrt{\mathrm{R} \cdot \dfrac{\mathrm{r}^2}{\mathrm{R}}}$ (соотношение между средним арифметическим и средним геометрическим двух чисел *R* и $\dfrac{r^2}{R}$), то $\left(R + \dfrac{r^2}{R}\right) \geq 2r$. Следовательно, минимум суммы $\left(R + \dfrac{r^2}{R}\right)$ равен 2*r* и достигается при *r* = *R*.

Итак, мощность, выделяющаяся на нагрузке, максимальна при *r* = *R*. График зависимости *W*(*R*) показан на рисунке 1. Из графика видно, что *W*(*R*) тем больше, чем ближе *r* к *R*. Это означает, что из спиралей нужно составить нагреватель с сопротивлением, как можно более близким к 20 Ом. Использовать лишь спираль с сопротивлением 20 Ом нельзя, так как при этом на ней будет выделяться мощность $W = \left(\dfrac{\varepsilon}{R+r}\right)^2 R = 5\ \text{Вт}$, а каждая из спиралей рассчитана на выделение мощности не более 2 Вт.

Из всех возможных схем соединения спиралей наилучшая приведена на рисунке 2. Сопротивление такого нагревателя равно 20 Ом, выделяющаяся в нагревателе мощность

$W = \left(\frac{20}{20+20} \right)^2 20 = 5$ Вт. Нетрудно подсчитать, что наибольшая мощность выделяется на спирали с сопротивлением 20 Ом и равна 1,8 Вт.

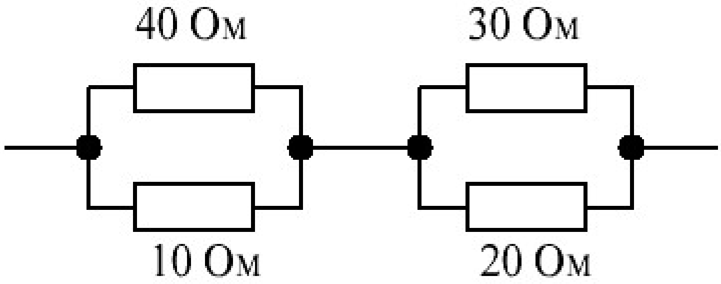


Рисунок 2.

7-8 класс

1. Мальчик, едущий в последнем вагоне поезда, увидел приближающийся по параллельным путям встречный поезд, и решил измерить, при помощи секундомера время, в течение которого поезда будут ехать мимо друг друга, оно оказалось равным 6 с. При помощи навигатора, установленного в телефоне, мальчик определил, что скорость поезда составляет 72 км/ч. У проводника мальчик выяснил, что длина их состава составляет 120 метров, а его папа, успевший подсчитать количество вагонов встречного поезда, предположил, что длина встречного поезда составляет 90 метров. Считая предположения папы правильными, вычислите скорость, с которой ехал встречный поезд.

Решение

Время движения поездов мимо друг друга равно:

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}.$$

Домножим левую и правую часть на $(v_1 + v_2)$:

$$t(v_1 + v_2) = l_1 + l_2,$$

Раскроем скобки:

$$tv_1 + tv_2 = l_1 + l_2,$$

и выразим скорость встречного поезда, скорость v_1 при расчетах переведем в м/с (20 м/с):

$$v_2 = \frac{l_1 + l_2 - tv_1}{t} = \frac{120 + 90 - 6 \cdot 20}{6} = 15\frac{м}{с}.$$

Ответ: 15 м/с

2. Шести спортсменам из-за надвигающейся грозы нужно максимально быстро попасть на спортбазу. В базе проката им выдали только четыре электросамоката. Электросамокаты могут развивать максимальную скорость 30 км/ч, Расстояние от базы проката до спортбазы 13,5 км. Найти минимальное время, за которое туристы смогут добраться до спортбазы, если ехать вдвоем на одном самокате нельзя, но можно оставлять самокаты на остановочных пунктах, расположенных через каждые 500 метров. Скорость, которую пешком может достигать каждый спортсмен, равна 9 км/ч.

Решение

Время движения всей группы спортсменов будет, если каждый проедет 4/6 пути на самокате и 2/6 пройдет пешком, следовательно:

$$t = \frac{l \cdot \frac{4}{6}}{v_1} + \frac{l \cdot \frac{2}{6}}{v_2} = \frac{13{,}5 \cdot \frac{4}{6}}{30} + \frac{13{,}5 \cdot \frac{2}{6}}{9} = 0{,}3 + 0{,}5 = 0{,}8\,часа.$$

Ответ: 0,8 часа

3. Масса бензина, которую можно налить в канистру, равна 3,5 кг. Сколько воды можно налить в аналогичную канистру, если плотность бензина 0,7 г/см^{3,} а воды 1 г/см^3

Решение

Объем канистры равен объемы бензина и равен объему воды. Найдем объем бензина:

$$V = \frac{m_{бензина}}{\rho_{бензина}},$$

тогда масса воды равна:

$$m_{воды} = \rho_{воды} \cdot V = \rho_{воды} \cdot \frac{m_{бензина}}{\rho_{бензина}} = 1 \cdot \frac{3{,}5}{0{,}7} = 5\,кг.$$

Ответ: 5 кг

4. За сколько раз можно при помощи грузового лифта грузоподъемностью 400 кг поднять 0,4 м^3 цемента, если плотность цемента 1,4 г/см^3.

Решение

Количество раз N найдем, поделив массу цемента на грузоподъемность лифта m. Вначале найдем массу цемента:

$$m_{цемента} = \rho_{цемента} \cdot V_{цемента}.$$

Тогда $N = \frac{m_{цемента}}{m} = \frac{\rho_{цемента} \cdot V_{цемента}}{m} = \frac{1400 \cdot 0,4}{400} = 1,4$.

Т.к. число раз нецелым быть не может, значит $N = 2$.

Ответ: 2

5. Какую массу имеет гранитная колонна, площадью основания 1 м^2 и высоту 15 м, если она оказывает давление 390 кПа, а плотность гранита равна 2600 кг/м^3.

Решение

Давление равно:

$$p = \frac{F_{тяж}}{S} = \frac{mg}{S},$$

выразим массу:

$m = \frac{pS}{g} = \frac{390000 \cdot 1}{9,8} \approx 39796\,кг$., если ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2, то масса колонны равна 39000 кг (39 т)

Т.о., плотность гранита при расчетах нам не понадобится.

Ответ: 39796 кг