МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ
отборочного этапа
олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике
2018/19 учебного года

7 класс

1 вариант

1. Из пункта А в пункт В автомобиль ехал со скоростью $V_1 = 60 км/час$, а на обратном пути его скорость была $V_2 = 100 км/час$. Определить среднюю скорость автомобиля.
Ответ: 75м/с

2. Как можно возможно точнее определить диаметр тонкой проволоки, имея только линейку длиной *10 см* с ценой деления *1см*?

3. Ване было нечем заняться, он нашел пачку сахара рафинада и начал выкладывать из кусочков различные фигуры. Потом он решил сложить башню. В основании башни он выложил квадрат со стороной *a = 5 см*. Какой высоты получилась башня, если она выложена без пустот и стены вертикальны? Масса сахара в коробке *0,5 кг*, плотность сахара $\rho = 1600 кг/м^3$.
Ответ: 12,5 см

4. По неподвижному эскалатору человек поднимается за $t_1 = 3 мин.$ По движущемуся вверх эскалатору человек поднимается за $t_2 = 45 с$. За какое время эскалатор поднимет вверх человека, стоящего на эскалаторе неподвижно?
Ответ: 1 мин

5. Человек, идущий со скоростью $V_1 = 5 км/час$ проходит железнодорожный мост за $t_1 = 6 мин.$ С какой скоростью едет поезд длиной 100м, если он проезжает мост за $t_2 = 36 с$.
Ответ: 60 км/час

2 вариант

1. Из пункта А в пункт В автомобиль ехал со скоростью $V_1 = 60 км/час$, а на обратном пути его скорость была $V_2 = 100 км/час$. Определить среднюю скорость автомобиля.
Ответ: 75 км/час

2. Как можно возможно точнее определить диаметр тонкой проволоки, имея только линейку длиной *10 см* с ценой деления *1см*?

3. Ване было нечем заняться, он нашел пачку сахара рафинада и начал выкладывать из кусочков различные фигуры. Потом он решил сложить башню. В основании башни он выложил квадрат со стороной *a = 5 см*. Какой высоты получилась башня, если она выложена без пустот и стены вертикальны? Масса сахара в коробке *0,5 кг*, плотность сахара $\rho = 1600 кг/м^3$.
Ответ: 12,5 см

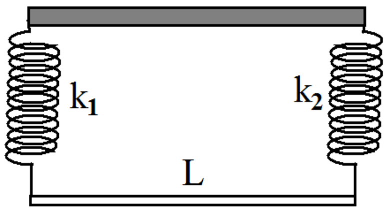
4. По неподвижному эскалатору человек поднимается за $t_1 = 3 мин.$ По движущемуся вверх эскалатору человек поднимается за $t_2 = 45 с$. За какое время эскалатор поднимет вверх человека, стоящего на эскалаторе неподвижно?
Ответ: 1 мин

5. Человек, идущий со скоростью $V_1 = 5км/час$ проходит железнодорожный мост за $t_1 = 6мин.$ С какой скоростью едет поезд длиной 100м, если он проезжает мост за $t_2 = 36с$.
Ответ: 60км/час

3 вариант

1. Из пункта А в пункт В с интервалом времени $\Delta t_1 = 0{,}6мин$ вышли два автомобиля с одинаковыми скоростями $\upsilon = 72км/ч$. С какой скоростью в том же направлении двигался третий автомобиль, если он нагнал эти автомобили с интервалом времени $\Delta t_2 = 1мин$?
Ответ: 32 м/с

2. Стальной кубик плавает в воде, погрузившись на 75%. Масса кубика *m* = 4 *кг.* Внутри кубика имеется полость. Найти объем этой полости. Плотность воды $\rho_1 = 1000кг/м^3$, плотность стали $\rho_2 = 7800кг/м^3$.
Ответ: $4{,}8 \cdot 10^{-3} м^3$



3. Лёгкий стержень длиной L = 1*м* подвешен на двух пружинах одинаковой длины (см. рисунок). Жёсткость первой пружины $k_1 = 6Н/м$, второй $k_2 = 4Н/м$. На стержень садится воробей. На каком расстоянии от первой пружины он сел, если стержень остался в горизонтальном положении.
Ответ: 0,4 м

4. Вес некоторого тела в воздухе в три раза больше, чем в воде. Чему равна плотность этого тела, если плотность воды $\rho_1 = 1000кг/м^3$?
Ответ: $\rho_2 = 1500кг/м^3$

5. Расстояние по реке от пункта А до пункта В моторная лодка проходит за $t_1 = 10мин$, а от пункта В до А за $t_2 = 30мин$. Скорость лодки относительно воды постоянна. За какое время это расстояние пройдет упавшее в воду бревно?
Ответ: 30 мин

8 класс

1 вариант

1. Автомобиль проехал *90 км* со скоростью $V_1 = 30км/час$, а оставшиеся *180 км* со скоростью $V_2 = 40км/час$. Определить среднюю скорость на всем пути.
Ответ: 36 км/час

2. До какой высоты следует налить в цилиндрический сосуд жидкость, чтобы сила давления жидкости на дно сосуда была равна силе давления на его стенки. Высота сосуда *H* = 20*см*, радиус *R* = 15 *см*.
Ответ: 15 см

3. Расстояние между двумя лодочными станциями моторная лодка проходит за 10 мин, а против течения за 30мин. Скорость лодки относительно воды постоянна. За какое время это расстояние пройдет упавшее в воду бревно?
Ответ: 30 мин.

4. Вагон шириной $a = 2,4$ *м*, движущийся со скоростью $V = 15 м/с$, был пробит пулей, летящей горизонтально и перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стенках в направлении движения вагона $d=6 см$. Найти скорость пули относительно земли.
Ответ: 600 м/с

5. Однородный стержень длиной $L = 1 м$ массой $m = 16 кг$ подвешен на расстоянии $a=20 см$ от одного из концов. С какой силой будет давить другой конец стержня на руку, поддерживающую его в горизонтальном положении. Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 60 Н

2 вариант

1. Четыре спортсмена бегут друг за другом по прямой с одинаковыми скоростями $V = 8 м/с$ на одинаковом расстоянии друг от друга. Расстояние между ближайшими спортсменами L = 15 м. Навстречу спортсменам бежит собака со скоростью $V_1 = 4 м/с$. Каждый спортсмен, встречающийся с собакой, разворачивается и бежит в обратном направлении с прежней по модулю скоростью. Чему будет равно расстояние между первым и последним спортсменами после того, как они все изменят направление движения?
Ответ: 15 м

2.Тело прошло первую треть пути со скоростью 40 км/час. Вторую треть пути оно двигалось со скоростью на 30% больше скорости на первом участке, последнюю треть пути оно двигалось со скоростью на 30% большей средней скорости на предыдущих участках. Чему равна средняя скорость прохождения всего пути?
Ответ: 13,3 м/с

3. До какой высоты следует налить в высокий цилиндрический сосуд жидкость, чтобы сила давления жидкости на дно сосуда была в 2 раза больше, чем сила давления на его стенки. Высота сосуда $H = 1$ *м*, радиус $R = 15$ *см*.
Ответ: 30 см

4. На концах горизонтального стержня длиной $L = 3 м$ массой $M = 2 кг$ закреплены грузы массой $m_1 = 1 кг$ и $m_2=2 кг$. На сколько с*м* надо отодвинуть опору от центра стержня, чтобы стержень находился в равновесии под действием силы тяжести?
Ответ: 50 см.

5. Полый шарик из алюминия в воде имеет вес 0,024 Н, а в бензине 0,033Н. Найти объём полости. Плотность алюминия $\rho_1 = 2700 кг/м^3$, бензина $\rho_2 = 700 кг/м^3$, воды $\rho = 1000 кг/м^3$.
Ответ: 1 см^3

3 вариант

1. Два велосипедиста выехали из пункта А с одинаковыми скоростями $\upsilon = 30 км/ч$ с интервалом $t_1 = 10 мин$. С какой скоростью u двигался навстречу им мотоциклист по дороге в пункт А, если он встретил велосипедистов через $t_2 = 2 мин$ одного после другого?
Ответ: *u* = 45 *км/ч*

2. В сосуд, содержащий $m_1 = 0,5 кг$ лимонада при температуре $t_1 = 20^\circ C$, добавили лед массой $m_2 = 0,05 кг$ при температуре $t_2 = 0^\circ C$. Найдите равновесную температуру смеси. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{Дж}{кг}$, удельные теплоемкости воды и лимонада одинаковы $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot K}$. Считайте, что в теплообмене участвуют только лед, лимонад и вода.
Ответ: $t = 11^\circ C$

3. Качели представляют собой доску с опорой в центре. Масса качелей 5 *кг*, длина L = 1,8 *м*. Мальчик массой $m_1 = 10 кг$ сел на правый конец доски. На каком расстоянии от левого края должен сесть второй мальчик массой $m_2 = 15 кг$, чтобы качели оказались в равновесии?
Ответ: 0,3 м

4. Из пункта А в пункт В расстояние одновременно навстречу друг другу начали двигаться два автомобиля. Скорость первого автомобиля $\vartheta_1 = 50 км/ч$, скорость второго $\vartheta_2 = 60 км/ч$. Автомобили встретились на расстоянии *L* = 10*км* от места встречи. Чему равно расстояние от пункта А до пункта В?
Ответ: 22 км

5. На край пружины, находящейся на расстоянии *2 см* от поверхности воды, садится шмель массой 10 г. Длина пружины L =30 *см*. При какой минимальной жесткости пружины шмель не опустится в воду?
Ответ: 5 Н/м

9 класс

1 вариант

1. Тело движется по гладкой горизонтальной плоскости с ускорением $a = 8 м/с^2$. Во сколько раз путь, пройденный за *третью* секунду, отличается от пути, пройденного за *четвёртую* секунду. Начальная скорость равна нулю.
Ответ: 1,4

2. Однородный стержень длиной *L = 1м* массой *m* =16*кг* подвешен на расстоянии *a=20 см* от одного из концов. С какой силой будет давить другой конец стержня на руку, поддерживающую его в горизонтальном положении. Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 60 Н

3. Какой заряд пройдет по проволоке сопротивлением *R=30 Ом* за *t=5с* если напряжение на концах проводника *10В*?
Ответ: 16,7 Кл

4. Масса некоторой планеты $M = 9 \cdot 10^{23} кг$, ускорение свободного падения у поверхности планеты $g = 6,7 м/с^2$. Гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \dfrac{Н \cdot м^2}{кг^2}$. Определить радиус планеты.
Ответ: 3000км

5. Найти отношение полезных работ совершаемы двигателем автомобиля для 1) разгона с места до $V_1 = 27 км/час$ и 2) для разгона от $V_1 = 27 км/час$ до $V_1 = 54 км/час$.
Ответ: 1/3

2 вариант

1. Два игрока играют в мяч перебрасывая его друг другу. Время полёта мяча составляет t = 2*с*. Какой максимальной высоты достигает мяч? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 5 м

2. Какую работу совершает человек, бросающий камень массой *m=1кг* горизонтально с крыши дома высотой *H = 10м*, если камень падает на расстоянии *S =30м* от дома? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 225 Дж

3. Рассчитайте период обращения искусственного спутника Марса, движущегося по круговой орбите на высоте *H = 100 км* от поверхности планеты. Радиус планеты $R = 3.4 \cdot 10^6 м$, средняя плотность планеты $\rho = 4000 кг/м^3$.

Гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \dfrac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

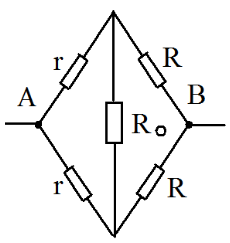
Ответ: 105 мин

4. На сколько равных частей надо разрезать проводник сопротивлением *36 Ом*, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление
1 Ом.
Ответ: 6 частей

5. На концах горизонтального стержня длиной *L = 3м* массой *M = 2 кг* закреплены грузы массой m_1 = 1*кг* и m_2=2 *кг.* На сколько с*м* надо отодвинуть опору от центра стержня, чтобы стержень находился в равновесии под действием силы тяжести?
Ответ: 50 см.

3 вариант

1. При игре двух игроков максимальная высота подъема мяча равна *5 метрам*. Чему равно время полёта мяча? Какой максимальной высоты достигает мяч? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 2 с



2. Найти отношение полезных работ совершаемы двигателем автомобиля для 1) разгона с места до $V_1 = 27 км/час$ и 2) для разгона от $V_1 = 27 км/час$ до $V_1 = 54 км/час$.
Ответ: 1/3

3. Сопротивление участка АВ на приведённой схеме $R_{AB} = 6 Ом$, R = 10 *Ом*. Определите величину сопротивления *r*.

Ответ: 2 Ом

4. Высота спутника над поверхностью Земли *H*=1700 *км*. Считая орбиту спутника круговой, определить его скорость. Ускорение свободного падения у поверхности Земли принять равным $g = 10 м/с^2$, радиус Земли R = 6400*км*.

Ответ: 7 км/с

5. С какой силой летчик давит на сидение кресла самолета в нижней точке петли Нестерова радиуса R = 250*м*, если скорость самолета V=140*м/с*, а масса летчика *m=80 кг*.

Ответ: 7100 Н

10 класс

1 вариант

1. С балкона упал стальной шарик (без начальной скорости). Вторую половину пути он прошел за *t = 0,8с*. Определить полное время падения шарика и высоту башни. Ускорение свободного падения принять $g = 10 м/с^2$.
Ответ: Н =37,2 м; t= 2,73 с

2. В сосуд положили *m = 100 г* льда и подвесили его в центре комнаты. Лёд растаял за t_1 *=10 часов*. Если в тот же сосуд налить *100г* воды при $0^\circ C$, то температура воды поднимается за t_2 *=15* мин до $2^\circ C$. Определите по этим данным удельную теплоту плавления льда. Теплоёмкостью сосуда пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $c_1 = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot К}$, льда $c_2 = 2100 \frac{Дж}{кг \cdot К}$.
Ответ: $\lambda = 3,36 \cdot 10^5 Дж/кг$

3. Тело движется по гладкой горизонтальной поверхности с ускорением $a = 4 м/с^2$. Во сколько раз путь, пройденный за *вторую секунду* движения меньше, *чем за четвёртую*?
Ответ: в 2,33

4. Пружина жесткостью $k = 10 кН/м$ сжата силой *F =200Н*. Определить работу внешней силы дополнительно сжимающей эту пружину ещё на *1 см*.
Ответ: 2,5 Дж

5. Какой заряд проходит по проводнику за $t = 10 с$, если его сопротивление $R = 20$ $Ом$, а напряжение на концах проводника $U = 30\ В$?
Ответ: 15 Кл

2 вариант

1. Два тела бросают с разными скоростями под углами α и β к горизонту. Оба тела падают на расстоянии 20 м от точки броска. Найти отношение скорости первого тела к скорости второго. Точка броска и точка падения находятся на одной горизонтали.

Ответ: $\sqrt{\dfrac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha}}$

2. Продолжительность суток на некоторой планете T = 1,5 часа, радиус планеты R = 8000 км. Определите ускорение свободного падения на этой планете, если известно, что на её экваторе испытывают невесомость.
Ответ: 10,8

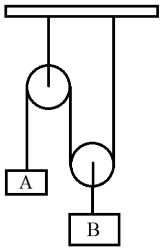
3. Для нагревания калориметра вместе с содержащимся в нём льдом от 270К до 272К требуется $Q_1 = 2100 Дж$ тепла, а от 272 до 274К требуется $Q_2 = 69700 Дж$ тепла. Определить теплоёмкость калориметра. Удельная теплоёмкость воды $c_1 = 4200 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, льда $c_2 = 2100 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5\ Дж/кг$.
Ответ: 630 Дж/К

4. На сколько равных частей надо разрезать проводник сопротивлением 25 Ом, Чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление 1 Ом.
Ответ: 5 частей

5. Два тела массы 300 г каждое подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Какой перегрузок надо положить на одно из тел, чтобы каждое из них прошло за 4 с путь 5м. Ускорение свободного падения принять $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 0,04 кг

3 вариант

1. Из трех труб, расположенных на земле, с одинаковой по величине скоростью бьют струи воды под углами $\alpha_1 = 60^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$, $\alpha_3 = 30^\circ$ к горизонту. Определите отношение **дальностей падения струй на Землю.**
Ответ: 1,15:1



2. Для подъема грузов используют систему блоков изображенную на рисунке. Масса груза А равна $M = 500\ кг$, масса груза В равна $m = 300$ кг. Трение в осях блоков отсутствует, массой канатов пренебречь. Определить с каким ускорением будет двигаться груз А. Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.
Ответ: 8,23

3. Маляр массы $M = 70 кг$ красит стены, пользуясь лестницей массы $m = 10\ кг.$ Одним концом лестница упирается в гладкую стену, другим опирается на горизонтальный пол. Коэффици-

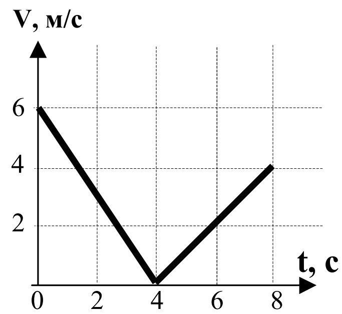
ент трения скольжения между полом и лестницей $\mu = 0,75$. Под каким наименьшим углом к горизонту может стоять лестница, чтобы маляр мог подняться до верха лестницы?
Ответ: tg α >1,25

4. Какую скорость получит неподвижная лодка, если находящийся в ней пассажир выстрелит в горизонтальном направлении? Масса лодки с грузом M = 200 *кг*, масса пули m =10 *г*, скорость пули 800 *м/с*.
Ответ: 4 см/с

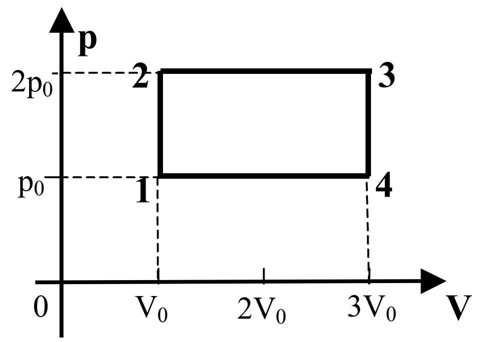
5. Проволоку длиной L=10*м* сопротивлением R = 80 *Ом* разрезали на 8 равных частей и соединили их параллельно. Определить сопротивление полученного участка цепи.
Ответ: 1,25 Ом

11 класс

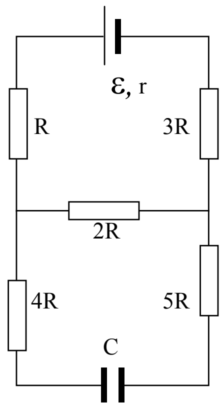
1 вариант



1. Шайба, брошенная вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх, а затем движется вниз. График зависимости модуля скорости шайбы от времени дан на рисунке. Найти угол наклона плоскости к горизонту.
Ответ: arcsin0,125



2. Рассчитайте КПД тепловой машины, использующей в качестве рабочего тела одноатомный идеальный газ и работающей по циклу, изображенному на рисунке.
Ответ: 4/23 ≈ 0,17



3. Чему равна энергия конденсатора емкости С, подключенного по электрической схеме, представленной на рисунке? Величины ε, R и r считать известными.

Ответ: $W = \dfrac{2C\varepsilon^2 R^2}{(6R + r)^2}$

4. Масса Марса составляет 0,1 от массы Земли, диаметр Марса вдвое меньше, чем диаметр Земли. Каково отношение периодов обращения искусственных спутников Марса и Земли $T_М/T_З$, движущихся по круговым орбитам на небольшой высоте?
Ответ: ≈1,1

5. На какую максимальную высоту может подняться человек весом G по лестнице весом P и длиной l, приставленной к гладкой стене? Угол между лестницей и полом равен α, коэффициент трения о пол равен k.

Ответ: $h = \dfrac{l \cdot k(G+P)\cos\alpha - 0{,}5G\sin\beta}{Ptg\alpha}$

2 вариант

1. Небольшое тело пустили вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 15^\circ$ с горизонтом. Найдите коэффициент трения тела о плоскость, если время его подъема в два раза меньше времени спуска.
Ответ: коэффициент трения тела о плоскость равен 0,16.

2. Ледяной кубик с вмороженным в него небольшим камешком опустили в цилиндрический сосуд с водой. При этом уровень воды в сосуде повысился на 4 см, а кубик стал плавать полностью погрузившись в воду. На сколько изменится уровень воды в сосуде, когда лёд полностью растает?
Ответ: уровень воды в сосуде увеличится по сравнению с первоначальным уровнем воды в сосуде на 3,63 см и понизится по сравнению уровнем воды с плавающим в нём кубиком на 0,37 см.

3. Два стальных шарика диаметром 2 см сталкиваются друг с другом и разлетаются в разные стороны. Оцените время их взаимодействия, если соударение центральное и абсолютно упругое. Скорость распространения звука в стали $5{,}2\cdot10^3$м/с.
Ответ: время взаимодействие шариков можно оценить следующим образом $\Delta t \sim 2D/\upsilon_{ст}$, $\Delta t \sim 2\cdot2\cdot10^{-2}/5{,}2\cdot10^3 \approx 7{,}8\cdot10^{-6}$ (с).

4. Прибор питается от батареи, состоящей из N аккумуляторов, соединенных параллельно. При каком N мощность батареи будет максимальной, если потребляемая прибором мощность при N=5 в 16 раз больше, чем при N=1?
Ответ*:* количество аккумуляторов равно15

5. Порция гелия в циклическом процессе вначале адиабатически расширяется, при этом температура газа уменьшается от T_1 до T_2, затем сжимается изобарно до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорно до первоначального давления. Найдите наименьшее значение температуры в этом цикле.
Примечание: уравнение адиабаты pV^γ = const. Показатель адиабаты γ для одноатомного газа равен 5/3, для двухатомного 7/5, для газа, молекулы которого состоят из трех и более атомов, γ=4/3 .

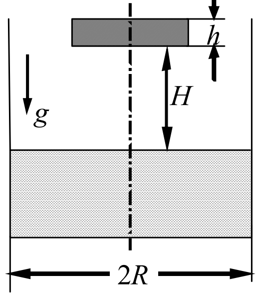
Ответ: $T_3 = T_{min} = \left(\dfrac{T_2^\gamma}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

3 вариант

1. Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте h = 19,6 м на две одинаковые части. Через секунду после взрыва одна часть падает на землю под тем местом, где произошел взрыв. На каком расстоянии S_2 от места выстрела упадет вторая часть снаряда, если первая упала на расстоянии S_1 = 1000 м от места выстрела? Силу сопротивления воздуха при решении задачи не учитывать.
Ответ: S_2 = 5000 м.

2. Тело лежит на гладкой горизонтальной поверхности. К нему привязана легкая нерастяжимая нить, перекинутая через блок очень малого радиуса. Блок подвешен на высоте h = 1 м

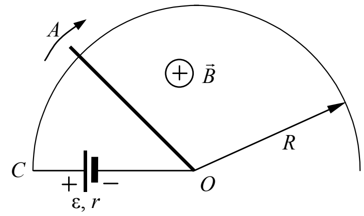
над поверхностью. К другому концу нити приложили постоянную горизонтальную силу T. Первоначально тело покоится, и нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60^{o}$. Определить скорость тела в момент отрыва груза от поверхности, если известно, что ускорение груза в начальный момент $a = 15$ м/с^2. Массой блока и трением пренебречь.
Ответ: 3 м/с



3. В цилиндр радиуса R, частично заполненный водой, падает цилиндрическая пробка радиуса r и высотой h. Начальная высота нижней поверхности пробки над уровнем воды равна H, начальная скорость равна нулю. Какое количество теплоты выделиться после того, как движение пробки и воды прекратится? Плотность пробки равна ρ, плотность воды – ρ_0. (Ответ представить в виде формулы.)

Ответ: $Q = \rho g h \pi r^2 \left[H + \frac{\rho}{2\rho_0} h \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right]$

4. Тонкой сферической оболочке радиусом $R_1 = 5{,}0$ см и массой $m = 0{,}015$ г сообщают заряд до тех пор, пока при достижении потенциала $\varphi_1 = 10$ кВ оболочка не разлетится на мелкие осколки вследствие электростатического отталкивания ее частей. Найти скорость осколков к моменту, когда они окажутся на сферической поверхности радиусом $R_2 = 12$ см.
Ответ: 4,7 м/с



5. Проводящий стержень OA вращается вокруг точки O в плоскости, перпендикулярной к вектору индукции магнитного поля $B = 1$ Тл с угловой скоростью $\omega = 300$ рад/с. Свободный конец стержня скользит по дуге окружности радиусом $R = 0{,}1$ м. Между точкой C дуги и точкой закрепления стержня включена батарея с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r. Направление вращения стержня и направление магнитной индукции указаны на рисунке. Сопротивления стержня, дуги и контакта между ними пренебрежимо малы. Определить напряжение на зажимах батареи.
Ответ: 1,5 В

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ
заключительного этапа
олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике
2018/19 учебного года

7 класс

1. Двое рабочих готовили сплавы меди и золота. Первый взял одинаковые по объёму заготовки этих металлов и получил сплав. Второй взял заготовки одинаковой массы и тоже приготовил сплав. У какого рабочего плотность получилась выше и во сколько раз? Плотность меди $\rho_1 = 8900 кг/м^3$, золота - $\rho_2 = 19300 кг/м^3$.

Решение

В первом случае объём заготовок одинаковый (V), тогда плотность сплава $\rho_I = \frac{m_1 + m_2}{2V} = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{2V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{8900 + 19300}{2} = 14100\, кг/м^3$.

У второго рабочего заготовки одинаковой массы, но разного объёма, следовательно, общий объём равен $V = V_1 + V_2 = \frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2} = \frac{m(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \cdot \rho_2}$. Плотность $\rho_{II} = \frac{2m}{V_1 + V_2} = \frac{2m \cdot \rho_1 \rho_2}{m(\rho_1 + \rho_2)}$

$\rho_{II} == \frac{2 \cdot \rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)} = \frac{2 \cdot 8900 \cdot 19300}{8900 + 19300} = 12180 кг/м^3$.

отношение плотностей $\frac{\rho_I}{\rho_{II}} = 1{,}16$.

Ответ: 1,16

2. Рабочие должны огородить участок прямоугольной формы. Сначала они вкопали столбы на расстоянии *a = 1м* друг от друга, затем натянули на них сетку. На длинной стороне участка получилось *10 столбов*, а на короткой – *8 столбов*.

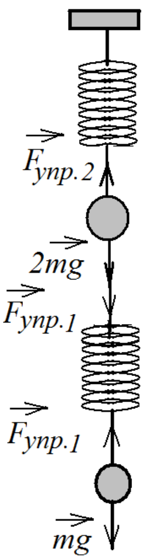
1) Чему равна площадь участка? 2) С какой средней скоростью шёл бригадир, принимающий эту работу, если на обход участка по периметру у него ушло *40 секунд*?

Решение

Так как на длинной стороне вкопано 10 столбов, то длина этой стороны $L_1 = 9 метров$, а длина короткой стороны $L_2 = 7 метров$. Следовательно, площадь участка $S = L_1 \cdot L_2 = 63 м^2$.

Периметр равен $(L_1 + L_2) \cdot 2$, а скорость бригадира $\upsilon = \frac{(L_1 + L_2) \cdot 2}{t} = \frac{(7+9)2}{40} = 0{,}8 м/с$.

Ответ: 0,8 м/с



3. К невесомой пружине, первоначальная длина которой *L = 48 см*, подвешивают груз массой *m*. В результате этого, длина пружины увеличивается на *10 %*. На каком расстоянии от места закрепления пружины нужно подвесить второй груз массой *2m*, чтобы он оказался на одинаковом расстоянии от концов пружины?

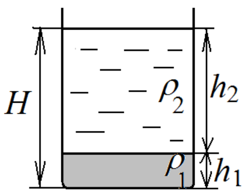
Решение

Если к пружине подвешен один груз, то $mg = k\Delta x_1 = k \cdot 0{,}1L$, где k – жёсткость пружины. Подвешиваем на расстоянии *x* от точки закрепления пружины груз 2*m,* Тогда длина оставшейся части (*L-x).* Уравнение динамики для верхнего груза $F_{упр.2} - F_{упр.1} = 2mg$, отсюда $F_{упр.2} = 3mg = k \cdot \Delta x_2$, так как $F_{упр.1} = mg = k \cdot \Delta x_1$. Удлинения $\Delta x_1 = 0{,}1(L - x)$, $\Delta x_2 = 0{,}3x$. Длина верхней части пружины при подвешивании груза равна длине нижней части, то есть $x + 0{,}3x = (L - x) + 0{,}1(L - x)$. Решая это уравнение, получаем 2,4*x* = 1,1*L*, отсюда $x = \dfrac{1{,}1 \cdot 48}{2{,}4} = 22 см$.

Ответ: 22 *см*

4. В цистерну налита ртуть и поверх неё масло. Масса ртути в 2 раза больше массы масла. Сосуд наполнен до высоты *H = 60 см*. Определите давление ртути и масла на дно сосуда, если плотность ртути $\rho_1 = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность масла $\rho_2 = 0{,}9 \cdot 10^3$ *кг*/м^3. Ускорение свободного падения $g = 10$ *м*/с^2, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

Решение



По условию $m_1 = 2m_2$, отсюда $2\rho_2 S h_2 = \rho_1 S h_1$, где S - площадь сечения сосуда. Высота столба ртути $h_1 = \dfrac{2\rho_2 h_2}{\rho_1}$. Общая высота $H = h_1 + h_2 = \dfrac{2\rho_2 h_2}{\rho_1} + h_2$. Отсюда высота масла $h_2 = \dfrac{H}{1 + \dfrac{2\rho_2}{\rho_1}} = 0{,}53 м$.

Высота ртути в сосуде $h_1 = 0{,}07 м.$ Давление жидкостей на дно сосуда $P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 10(0{,}07 \cdot 13{,}6 + 0{,}53 \cdot 0{,}9) \cdot 10^3 = 14{,}3 \cdot 10^3\, Па$.

Ответ: 14,3 *кПа*

5. Мимо пристани проходит плот. В этот момент в посёлок, находящийся на расстоянии *S=15 км* от пристани вниз по реке, отправляется моторная лодка. Она дошла до посёлка за *t = 45 мин* и, повернув обратно, встретилась с плотом на расстоянии *S = 9 км* от посёлка. Определите скорость течения реки и скорость лодки относительно воды. Считать, что скорость лодки постоянна.

Решение

Расстояние от пристани до посёлка обозначим S_1 =15 *км*, от посёлка до места встречи S_2 =9 *км*, время движения лодки от посёлка до места встречи *T*, скорость лодки относительно неподвижной воды υ, скорость течения реки (и скорость плота) - *V*.

Тогда при движении лодки по течению $S_1 = (\upsilon + V)t = \upsilon t + Vt$, (1)

а при движении от пристани против течения $S_2 = (\upsilon - V)T = \upsilon T - VT$ (2)

Для плота $S_1 - S_2 = V(t + T) = Vt + VT$ (3)

Складывая (2) и (3), получим $S_1 = Vt + \upsilon T = \upsilon t + Vt$, т.е. $\upsilon t = \upsilon T$.
Следовательно, $t = T$.

Из (3) получаем скорость течения реки $V = \dfrac{S_1 - S_2}{2t} = \dfrac{15-9}{2 \cdot 0{,}75} = 4 км/час$.

Складывая (1) и (2) определяем скорость лодки $\upsilon = \dfrac{S_1 + S_2}{2t} = \dfrac{15+9}{2 \cdot 0{,}75} = 16 км/час$.

Ответ: 4 км/час, 16 км/час

8 класс

1. В семье Володи имеются два заварочных чайника ёмкостью *0,5 литра*. Один чайник медный массой *M_1=200г*, другой фарфоровый массой *M_2=300г*. Члены семьи заваривают чай разными способами. А) Мама засыпает в чайник заварку, заливает его кипятком, накрывает крышкой и укутывает махровым полотенцем. Б) Бабушка тщательно ополаскивает чайник кипятком, засыпает заварку, накрывает крышкой и оставляет без укрытия. Чай заваривается тем лучше, чем выше температура воды в чайнике. В каком случае лучше использовать медный чайник, а в каком фарфоровый? Рассчитать температуру воды в чайнике в случае А.

Температура в помещении $t = 20^\circ C$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, меди $c_1 = 400 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, фарфора $c_2 = 830 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, коэффициент теплопроводности меди $380 \dfrac{Вт}{м \cdot {}^\circ C}$, фарфора $\approx 1 \dfrac{Вт}{м \cdot {}^\circ C}$

Решение

А) Определим температуру чайников с водой в первом случае. Потерей тепла в окружающее пространство можно пренебречь, так как чайники завёрнуты в полотенце и время заваривания невелико. Тогда

$$mc(t_k - t_1) = M_1 c_1 (t_1 - t),$$

где m – масса воды, t_1- конечная температура медного чайника.

$$t_1 = \frac{mct_k + M_1 c_1 t}{M_1 c_1 + mc} = \frac{0{,}5 \cdot 4200 \cdot 100 + 0{,}2 \cdot 400 \cdot 20}{0{,}2 \cdot 400 + 0{,}5 \cdot 4200} = 97{,}1^\circ C$$

Для фарфорового $t_2 = \dfrac{mct_k + M_2 c_2 t}{M_2 c_2 + mc} = \dfrac{0{,}5 \cdot 4200 \cdot 100 + 0{,}3 \cdot 830 \cdot 20}{0{,}3 \cdot 830 + 0{,}5 \cdot 4200} = 91{,}5^\circ C$.

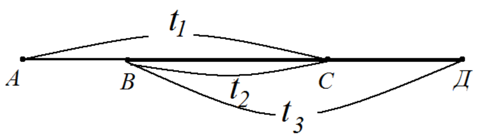
Следовательно, в отсутствии теплообмена с окружающей средой следует использовать медный чайник.

Б) Так как бабушка ополаскивает чайник кипятком, то его температура практически равна температуре кипения воды, т.е. исходная температура заварки в чайниках одинакова. Так как теплопроводность меди в сотни раз превышает теплопроводность фарфора, то медный чайник будет остывать значительно быстрее фарфорового. То есть, бабушке лучше пользоваться фарфоровым чайником.

Ответ: А) медного - $t_1 = 97{,}1^\circ C$, фарфорового - $t_2 = 91{,}5^\circ C$, медным Б) фарфоровым

2. Три спортсмена, имеющие один велосипед, должны прибыть к финишу в кратчайший срок. Двое спортсменов садятся на велосипед, а третий идёт пешком. Велосипедист довозит второго до некоторой точки дороги (от которой тот идет пешком) и возвращается за третьим. В результате группа прибывает к финишу одновременно. Найти среднюю скорость спортсменов. Принять скорость пешехода $V_1 = 4км/ч$, велосипедиста $V_2 = 20км/ч$

Решение



Так как время оценивается по последнему прибывшему, то спортсмены должны прибыть к финишу одновременно.

Пусть от т. А до С велосипедист доезжает за время t_1, возвращается от т. С до точки В за время t_2, а от точки В до точки Д время t_3. Тогда весь путь $S = V_1(t_1 + t_2) + V_2 t_3 = V_2 t_1 + V_1(t_2 + t_3)$.

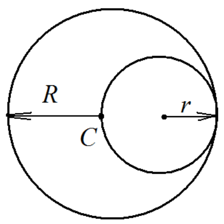
Отсюда получаем, что $t_1 = t_3$.

Расстояние от А до В можно найти двумя способами $V_2(t_1 + t_2) = V_1 t_1 - V_1 t_2$.

Тогда $t_1 = t_2 \dfrac{V_1 + V_2}{V_2 - V_1} = \dfrac{20+4}{20-4} t_2 = \dfrac{24}{16} t_2 = 1{,}5 t_2$.

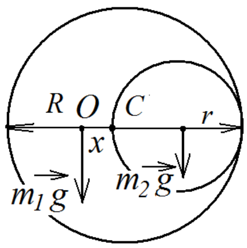
Средняя скорость $V_{cp/} = \dfrac{S}{t_1 + t_2 + t_3} = \dfrac{V_1(t_1 + t_2) + V_2 t_1}{t_2 + 2t_1} = \dfrac{4 \cdot 2{,}5 + 20 \cdot 1{,}5}{4} = 10 км/час$

Ответ: 10 ***км/час***



3. При выплавке в свинцовом шаре радиуса *R = 14 см* образовалась сферическая полость радиуса *r = 7см,* поверхность которой касается поверхности шара и проходит через его центр. Найти положение центра тяжести получившейся фигуры (объём шара $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$).

Решение



Обозначим m_1- масса полого шара, m_2 – масса полости в случае, если её заполнить свинцом, М- масса большого шара без полости. Масса $m_1 = M - m_2 = \rho(\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r^3)$. Тогда центр масс находится на расстоянии x от центра шара и выполняется условие

$m_1 g x = m_2 g r$, отсюда $x = \dfrac{m_2 r}{m_1} = \dfrac{r^3 \cdot r}{(R^3 - r^3)} = \dfrac{R}{14} = 1 см$.

Ответ: 1 см влево от центра шара.

4. В электрический чайник засыпали *m =2 кг* тающего льда. Вода в чайнике закипела через *t = 1 час*. 1) Что надо сделать со спиралью плитки, чтобы вода закипела через *Т=40мин*? 2) Через какое время закипела бы налитая в чайник вода, если её начальная температура $0^\circ C$? Теплоёмкостью чайника и потерями тепла пренебречь.

Удельная теплоемкость воды $c = 4200\dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\dfrac{кДж}{кг}$.

Решение

Мощность чайника $P = \dfrac{U^2}{R}$. Сопротивление спирали чайника R пропорционально её длине. Так как потерями тепла пренебрегаем, то

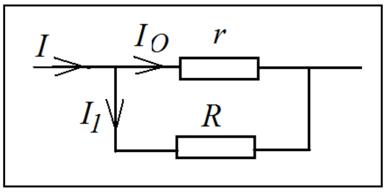
$$\frac{U^2}{R}t = cm\Delta t + m\lambda = 4200 \cdot 2 \cdot 100 + 2 \cdot 330 \cdot 10^3 = (840 \cdot 10^3 + 660 \cdot 10^3) = 1500кДж.$$

Тогда время закипания воды (без льда) $t_1 = t\dfrac{840}{1500} = 33{,}6 мин$.

Чтобы вода закипела быстрее (при засыпании в чайник льда), надо уменьшить сопротивление спирали, т.е уменьшить её длину $Pt = P_2T \Rightarrow \dfrac{P_2}{P} = \dfrac{R}{R_2} = \dfrac{t}{T} = \dfrac{60}{40} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow R_2 = \dfrac{2}{3}R$. Следовательно, надо укоротить спираль на 1/3.

Ответ: укоротить на 1/3; через 33,6 мин.

5. Амперметр, сопротивление которого $r = 0{,}3$ *Ом*, рассчитан на наибольший ток $I_0 = 2{,}5A$. При каком сопротивлении R шунта можно измерять ток до $I = 40$ *А*?



Решение

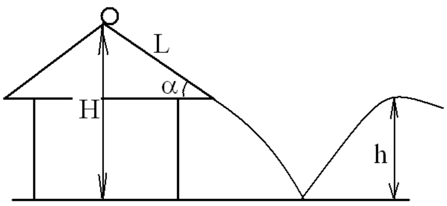
При подключении шунта через амперметр должен протекать тот же ток I_0. Тогда через шунт $I_1 = I - I_0$. Так как напряжения равны, то $I_0 r = (I - I_0)R$.

Сопротивление шунта $R = \dfrac{I_0 r}{I - I_0} = \dfrac{2{,}5 \cdot 0{,}3}{40 - 2{,}5} = 0{,}02\,Ом$.

Ответ: 0,02 *Ом*

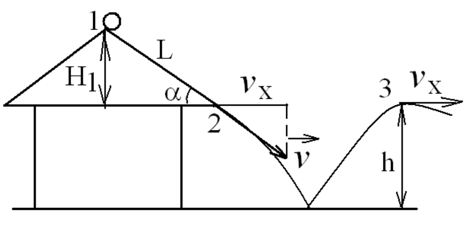
9 класс

1 вариант



1. С крыши здания высотой $H = 8$ *м* без трения с нулевой начальной скоростью скатывается шарик, проходя по крыше расстояние $L = H/3$. Найти на какую высоту h поднимется шарик после удара о горизонтальную поверхность. Угол $\alpha = 30^\circ$, удар считать абсолютно упругим.

Решение



Скорость шарика на краю крыши найдём из закона сохранения энергии для точек 1 и 2:

$mgH_1 = \frac{m\upsilon^2}{2}$. (1) Учтём, что $H_1 = \frac{L}{2} = \frac{H}{6}$.

Подставляя в (1), получим скорость $\upsilon = \sqrt{\frac{gH}{3}}$.

Горизонтальная составляющая скорости равна $\upsilon_x = \upsilon\cos\alpha = const$.

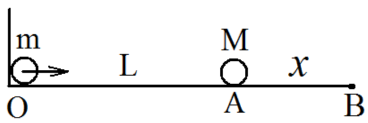
Из закона сохранения энергии $mgH = mgh + \frac{m\upsilon_x^2}{2}$, $\Rightarrow gh = gH - \frac{gH\cos^2\alpha}{2\cdot 3}$.

$$h = H - \frac{H3}{2\cdot 3\cdot 4} = \frac{7}{8}H = 7м$$

Ответ: $h = \frac{7}{8}H = 7м$

2. На гладкой горизонтальной поверхности, на расстоянии *L = 4м* от вертикальной стены, находится шар массы *M =0,8 кг*. Другой шар такого же размера массы *m* = 0,2*кг* скользит с некоторой скоростью по направлению от стенки к первому шару. Между шарами происходит центральный абсолютно упругий удар. Второй шар после удара достигает стенки и, упруго отразившись от неё, догоняет и вторично ударяет первый шар. Определить на каком расстоянии от стенки произойдёт второе соударение.

Решение



Из закона сохранения импульса:

$mV = -MV_1 + mV_2$ (1) $\Rightarrow V = V_2 - \frac{M}{m}V_1$ (2)

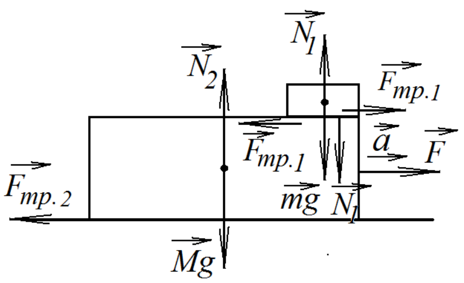
Из закона сохранения энергии $\frac{mV^2}{2} = \frac{MV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$ (3)

Подставляя (2) в (3) получим связь между скоростями шаров после удара $V_2 = \frac{V_1}{2}\left(\frac{M}{m} - 1\right) = \frac{V_1(M-m)}{2m}$. (4)

Удар со стенкой абсолютно упругий, поэтому скорость второго шара в результате удара о стенку не меняется. Расстояние от точки первого удара до второго обозначим *x*. Тогда время, через которое второй шар догонит первый $t = \frac{2L + x}{V_2} = \frac{x}{V_1}$.

Подставляя (4) находим, что $x = \frac{4mL}{M - 3m} = \frac{4\cdot 0{,}2\cdot 4}{0{,}8 - 0{,}6} = 16м$.

Тогда расстояние от стены до точки второго удара $s = L + x = 16 + 4 = 20м$



Ответ: 20 *м*

3. На доске массой *M = 800г*, движущейся по горизонтальной поверхности под действием силы *F*, лежит шайба массы *m =200г*. Коэффициент трения скольжения между доской и шайбой и между доской и горизонтальной поверхностью равен $\mu = 0{,}4$.

1) При каком значении силы F шайба не будет скользить по доске? 2) Определить ускорения доски и шайбы в случае скольжения.

Решение

1) Расставим силы, действующие на каждое тело. Так как шайба не скользит по бруску, то шайба и брусок имеют одинаковое ускорение. Запишем II закон Ньютона

для шайбы $\vec{F}_{тр.1} + \vec{N}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}$, (1)

для бруска $\vec{F}_{тр.1} + \vec{N}_1 + M\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр.2} = M\vec{a}$, (2)

где $\vec{F}_{тр.1}$-сила трения покоя, действующая между шайбой и бруском (меньше, чем сила трения скольжения), $\vec{F}_{тр.2} = \mu N_2$- сила трения скольжения между горизонтальной поверхностью и бруском.

Из (1) проекция ОУ: $N_1 = mg$, ОХ: $F_{тр.1} = ma$. (3)

Из (2) ОУ: $N_2 - Mg - N_1 = 0$; $N_2 = Mg + N_1 = Mg + mg$;

Следовательно $\vec{F}_{тр.2} = \mu N_2 = \mu(M+m)g$, (4)

чтобы брусок двигался должно выполняться условие $F > F_{тр.2} = \mu(M+m)g$ (5)

Проекция уравнения (2) на ОХ: $F - F_{тр.1} - F_{тр.2} = Ma$,

или с учётом (3) и (4) $F - F_{тр.1} - \mu(M+m)g = Ma$, или $F - \mu(M+m)g = (M+m)\dfrac{F_{тр.1}}{m}$

Тогда $F_{тр.1} = \dfrac{Fm}{M+m} - \mu mg < \mu mg$, отсюда $F < 2\mu(M+m)g$ (6)

Объединяя условия (5) и (6) , получаем, чтобы шайба не двигалась по доске, сила должна быть

$$\mu(M+m)g < F < 2\mu(M+m)g, \text{ т.е } 4H < F < 8H \qquad (7)$$

2) Если шайба скользит по бруску, то силу трения покоя меняем на силу трения скольжения и учитываем, что ускорения бруска и шайбы будут разные. Записываем уравнения динамики для шайбы проекция на ОХ: $F_{тр.1} = ma_1$; $\mu mg = ma_1$,

то есть ускорение шайбы $a_1 = \mu g = 0{,}4 \cdot 10 = 4 м/с^2$ (8)

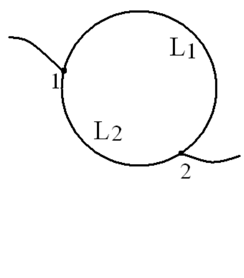
для бруска $F - F_{тр.1} - F_{тр.2} = Ma_2$

Подставляя силы трения, получаем $F - ma_1 - \mu(M+m)g = Ma_2$.

Учитывая (8) , выражаем ускорение бруска

$$a_2 = \frac{F - \mu g(M+2m)}{M} = \frac{10 - 0{,}4 \cdot 10(0{,}8 + 2 \cdot 0{,}2)}{0{,}8} = 6{,}5 м/с^2$$

Ответ: 1) 4Н < F < 8Н; 2) шайбы 4 м/с^2, бруска 6,5 м/с^2



4. Из куска проволоки сопротивлением *R = 10 Ом* сделано кольцо. Провода, подводящие ток подсоединены в точках 1 и 2. При каком отношении $\frac{L_1}{L_2}$ сопротивление кольца будет равно *r = 1 Ом*?

Решение

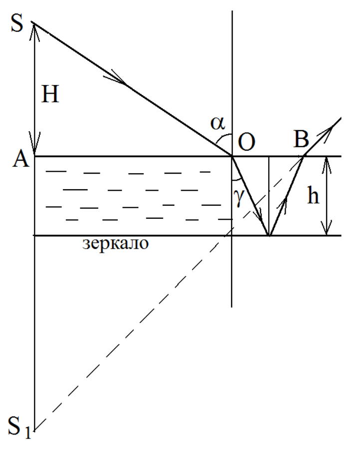
Сопротивление проволоки пропорционально длине, поэтому до подсоединения проводов $R = R_1 + R_2$. Следовательно, сопротивление второго участка $R_2 = R - R_1$.
После подсоединения проводов эти участки будут соединены параллельно и сопротивление кольца $r = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1(R - R_1)}{R}$. Из этого выражения следует $R_1^2 - RR_1 + rR = 0$.

Тогда $R_1 = \frac{R}{2} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4} - rR} = \frac{R}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4r}{R}}\right)$. Верхний знак даёт сопротивление первого участка, нижний второго. Отношение $\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4r}{R}}\right)}{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4r}{R}}\right)} = \frac{1 + \sqrt{0{,}6}}{1 - \sqrt{0{,}6}} = 7{,}87 \approx 8$.

Ответ: 8

5. Точечный источник света расположен на высоте *H =40 см* над поверхностью воды. Вода находится в сосуде с плоским зеркальным дном. Толщина слоя воды *h = H/2*. Определить расстояние между источником и его изображением, даваемом данной системой, если наблюдатель смотрит на источник по вертикали вниз. Показатель преломления воды равен *n* = 4/3.

Решение



Построим ход лучей в данном случае. Изображением источника является точка S_1. Из закона преломления следует $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n = \frac{4}{3}$, откуда $\sin\gamma = \frac{3}{4}\sin\alpha$.

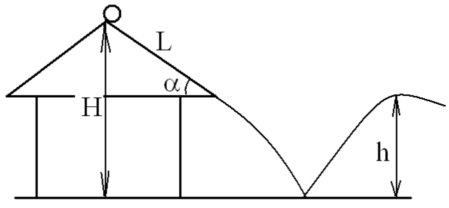
Из рисунка $S_1A = \frac{AB}{tg\alpha} \approx \frac{AB}{\sin\alpha}$, так как углы малы. Отрезок

$$AB = Htg\alpha + 2htg\gamma \approx H\sin\alpha + 2h\sin\gamma = H\sin\alpha + 2h\frac{3}{4}\sin\alpha = \sin\alpha(H + 1{,}5h)$$

Тогда $S_1A = H + 1{,}5h = H + 1{,}5\frac{H}{2} = \frac{7}{4}H$, а расстояние от источника до изображения $SS_1 = H + S_1A = \frac{11}{4}H = \frac{11 \cdot 40}{4} = 110 см$.

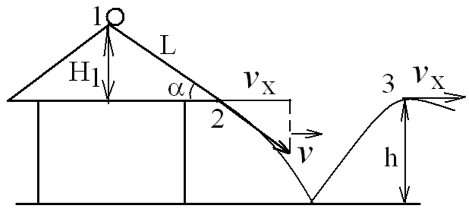
Ответ: 110 см

Вариант 2



1. С крыши здания высотой *H* без трения с нулевой начальной скоростью скатывается шарик, проходя по крыше расстояние *L* = *H/3*. После удара о горизонтальную поверхность шарик поднимается на высоту *h* = *7м*. Определить высоту здания. Угол $\alpha = 30^\circ$, удар считать абсолютно упругим.

Решение



Скорость шарика на краю крыши найдём из закона сохранения энергии для точек 1 и 2:

$mgH_1 = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$. (1) Учтём, что $H_1 = \dfrac{L}{2} = \dfrac{H}{6}$.

Подставляя в (1), получим скорость $\upsilon = \sqrt{\dfrac{gH}{3}}$.

Горизонтальная составляющая скорости равна $\upsilon_x = \upsilon\cos\alpha = const$.

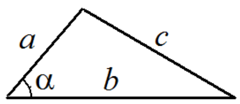
Из закона сохранения энергии $mgH = mgh + \dfrac{m\upsilon_x^2}{2}$, $\Rightarrow gH = gh + \dfrac{gH\cos^2\alpha}{2\cdot 3}$.

$H = h + \dfrac{H3}{2\cdot 3\cdot 4} = h + \dfrac{1}{8}H$; $h = \dfrac{7}{8}H$. Высота сарая $H = \dfrac{8}{7}H = 8м$.

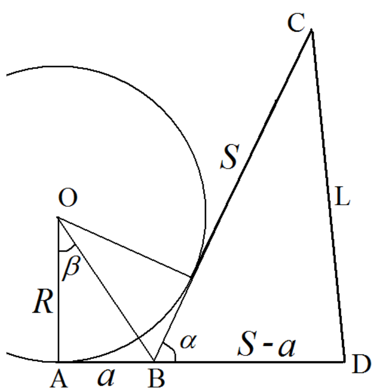
Ответ: 8 *м*

2. Геологам с самолёта должны сбросить груз. Самолёт, летящий на высоте *H = 500 м*, со скоростью 100 *м/с*, делает над стоянкой геологов круг радиуса *R = 1 км*. Два контейнера с грузом сбрасывают с самолёта с интервалом времени $T = \dfrac{10\pi}{3}c$. На каком расстоянии друг от друга контейнеры упадут на землю?

Справка: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$



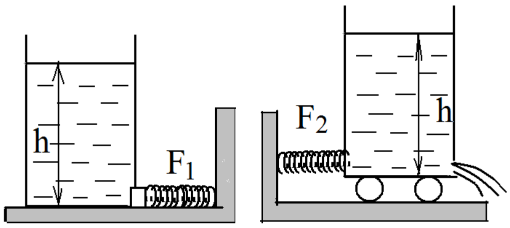
Решение



Груз в момент сбрасывания имеет скорость, равную скорости самолёта и направленную по горизонтали. Дальность полета груза $S = Vt$. Время найдём, зная высоту $H = \dfrac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$, тогда $S = V\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$. За интервал времени Т самолёт пролетит по дуге расстояние *VT*, что соответствует углу $\alpha = \dfrac{V\cdot T}{R} = \dfrac{V\cdot 10\pi}{R\cdot 3} = \dfrac{100\cdot 10\pi}{3\cdot 1000} = \dfrac{\pi}{3}$. На такой же угол изменится направление полёта второго контейнера по отношению к первому. На рисунке изображён вид сверху, угол $\beta = \dfrac{\alpha}{2}$.

Из треугольника АОВ расстояние $a = R\cdot tg\beta = R/\sqrt{3}$.

Из треугольника BCD расстояние между упавшими контейнерами $L=\sqrt{(S-a)^2+(S+a)^2-2(S-a)(S+a)\cos\alpha}$. После преобразований получаем
$L=\sqrt{2S^2(1-\cos\alpha)+2a^2(1+\cos\alpha)}$, подставляем $\cos\alpha=1/2$, тогда $L=\sqrt{S^2+3a^2}$.
Подставляя S и a, получаем расстояние между упавшими контейнерами
$$L=\sqrt{\frac{V^2 2H}{g}+\frac{3R^2}{3}}=\sqrt{\frac{V^2 2H}{g}+R^2}=\sqrt{\frac{10^4\cdot 2\cdot 500}{10}+10^6}=1{,}41\cdot 10^3 м=1{,}41км$$
Ответ: ***1,4 км***



3. Ученик проводит два опыта с сосудом, в нижней части которого проделано отверстие диаметра значительно меньшего, чем высота столба жидкости h в сосуде. В первом опыте измеряется сила давления жидкости на пластинку, закрывающую отверстие. Во втором опыте сосуд стоит на тележке и измеряется сила отдачи F_2 при установившемся токе жидкости в момент, когда высота столба жидкости *h*. Равны ли эти силы? Если силы различаются, то во сколько раз? (справка: скорость вытекания струи жидкости из отверстия находящегося на глубине h равна $\sqrt{2gh}$)

Решение

В первом случае измеряется сила давления равная $F_1=PS=\rho ghS$.

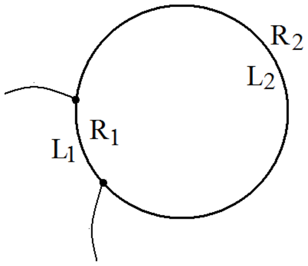
Во втором случае сила отдачи связана с уносимым вытекающей струёй импульсом $F_2=\dfrac{m\upsilon}{\Delta t}$.

Масса, вытекающая за время Δt равна $m=\rho V=\rho LS=\rho\upsilon\Delta tS$. Тогда
$$F_2=\frac{\rho\upsilon\Delta t S\upsilon}{\Delta t}=\rho\upsilon^2 S=2\rho ghS.$$
Следовательно, во втором случае сила в 2 раза больше.

Ответ: $F_2=2F_1$

4. Из куска проволоки сопротивлением *R = 5* Ом сделано кольцо. Провода, подводящие ток, делят кольцо на дуги, длины которых относятся как *1: 9*. Чему стало равно сопротивление кольца?

Решение

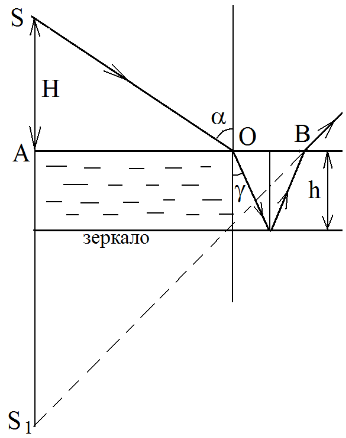


Отношение длин дуг, на которое разделили кольцо равно отношению сопротивлений этих дуг, следовательно $R_1=9R_2$. Сопротивление $R=R_1+R_2=10R_2$. Следовательно $R_2=\dfrac{R}{10}=0{,}5 Ом$, $R_1=4{,}5 Ом$. После подсоединения проводов дуги будут соединены параллельно и сопротивление станет
$$r=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{0{,}5\cdot 4{,}5}{5}=0{,}45 Ом$$

Ответ: 0,45 ***Ом***

5. Точечный источник света расположен на высоте H над поверхностью воды. Вода находится в сосуде с плоским зеркальным дном. Толщина слоя воды $h = H/2$. Расстояние между источником и его изображением, даваемом данной системой, если наблюдатель смотрит на источник по вертикали вниз равно $L = 55 см$. Показатель преломления воды $n = 4/3$. Чему равна высота H?

Решение



Построим ход лучей в данном случае. Изображением источника является точка S_1. Из закона преломления следует $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n = \dfrac{4}{3}$, откуда $\sin\gamma = \dfrac{3}{4}\sin\alpha$.

Из рисунка $S_1A = \dfrac{AB}{tg\alpha} \approx \dfrac{AB}{\sin\alpha}$, так как углы малы. Отрезок

$AB = Htg\alpha + 2htg\gamma \approx H\sin\alpha + 2h\sin\gamma =$

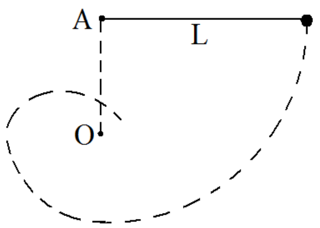
$H\sin\alpha + 2h\dfrac{3}{4}\sin\alpha = \sin\alpha(H + 1{,}5h)$

Тогда $S_1A = H + 1{,}5h = H + 1{,}5\dfrac{H}{2} = \dfrac{7}{4}H$, а расстояние от источника до изображения $L = SS_1 = H + S_1A = \dfrac{11}{4}H$. Отсюда $H = \dfrac{4}{11}L = \dfrac{4 \cdot 55}{11} = 20 см$

Ответ: 20 см

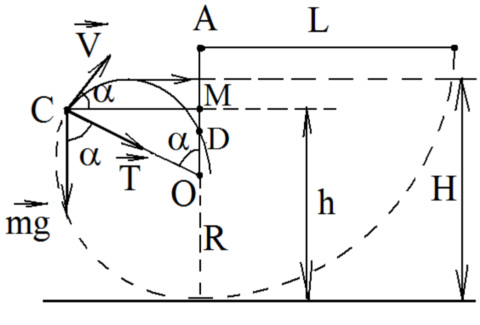
10 класс

1 вариант



1. Маленький шарик подвешен в точке А на нити длиной $L = 5{,}4$ *м*. В точке О на расстоянии $L/2$ ниже точки подвеса в стену вбит гвоздь. Шарик на нити отводят так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. Какой угол с вертикалью будет у нити в момент, когда исчезнет натяжение нити? Через какое время после этого шарик пересечет вертикаль АО? На какую максимальную высоту относительно положения равновесия поднимется шарик?

Решение



Шарик описывает четверть окружности радиуса L затем движется по окружности радиуса $R = L/2$, обладая центростремительным ускорением $\dfrac{V^2}{R} = \dfrac{2V^2}{L}$.

Пусть в точке С натяжение нити станет равно $T = 0$. Тогда уравнение динамики в проекции на ось СО запишется в виде $mg\cos\alpha = m\dfrac{2V^2}{L}$ (1), отсюда $V^2 = \dfrac{gL\cos\alpha}{2}$ (2)

Из закона сохранения энергии $mgL = mgh + \dfrac{mV^2}{2}$, где $h = R + R\cos\alpha = \dfrac{L}{2}(1+\cos\alpha)$.

Тогда $gL = g\dfrac{L}{2}(1+\cos\alpha) + \dfrac{V^2}{2}$, подставляя (2) и проводя некоторые преобразования, получаем, что $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$, то есть $\alpha = \arccos\dfrac{2}{3} = 48{,}2^\circ$. (4)

После точки С шарик движется как тело, брошенное под углом к горизонту. Начальную скорость найдём из (2) $V^2 = \dfrac{gL}{2}\cdot\dfrac{2}{3} \Rightarrow V = \sqrt{\dfrac{gL}{3}}$. (5)

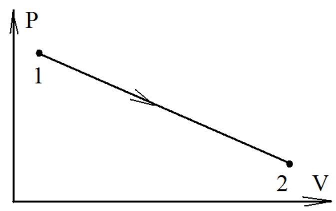
По горизонтали до пересечения линии ОА шарик пройдёт с постоянной скоростью $V_x = V\cos\alpha$ расстояние $x = CM = R\sin\alpha = \dfrac{L}{2}\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{L}{2}\sqrt{1-\dfrac{4}{9}} = \dfrac{L\sqrt{5}}{6}$. Тогда $x = (V\cos\alpha)t$, то есть время полёта от точки С до D равно $t = \dfrac{x}{V\cos\alpha} = \dfrac{L\sqrt{5}\sqrt{3}\cdot 3}{6\sqrt{gL}\cdot 2} = \dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{15L}{g}} = 0{,}71c$.(6)

Максимальную высоту подъёма можно найти, пользуясь законом сохранения энергии , учитывая, что на максимальной высоте вертикальная составляющая скорости равна 0

$$mgL = mgH + \frac{mV_x^2}{2}. \qquad mgH = mgL - \frac{mV^2\cos^2\alpha}{2} \qquad \Rightarrow mgH = mgL - \frac{mgL\ 4}{3\cdot 2\cdot 9}$$

то есть максимальная высота подъёма $H = \dfrac{25}{27}L = 5м$

Ответ: $\alpha = \arccos\dfrac{2}{3} = 48{,}2^\circ$ **; t =0,71с; H =5 м**



2. 4 моля идеального газа переводятся из состояния с объёмом $V_1 = 8л$ и давлением $P_1 = 15\cdot 10^5\ Па$ в состояние с объёмом $V_2 = 30л$ и давлением $P_2 = 4\cdot 10^5\ Па$, так как показано на рисунке. Какой максимальной температуры достигает газ в этом процессе?

Решение

Запишем уравнение процесса $P = -kV + b$. (1)

Константы в этом уравнении найдём из граничных условий

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= -kV_1 + b \\ P_2 &= -kV_2 + b \end{aligned}\right\} \Rightarrow k = \frac{P_1 - P_2}{V_2 - V_1}. \qquad (2)$$

$b = P_1 + kV_1$. Подставляя *k*, получим $b = \dfrac{P_1V_2 - P_2V_1}{V_2 - V_1}$. (3)

В уравнение состояния для идеального газа $PV = \nu RT$ подставляем (1) $(-kV + b)V = \nu RT$ и выражаем температуру $T = \dfrac{-kV^2 + bV}{\nu R}$. (4)

Определяем максимум этой функции.

<u>1 способ:</u>

В точке максимума производная от объёма равна 0, то есть $\dfrac{-k2V + b}{\nu R} = 0$,

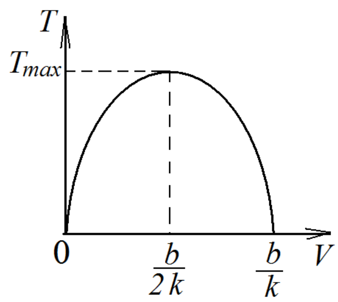
следовательно, температура максимальна при объёме $V_{\max} = \dfrac{b}{2k}$. (5)

Подставляем это выражение в (4), тогда $T_{\max} = \dfrac{1}{\nu R}\left(-\dfrac{kb^2}{4k^2} + \dfrac{b^2}{2k}\right) = \dfrac{b^2}{4\nu Rk}$ (6)

$$T_{\max} = \frac{(P_1V_2 - P_2V_1)^2}{4\nu R(V_2 - V_1)\ (P_1 - P_2)}. \quad T_{\max} = \frac{(15\cdot10^5\cdot30\cdot10^{-3} - 4\cdot10^5\cdot8\cdot10^{-3})^2}{4\cdot4\cdot8{,}31(30-8)\cdot10^{-3}(15-4)\cdot10^5} = 543K.$$

<u>2 способ:</u>

Построим график функции $\nu RT = -kV^2 + bV$



Температура равна 0 при $V = 0$; $V = \dfrac{b}{k}$.

Следовательно, температура имеет максимум при $V_{\max} = \dfrac{b}{2k}$. Таким образом, приходим к тому же результату, что и в 1способе.

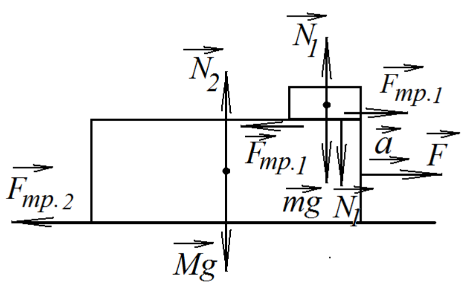
Ответ: 543 К

3. На доске массой *M = 800 г*, движущейся по горизонтальной поверхности под действием силы *F*, лежит шайба массы *m =200 г*. Коэффициент трения скольжения между доской и шайбой и между доской и горизонтальной поверхностью равен $\mu = 0{,}4$.

1) При каком значении силы F шайба не будет скользить по доске?

2) Определить ускорения доски и шайбы в случае скольжения (F = 10H).

Решение



1) Расставим силы, действующие на каждое тело. Так как шайба не скользит по бруску, то шайба и брусок имеют одинаковое ускорение. Запишем II закон Ньютона

для шайбы $\vec{F}_{тр.1} + \vec{N}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}$,

(1)

для бруска $\vec{F}_{тр.1} + \vec{N}_1 + M\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр.2} = M\vec{a}$,

(2)

где $\vec{F}_{тр.1}$-сила трения покоя, действующая между шайбой и бруском (меньше, чем сила трения скольжения), $\vec{F}_{тр.2} = \mu N_2$ - сила трения скольжения между горизонтальной поверхностью и бруском.

Из (1) проекция ОУ: $N_1 = mg$, ОХ: $F_{тр.1} = ma$. (3)

Из (2) ОУ: $N_2 - Mg - N_1 = 0$; $N_2 = Mg + N_1 = Mg + mg$;

Следовательно $\vec{F}_{тр.2} = \mu N_2 = \mu(M+m)g$, (4)

чтобы брусок двигался должно выполняться условие $F > F_{тр.2} = \mu(M+m)g$ (5)

Проекция уравнения (2) на ОХ: $F - F_{тр.1} - F_{тр.2} = Ma$,

или с учётом (3) и (4) $F - F_{тр.1} - \mu(M+m)g = Ma$, или $F - \mu(M+m)g = (M+m)\dfrac{F_{тр.1}}{m}$

Тогда $F_{тр.1} = \dfrac{Fm}{M+m} - \mu mg < \mu mg$, отсюда $F < 2\mu(M+m)g$ (6)

Объединяя условия (5) и (6), получаем, чтобы шайба не двигалась по доске, сила должна быть

$$\mu(M+m)g < F < 2\mu(M+m)g\text{, т.е } 4Н < F < 8Н \quad (7)$$

2) Если шайба скользит по бруску, то силу трения покоя меняем на силу трения скольжения и учитываем, что ускорения бруска и шайбы будут разные. Записываем уравнения динамики для шайбы проекция на ОХ: $F_{тр.1} = ma_1$; $\mu mg = ma_1$,

то есть ускорение шайбы $a_1 = \mu g = 0{,}4 \cdot 10 = 4 м/с^2$ (8)

для бруска $F - F_{тр.1} - F_{тр.2} = Ma_2$

Подставляя силы трения, получаем $F - ma_1 - \mu(M+m)g = Ma_2$.

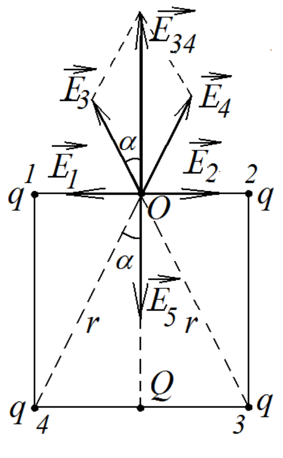
Учитывая (8), выражаем ускорение бруска

$$a_2 = \frac{F - \mu g(M+2m)}{M} = \frac{10 - 0{,}4 \cdot 10(0{,}8 + 2 \cdot 0{,}2)}{0{,}8} = 6{,}5 м/с^2$$

Ответ: 1) 4Н < F < 8Н; 2) шайбы 4м/с^2, бруска 6,5м/с^2

4. В четырёх вершинах квадрата со стороной *5 см* расположены одинаковые точечные заряды $q = \sqrt{5} \cdot 10^{-9} Кл$. Какой заряд Q следует поместить в середине одной из сторон квадрата, чтобы в середине противоположной стороны величина напряжённости *E* электрического поля стала равной нулю?

Решение



Пронумеруем заряды и изобразим напряжённости полей, созданных каждым зарядом.

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом $E = \dfrac{kq}{r^2}$.

Так как заряды в вершинах квадрата одинаковые, то очевидно, в точке О : $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$.

Напряжённости $E_3 = E_4 = \dfrac{kq}{r^2} = \dfrac{kq4}{5a^2}$, так как из рисунка расстояние от заряда до точки наблюдения $r^2 = a^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = \dfrac{5a^2}{4}$.

Суммой этих напряжённостей будет вектор, модуль которого

$E_{34} = 2E_3 \cos\alpha$.

Из рисунка $\cos\alpha = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{5a^2/4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$, то есть $E_{34} = 2\frac{4kq}{5a^2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{16kq}{5\sqrt{5}a^2}$.

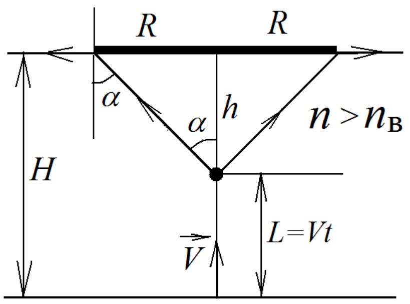
Чтобы напряженность в точке О стала равна нулю, заряд Q должен быть отрицательным и модули напряженностей $E_5 = E_{34}$, то есть $\frac{16kq}{5\sqrt{5}a^2} = \frac{kQ}{a^2}$.

Отсюда $Q = \frac{16q}{5\sqrt{5}} = \frac{16\sqrt{5}\cdot 10^{-9}}{5\sqrt{5}} = 3{,}2\cdot 10^{-9}\,Кл = 3{,}2\,нКл$

Ответ: -3,2 *нКл*

5. Деревянный диск радиуса R = *70см* плавает на поверхности жидкости с показателем преломления n = *1,414*. Под диском на его оси на глубине H = *1 м* находится точечный источник света. Источник начинает всплывать вертикально с постоянной скоростью $\upsilon = 5\,мм/с$. Через какое время источник перестанет быть видимым для наблюдателя?

Решение



Источник перестанет быть видимым, если будет наблюдаться полное внутреннее отражение (см. рис.). В этом случае свет падает под предельным углом и закон преломления запишется в виде $\frac{\sin\alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}$, где n – показатель преломления жидкости.

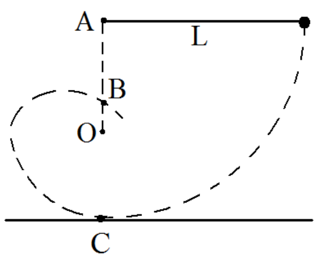
Глубина $h = H - Vt$.

$$\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (H - Vt)^2}} = \frac{1}{n}.$$

Из последнего равенства получаем $R^2n^2 = R^2 + (H - Vt)^2$ или $R\sqrt{n^2 - 1} = H - Vt$. Отсюда выражаем время $t = \frac{H - R\sqrt{n^2 - 1}}{V} = \frac{1 - 0{,}7\sqrt{2 - 1}}{5\cdot 10^{-3}} = 60с = 1мин$.

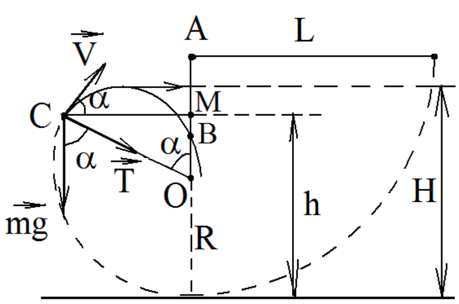
Ответ: *1 мин*

Вариант 2



1. Маленький шарик подвешен в точке А на нити длиной L =*5,4 м*. В точке О на расстоянии *L/2* ниже точки подвеса в стену вбит гвоздь. Шарик на нити отводят так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. На какой высоте от положения равновесия исчезнет натяжение нити? Чему равно расстояние СВ?

Решение



Шарик описывает четверть окружности радиуса L затем движется по окружности радиуса *R=L/2* , обладая центростремительным ускорением $\frac{V^2}{R} = \frac{2V^2}{L}$. Пусть в точке С натяжение нити станет равно T = 0. Тогда уравнение динамики в проекции на ось СО запишется в виде $mg\cos\alpha = m\dfrac{2V^2}{L}$ (1),

отсюда $V^2 = \dfrac{gL\cos\alpha}{2}$ (2)

Из закона сохранения энергии $mgL = mgh + \dfrac{mV^2}{2}$, где $h = R + R\cos\alpha = \dfrac{L}{2}(1+\cos\alpha)$. (3)

Тогда $gL = g\dfrac{L}{2}(1+\cos\alpha) + \dfrac{V^2}{2}$, подставляя (2) и проводя некоторые преобразования, получаем, что $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$, тогда высота из (3) $h = \dfrac{5{,}4}{2}\left(1+\dfrac{2}{3}\right) = 4{,}5 м$. (4)

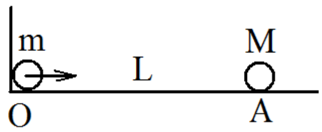
После точки С шарик движется как тело, брошенное под углом к горизонту. Начальную скорость найдём из (2) $V^2 = \dfrac{gL}{2}\cdot\dfrac{2}{3} \Rightarrow V = \sqrt{\dfrac{gL}{3}}$. (5)

По горизонтали до пересечения линии ОА шарик пройдёт с постоянной скоростью $V_x = V\cos\alpha$ расстояние $x = CM = R\sin\alpha = \dfrac{L}{2}\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{L}{2}\sqrt{1-\dfrac{4}{9}} = \dfrac{L\sqrt{5}}{6}$. Тогда $x = (V\cos\alpha)t$, то есть время полёта от точки С до В равно $t = \dfrac{x}{V\cos\alpha} = \dfrac{L\sqrt{5}\sqrt{3}\cdot 3}{6\sqrt{gL}\cdot 2} = \dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{15L}{g}} = 0{,}71 с$.(6)

За это время по вертикали $y = V\sin\alpha\, t - \dfrac{gt^2}{2}$.

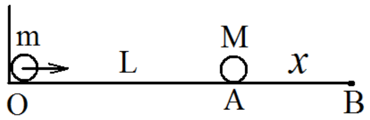
После подстановки (5) и (6) получаем $y = -\dfrac{5L}{96} = -\dfrac{5\cdot 5{,}4}{96} = -0{,}28 м$, то есть эта точка находится ниже точки М. Тогда расстояние $OB = h - MB = 4{,}5 - 0{,}28 = 4{,}22 м$.

Ответ: 4,5м; t =0,71с; H =4,22 м



2. На гладкой горизонтальной поверхности, на расстоянии *L = 4м* от вертикальной стены, находится шар массы *M=1 кг*. Другой шар такого же размера массы *m* скользит с некоторой скоростью по направлению от стенки к первому шару. Между шарами происходит центральный абсолютно упругий удар. Второй шар после удара достигает стенки и, упруго отразившись от неё, догоняет и вторично ударяет первый шар на расстоянии *8 м* от точки А. Определить массу шара *m*.

Решение



Из закона сохранения импульса:

$$mV = -MV_1 + mV_2 \;(1) \quad \Rightarrow V = V_2 - \frac{M}{m}V_1 \;(2)$$

Из закона сохранения энергии: $\dfrac{mV^2}{2} = \dfrac{MV_1^2}{2} + \dfrac{mV_2^2}{2}$ (3)

Подставляя (2) в (3) получим связь между скоростями шаров после удара $V_2 = \dfrac{V_1}{2}\left(\dfrac{M}{m} - 1\right) = \dfrac{V_1(M-m)}{2m}$. (4)

Удар со стенкой абсолютно упругий, поэтому скорость второго шара в результате удара о стенку не меняется. Расстояние от точки первого удара до второго обозначим *x*. Тогда время, через которое второй шар догонит первый $t = \dfrac{2L + x}{V_2} = \dfrac{x}{V_1}$. Учитывая (4) ,

$$\frac{(2L + x)2m}{V_1\,(M - m)} = \frac{x}{V_1},$$

Отсюда выражаем массу $m = \dfrac{M \cdot x}{4L + 3x} = \dfrac{8}{4 \cdot 4 + 3 \cdot 8} = 0{,}2 кг$.

Ответ: ***0,2 кг***

3. Поршневой насос при каждом качании захватывает объём $V_0 = 0{,}2$ *л* воздуха. При откачке этим насосом воздуха из сосуда объёмом *V = 10 л* насос совершил *n =20 качаний*. Начальное давление внутри сосуда равно атмосферному $P_0 = 1 \cdot 10^5\ Па$. Затем другой насос с таким же рабочим объёмом V_0 начал нагнетать воздух из атмосферы, совершив также *20 качаний*. Отличается ли установившееся в результате этих процессов давление от атмосферного? Если давления отличаются, то на сколько?

Решение

При первом откачивании (процесс изотермический) $P_0 V = P_1(V + V_0) \ \Rightarrow P_1 = P_0\left(\dfrac{V}{V + V_0}\right)$.

При втором $P_1 V = P_2(V + V_0) \ \Rightarrow \ P_2 = P_1\left(\dfrac{V}{V + V_0}\right) = P_0\left(\dfrac{V}{V + V_0}\right)^2$.

После *n* качаний давление в сосуде будет равно

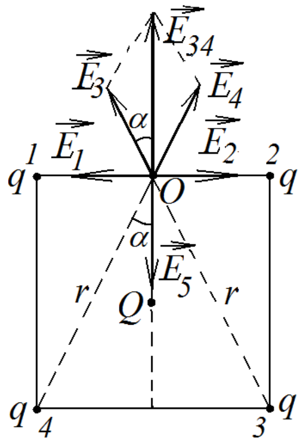
$$P_n = P_0\left(\frac{V}{V + V_0}\right)^n = 1 \cdot 10^5\left(\frac{10}{10 + 0{,}2}\right)^{20} = 0{,}673 \cdot 10^5\ Па. \quad (1)$$

При накачивании $P' = P_n + P_0 \dfrac{V_1 n}{V} = \left(0{,}673 + \dfrac{0{,}2 \cdot 20}{10}\right) \cdot 10^5 = 1{,}073 \cdot 10^5\ Па$.

Таким образом, разница с атмосферным давлением составляет $\Delta P = 7{,}3 кПа$.

Ответ: 7,3 кПа

4. В четырёх вершинах квадрата со стороной *a* =10 *см* расположены одинаковые точечные заряды $q = \sqrt{20} \cdot 10^{-9}\ Кл$. Какой заряд Q следует поместить в центре квадрата, чтобы в середине любой стороны величина напряжённости E электрического поля стала равной нулю?



Решение

Пронумеруем заряды и изобразим напряжённости полей, созданных каждым зарядом.

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом $E = \dfrac{kq}{r^2}$.

Так как заряды в вершинах квадрата одинаковые, то очевидно, в точке O: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$.

Напряжённости $E_3 = E_4 = \frac{kq}{r^2} = \frac{kq4}{5a^2}$, так как из рисунка расстояние от заряда до точки наблюдения $r^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4}$.

Суммой этих напряжённостей будет вектор, модуль которого $E_{34} = 2E_3 \cos\alpha$.

Из рисунка $\cos\alpha = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{5a^2/4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$, то есть напряжённость поля и в середине любой стороны $E_{34} = 2\frac{4kq}{5a^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{16kq}{5\sqrt{5}a^2}$.

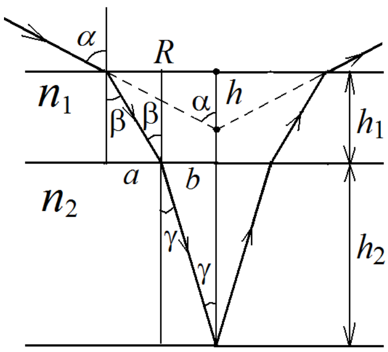
Чтобы напряженность в точке О стала равна нулю, заряд Q должен быть отрицательным и модули напряженностей $E_5 = E_{34}$, то есть $\frac{16kq}{5\sqrt{5}a^2} = \frac{kQ4}{a^2}$.

Отсюда $Q = \frac{4q}{5\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{20}\cdot 10^{-9}}{5\sqrt{5}} = 1{,}6\cdot 10^{-9}\,Кл = 1{,}6 нКл$

Ответ: -1,6 нКл

5. В сосуд налиты две несмешивающиеся жидкости. Сверху находится жидкость с показателем преломления $n_1 = 1{,}3$. Толщина её слоя $H_1 = 3см$. Показатель преломления нижней жидкости $n_2 = 1{,}5$, толщина слоя $H_2 = 5см$. На какой глубине h расположено изображение дна сосуда, если смотреть на него сверху, вдоль вертикали?

Решение



На рисунке показан ход лучей в случае двух жидкостей. На самом деле угол падения должен быть маленьким. Изображение дна будет на глубине

$$h = \frac{R}{tg\alpha} = \frac{a+b}{tg\alpha} = \frac{a+b}{\sin\alpha}. \qquad (1)$$

По закону преломления для границы воздух-1 жидкость

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{1} \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n_1}, \qquad (2)$$

для границы 1 жидкость- 2 жидкость

$$\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{n_1\sin\beta}{n_2} = \frac{\sin\alpha}{n_2}. \qquad (3)$$

Их рисунка $a = h_1 tg\beta \approx h_1\sin\beta = \frac{h_1\sin\alpha}{n_1}$, т.к. углы малы $tg\beta = \sin\beta$, $tg\gamma = \sin\gamma$.

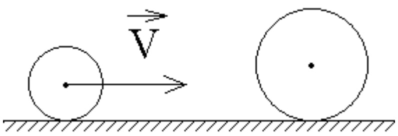
$$b = h_2\, tg\gamma = \frac{h_2\sin\alpha}{n_2}.$$

Подставляя a и b в (1) получаем $h = \frac{h_1}{n_1} + \frac{h_2}{n_2} = \frac{3}{1{,}3} + \frac{5}{1{,}5} = 2{,}63\,см$

Ответ: 2,63 см

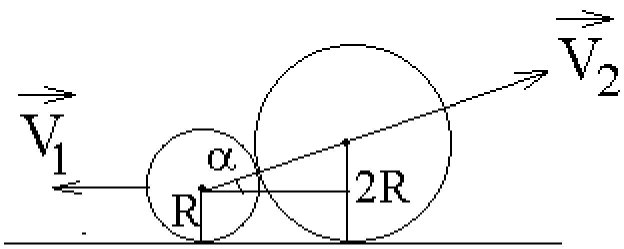
11 класс

Вариант 1



1. По гладкой горизонтальной поверхности скользит шарик с радиусом R=3 см со скоростью V = 7,3 м/с и налетает на покоящийся шарик с радиусом 2R. Вектор скорости лежит в вертикальной плоскости, проходящей через центры шариков. После абсолютно упругого удара первый шарик двигался , не отрываясь от поверхности стола. Шарики сделаны из одного материала, ускорение свободного падения принять равным g=10 м/с^2, действием силы тяжести во время удара пренебречь. Найти расстояние между нижними точками шариков в момент времени первого удара второго шарика о поверхность. Ответ дать в сантиметрах, округлить до целых.

Решение



Из рисунка видно, что второй шарик получит скорость под углом α к горизонту, где $\sin\alpha = \frac{2R-R}{2R+R} = \frac{1}{3}$; $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{8}}{3}$

Так как плотность материала шариков одинакова, а объемы пропорциональны кубам радиусов, то массы второго шарика в 8 раз больше первого: $M = 8m$. Чтобы найти скорость второго шарика, применим закон сохранения энергии и закон сохранения проекции импульса системы.

$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2}$ или $V^2 = V_1^2 + 8V_2^2$ $\qquad 8V_2^2 = V^2 - V_1^2$

$mV = -mV_1 + MV_2\cos\alpha$ или $V = -V_1 + \frac{8\sqrt{8}}{3}V_2$ $\qquad \frac{8\sqrt{8}}{3}V_2 = (V + V_1)$

Поделим эти уравнения и получим: $\frac{3}{\sqrt{8}}V_2 = V - V_1$. Сложим это уравнение со вторым:

$$V_2\left(\frac{8\sqrt{8}}{3} + \frac{3}{\sqrt{8}}\right) = 2V$$

Найдем $V_2 = \frac{6\sqrt{8}}{73}V$ =1,70 м/с, $\quad V_1 = V - \frac{3}{\sqrt{8}}V_2 = V - \frac{18}{73}V = \frac{55}{73}V$ =5,5 м/с

Время полета второго шарика $t = \frac{2V_2\sin\alpha}{g} = \frac{2}{g}\frac{6\sqrt{8}}{73}V\cdot\frac{1}{3} = \frac{4\sqrt{8}}{73}\frac{V}{g}$ =0,113 с. За это время первый шарик успел пройти путь, равный $L = V_1 t = 5,5\cdot 0,113 = 0,622$ м

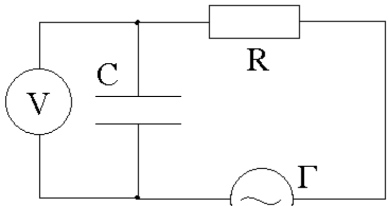
Дальность полета второго шарика $S = \frac{2V_2^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{2\cdot 1,7^2}{10}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{8}}{3} = 0,182$ м

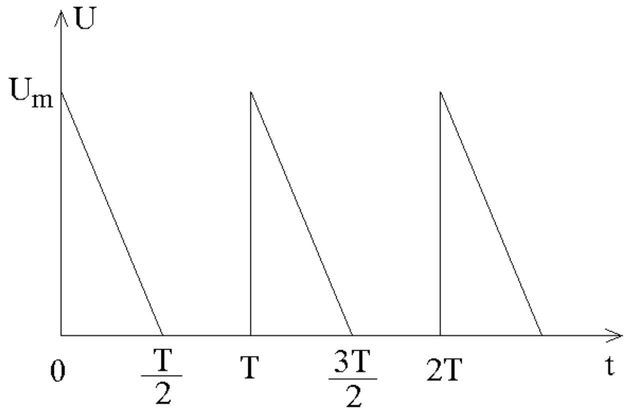
Начальное расстояние между нижними точками шариков равно $L_0 = 3R\cos\alpha = 3\cdot 0,03\cdot\frac{\sqrt{8}}{3} = 0,085$ м

Конечное расстояние между этими точками равно $L^* = L_0 + S + L = 0,085 + 0,182 + 0,622 = 0,889$ м

Ответ: 89 см.

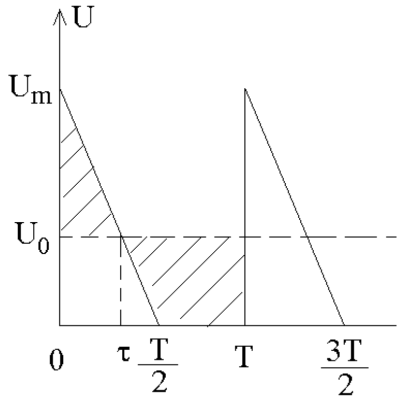
2.





На левом рисунке изображена электрическая схема, в которую включены конденсатор с емкостью C = 20 мкФ, резистор сопротивлением R = 10 Ом и высокочастотный импульсный генератор Г. Идеальный вольтметр измеряет напряжение на конденсаторе. На правом рисунке изображена зависимость от времени напряжения на клеммах генератора. Период T = 1 мкс, амплитуда напряжения U_m = 8 В. Напряжение на конденсаторе увеличивается до некоторого значения U_0 и далее не изменяется в пределах погрешности вольтметра. Чему равно это напряжение U_0? Какова амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе? Внутреннее сопротивление генератора пренебрежимо мало.

Решение



Напишем закон Ома для замкнутой цепи в случае, когда на конденсаторе установилось напряжение $U_C \approx U_0 \quad I = \frac{U - U_0}{R}$.

Как видно из графика, в течение времени τ сила тока положительна, и конденсатор в этот промежуток времени немного заряжается, а от момента τ до момента t=T сила тока отрицательна, что означает небольшую разрядку конденсатора. Чтобы на конденсаторе поддерживалось почти постоянное напряжение, заряд, пришедший на конденсатор за время τ, должен равняться заряду, ушедшему с конденсатора за время $T - \tau$. Это условие эквивалентно равенству площадей, заштрихованных на графике.

$\frac{1}{2}\tau(U_m - U_0) = \frac{(T-\tau)+(T-T/2)}{2}U_0$, откуда после упрощения следует: $2\tau U_m = 3TU_0$

Из подобия треугольников выразим τ: $\frac{U_m - U_0}{\tau} = \frac{U_m}{T/2} \Rightarrow \tau = \frac{T(U_m - U_0)}{2U_m}$ или $2\tau U_m = T(U_m - U_0) = 3TU_0$. Отсюда находим $U_0 = \frac{U_m}{4} = 2$ В, а также $\tau = \frac{3TU_0}{2U_m} = \frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 2}{2\cdot 8} = 0{,}375\cdot 10^{-6}$ с.

Чтобы найти амплитуду колебаний напряжения на конденсаторе, надо найти изменение заряда Δq за время τ, тогда амплитуда $\Delta U_C = \frac{\Delta q}{C}$.

$$\Delta q = \frac{\frac{1}{2}\tau(U_m - U_0)}{R} = \frac{0{,}375\cdot 10^{-6}\cdot 6}{2\cdot 10} = 1{,}125\cdot 10^{-7}\ \text{Кл},\quad \Delta U_c = \frac{1{,}125\cdot 10^{-7}}{20\cdot 10^{-6}\cdot} \approx 0{,}006\ \text{В}$$

Ответ: U_0=2В. $\Delta U_c = 0{,}006$ **В (0,3%)**

3. В вертикальном цилиндре с гладкими теплопроводящими стенками под легким поршнем находится 1 литр сухого воздуха. Цилиндр погружен в большую кастрюлю с кипящей водой и не касается дна кастрюли. На поршне лежат два одинаковых груза. С помощью шприца под поршень медленно впрыскивают воду по 1 мг в секунду до тех пор, пока высота поршня увеличивалась от начальной h_1= 20 см до h_2= 40 см. После этого добавляют еще 1 мг воды, но высота не изменяется.

1) Сколько воды добавили из шприца (ответ дать в граммах с точностью до сотых)?
2) Какова масса каждого груза?
3) Какова станет влажность воздуха под поршнем, если убрать один груз?
4) На сколько сантиметров поднимется поршень после этого?

Атмосферное давление снаружи $P_0 = 10^5$ Па. Молярная масса воздуха μ_1 = 29 г/моль, молярная масса водяных паров μ_2 = 18 г/моль. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.

Решение

Сначала определим площадь поршня: $S = \frac{V_1}{h_1} = \frac{10^{-3}}{0,2} = 5\cdot 10^{-3}$ м^2. Температура цилиндра и воздуха под поршнем равна 100ºС, так как вода кипит при атмосферном давлении $P_0=10^5$Па. Известно, что давление насыщенных паров зависит только от температуры и при 100ºС тоже равно $P_{нас}=10^5$Па. Так как поршень не изменил свою высоту при добавлении последней капли, то пар стал насыщенным.

Объем влажного воздуха под поршнем равен 2 л, так как высота увеличилась в 2 раза.

1) Из уравнения состояния водяного пара найдем массу пара:

$$P_{нас}V_2 = \frac{m_{пара}}{\mu_2}RT \;\;\Rightarrow\;\; m_{пара} = \frac{\mu_2 P_{нас} V_2}{RT} = \frac{0,018\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3}}{8,31\cdot 373} = 1,161 \text{ г},$$

что соответствует $\nu_{пара} = \frac{m_{пара}}{\mu_2} = \frac{1,161}{18} = 0,0645$ моль

2) Парциальное давление сухого воздуха при неизменной температуре при увеличении объема в 2 раза уменьшается от P_1 до $P_1/2$.

Напишем условие равновесия поршня в двух случаях

$$P_1 = P_0 + \frac{2mg}{S}; \qquad \frac{P_1}{2} + P_{нас} = P_0 + \frac{2mg}{S}$$

Из этого следует, что $P_1 = 2P_{нас} = 2\cdot 10^5$ Па и $m = \frac{S(P_1 - P_0)}{2g} = \frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 10^5}{20} = 25$ кг.

Можно найти количество сухого воздуха под поршнем: $\nu_1 = \frac{P_1 V_1}{RT} = \frac{2\cdot 10^5\cdot 10^{-3}}{8,31\cdot 373} = 0,0645$ моль

3) Если убрать один груз, то поршень найдет новое положение равновесия при давлении снаружи $P_2 + P_{пара} = P_0 + \frac{mg}{S} = 1,5\cdot 10^5$ Па. Так как количество пара равно количеству воздуха, то давление пара равно давлению воздуха $P_{пара} = P_2 = 0,75\cdot 10^5$.

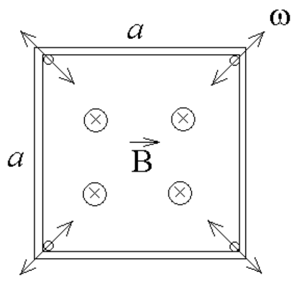
Относительная влажность воздуха равна $\varphi = \frac{P_{пара}}{P_{нас.пара}} = \frac{0,75\cdot 10^5}{10^5} = 0,75$

4) Конечное давление соответствует объему влажного воздуха

$$V_3 = \frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{(P_2 + P_{пара})} = \frac{2\cdot 0,0645\cdot 8,31\cdot 373}{1,5\cdot 10^5} = 2,67\cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$ и высоте поршня $h_3 = \frac{V_3}{S} = \frac{2,67\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{-3}} = 0,534$ м.

Поршень поднялся на 13,4 см

Ответ: 1) 1,16 г; 2) 25 кг; 3) 75%; 4)13,4 см



4. Из идеально упругого проводящего провода сделали замкнутый контур. С помощью четырех тонких вертикальных стержней контур растянули, придав ему форму горизонтального квадрата со стороной a_0 = 50 см. При таких размерах контур имеет сопротивление

R_0= 0,1 Ом. Затем в вертикальном направлении включили магнитное поле с индукцией В = 1 Тл, а растягивающие контур стержни привели в колебательное движение вдоль диагоналей квадрата по закону $x = A\sin\omega t$, где A = 1 мм,
ω = 100 рад/с. Форма контура при этом не меняется. Провод находится все время в натянутом состоянии, плотность его вещества не меняется. Сопротивление контура не зависит от температуры.
1) Найти среднюю тепловую мощность, выделяемую в контуре.
2) Чему равна максимальная сила Ампера, действующая на сторону квадрата?

Решение

Начальный объем вещества провода равен $V_0 = S_0 \cdot 4a_0$ и не меняется при растяжении. При изменении длины контура меняется площадь сечения $S = \frac{V_0}{4a} = \frac{S_0 4a_0}{4a} = \frac{S_0 a_0}{a}$, а также меняется сопротивление контура

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho 4a}{S_0\, a_0/a} = \frac{\rho 4a_0}{S_0}\frac{a^2}{a_0^2} = R_0\frac{a^2}{a_0^2}.$$

Длина стороны квадрата меняется при колебаниях стержней $a = a_0 + \sqrt{2}A\sin\omega t$

Магнитный поток сквозь контур $\Phi = B\cdot a^2$ меняется во времени, при этом в контуре возникает ЭДС индукции $|E_{инд}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = B\cdot 2a\frac{da}{dt} = 2\sqrt{2}BaA\omega\cdot\cos\omega t$

1) Тепловая мощность в контуре $P = \frac{E^2}{R} = \frac{8B^2a^2A^2\omega^2}{R_0\frac{a^2}{a_0^2}}\cdot\cos^2\omega t = \frac{8B^2a_0^2A^2\omega^2}{R_0}\cdot\cos^2\omega t$

Средний квадрат косинуса за период равен 1/2. Значит средняя мощность равна

$$\overline{P} = \frac{4B^2a_0^2A^2\omega^2}{R_0} = \frac{4\cdot 1\cdot 0,25\cdot 10^{-6}\cdot 10^4}{0,1} = 0,1\,\text{Вт}$$

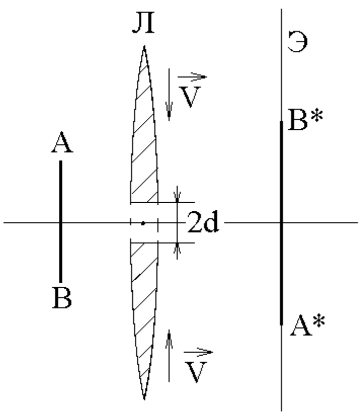
2) Сила тока, протекающая по контуру равна $I = \frac{E_{инд}}{R} = \frac{2\sqrt{2}BaA\omega\cos\omega t}{R_0\frac{a^2}{a_0^2}} = \frac{2\sqrt{2}Ba_0^2A\omega}{R_0 a}\cos\omega t$

Сила Ампера на сторону квадрата равна $F = B\cdot I\cdot a = \frac{2\sqrt{2}B^2a_0^2A\omega}{R_0}\cos\omega t$

Амплитуда силы Ампера есть максимальное значение

$$F_{max} = \frac{2\sqrt{2}B^2a_0^2A\omega}{R_0} = \frac{2\sqrt{2}\cdot 1\cdot 0,25\cdot 10^{-3}\cdot 100}{0,1} = 0,707\,\text{Н}$$

Ответы: 1) 0,1 Вт; 2) 0,707 Н.



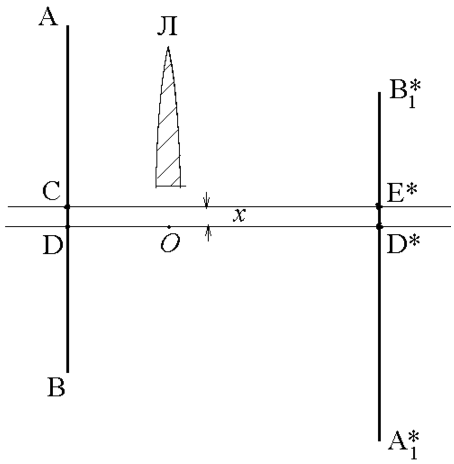
5. Серединный перпендикуляр к тонкому вертикальному стержню длины АВ = 8 см совпадает с главной оптической осью собирающей линзы Л. Изображение, полученное на экране Э, имеет размер А*В* = 12 см. Линзу разрезают по горизонтальному диаметру фрезой толщины 2d = 2 см.

1) Изменится ли размер изображения А*В*, если две оставшиеся части линзы поместить в их первоначальное положение, как показано на рисунке?

2) Найти скорость изменения длины изображения А*В* в случае сближения частей линзы со скоростями V = 1 мм/с.

3) Найти размер изображения А*В* в момент, когда части линзы соединятся.

4) Какую толщину фрезы надо подобрать, чтобы длина A*B* была максимальной при соединении частей линзы?



Решение

1) Изображение на экране создается любой частью линзы одинаково и накладывается друг на друга, увеличивая яркость общего изображения. Размер не изменится.
2) Рассмотрим поведение изображения $A_1^*B_1^*$ в верхней части линзы при ее смещении на x вниз. Оптическая ось линзы тоже сместится на x и изображена на рисунке линией DD*. Так как расстояния от линзы до предмета и от линзы до изображения не изменились, то и линейное увеличение $Г=\frac{A^*B^*}{AB}=1{,}5$ не изменилось. Таким образом, можно найти длину $D^*A_1^*=Г\cdot DA=1{,}5\cdot(CA+x)$ и

$E^*A_1^*=D^*A_1^*+x=1{,}5CA+2{,}5x$.

Изображение во второй части линзы строится аналогично и будет симметричным по отношению к первоначальной главной оптической оси CE*. Длина $E^*B_2^*$ на втором изображении будет равна $E^*A_1^*$ на первом изображении. Изображения наложатся друг на друга, и получится один длинный отрезок $A_1^*B_2^*=2\cdot E^*A_1^*=3CA+5x=L$

Скорость изменения длины изображения равна $\frac{\Delta L}{\Delta t}=\frac{5\Delta x}{\Delta t}=5V$ =5 мм/с

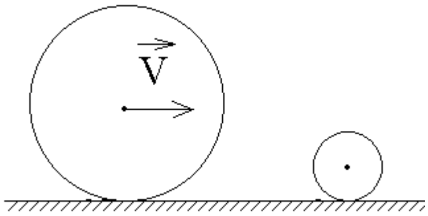
3) Когда линзы соединятся, $x=d$ и $L=3CA+5d=3\cdot4+5\cdot1=17$ см

4) Максимальное изображение $A_1^*B_2^*=3CA+5d$ будет достигнуто, когда изображения в каждой линзе будут иметь всего одну общую точку, то есть общее изображение в 2 раза больше первоначального изображения, т.е. $A_1^*B_2^*=3CA+5d=2\cdot A^*B^*=24$ см. Отсюда

$2d=2\cdot\frac{24-12}{5}=4{,}8$ см

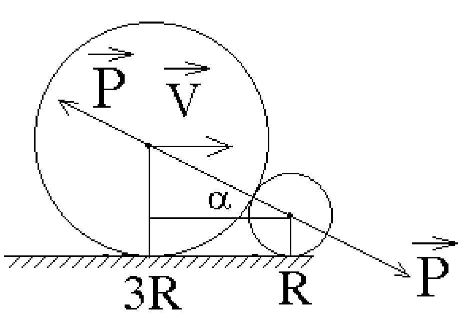
Ответы: 1) не изменится; 2) 5 мм/с; 3) 17 см; 4) 4,8 см.

Вариант 2



1.По гладкой горизонтальной поверхности скользит шарик с радиусом 3R=6 см со скоростью V = 1,3 м/с и налетает на покоящийся шарик с радиусом R. Вектор скорости лежит в вертикальной плоскости, проходящей через центры шариков. После абсолютно упругого удара второй шарик двигался , не отрываясь от поверхности стола. Плотность вещества первого шарика в 9 раз меньше плотности вещества второго шарика, ускорение свободного падения принять равным g=10 м/с^2, действием силы тяжести во время удара пренебречь. Найти расстояние между нижними точками шариков в момент времени первого удара первого шарика о поверхность. Ответ дать в сантиметрах, округлить до целых.

Решение



Из рисунка видно, что сила взаимодействия между шариками направлена под углом α к горизонту, где

$\sin\alpha=\frac{3R-R}{3R+R}=\frac{1}{2}$; $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Так как плотность материала первого шарика в 9 раз меньше, а объем пропорционален кубу радиуса, т.е. в 27 раз больше, то масса первого шарика в 3 раза больше первого: $M = 3m$.
Чтобы найти скорости шариков после удара, применим закон сохранения энергии и закон изменения импульса тела.
$\vec{P}$ это импульс силы взаимодействия шариков.
Тогда $P\cos\alpha = mV_2$
$-P\cos\alpha = MV_{1x} - MV \qquad P\sin\alpha = MV_{1y}$
Отсюда видно, что $V_{1x} = \dfrac{MV - mV_2}{M} = V - \dfrac{V_2}{3} \qquad V_{1y} = \dfrac{mV_2\sin\alpha}{M\cos\alpha} = \dfrac{V_2}{3\sqrt{3}}$

ЗСЭ: $\dfrac{MV^2}{2} = \dfrac{MV_1^2}{2} + \dfrac{mV_2^2}{2}$ или $V^2 = V_{1x}^2 + V_{1y}^2 + \dfrac{1}{3}V_2^2$. Подставим проекции первой скорости

$V^2 = V^2 - \dfrac{2}{3}VV_2 + \dfrac{1}{9}V_2^2 + \dfrac{1}{27}V_2^2 + \dfrac{1}{3}V_2^2$ или $\dfrac{13}{27}V_2^2 = \dfrac{2}{3}VV_2 \quad V_2 = \dfrac{18}{13}V, \quad V_{1x} = V - \dfrac{6}{13}V = \dfrac{7}{13}V; \quad V_{1y} = \dfrac{2\sqrt{3}}{13}V$

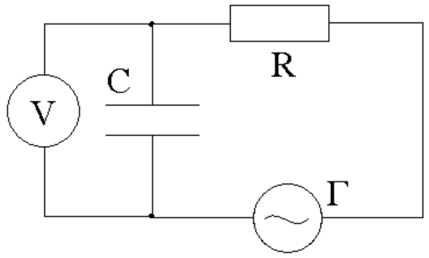
Время полета первого шарика $t = \dfrac{2V_{1y}}{g} = \dfrac{2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 0{,}1}{g} = 0{,}0693$ с. За это время второй шарик успел пройти путь, равный $L = V_2 t = 1{,}8\cdot 0{,}0693 = 0{,}125$ м

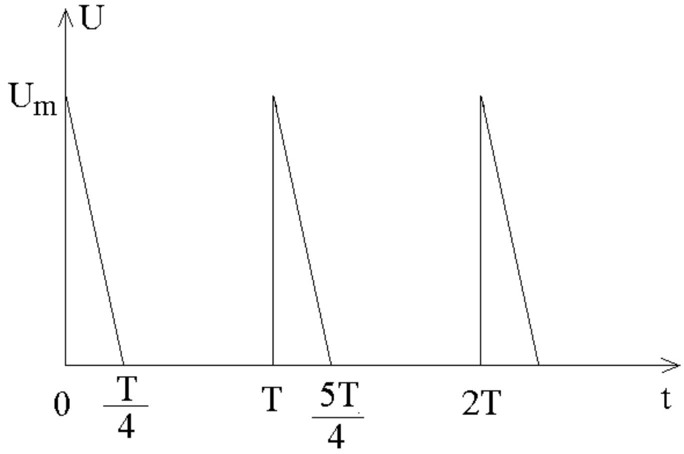
Дальность полета первого шарика $S = \dfrac{2V_{1x}V_{1y}}{g} = \dfrac{2\cdot 0{,}7\cdot 0{,}2\cdot\sqrt{3}}{10} = 0{,}048$ м

Начальное расстояние между нижними точками шариков равно
$L_0 = 4R\cos\alpha = 4\cdot 0{,}02\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}069$ м

Конечное расстояние между этими точками равно $L^* = L_0 - S + L = 0{,}069 - 0{,}048 + 0{,}125 = 0{,}146$ м
Ответ: 15 см

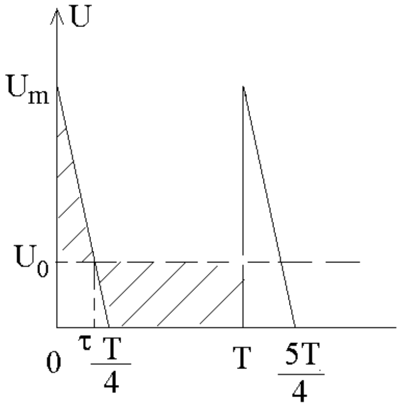
2.





На левом рисунке изображена электрическая схема, в которую включены конденсатор с емкостью C = 50 мкФ, резистор сопротивлением R = 20 Ом и высокочастотный импульсный генератор Г. Идеальный вольтметр измеряет напряжение на конденсаторе. На правом рисунке изображена зависимость от времени напряжения на клеммах генератора. Период T = 8 мкс, амплитуда напряжения U_m. Напряжение на конденсаторе увеличивается до некоторого значения U_0 и далее колеблется вокруг этого значения с амплитудой ΔU_C = 4 мВ. Оцените, чему равно это напряжение U_0, а также чему равна амплитуда напряжения U_m на генераторе? Ответ выразить в вольтах и округлить до сотых.
Внутреннее сопротивление генератора пренебрежимо мало.

Решение



Напишем закон Ома для замкнутой цепи в случае, когда на конденсаторе установилось напряжение $U_C \approx U_0$:

$I = \dfrac{U - U_0}{R}$. Как видно из графика, в течение времени τ сила тока положительна, и конденсатор в этот промежуток времени немного заряжается, а от момента τ до момента t=T сила тока отрицательна, что означает небольшую разрядку конденсатора. Чтобы на конденсаторе поддерживалось почти постоянное напряжение, заряд, пришедший на конденсатор за время τ, должен равняться заряду, ушедшему с конденсатора за время $T-\tau$. Это условие эквивалентно равенству площадей, заштрихованных на графике.

$\frac{1}{2}\tau\left(U_m - U_0\right) = \dfrac{(T-\tau)+(T-T/4)}{2}U_0$, откуда после упрощения следует: $4\tau U_m = 7TU_0$

Из подобия треугольников выразим τ: $\dfrac{U_m - U_0}{\tau} = \dfrac{U_m}{T/4} \Rightarrow \tau = \dfrac{T\left(U_m - U_0\right)}{4U_m}$ или

$4\tau U_m = T\left(U_m - U_0\right) = 7TU_0$. Отсюда находим $U_0 = \dfrac{U_m}{8}$ В, а также $\tau = \dfrac{7TU_0}{4U_m} = \dfrac{7T}{32} = 1{,}75\cdot 10^{-6}$ с.

Амплитуда колебаний заряда и напряжения на конденсаторе связаны формулой
$\Delta q = C\Delta U_C = 50\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-3} = 0{,}2\cdot 10^{-6}$ Кл. Но это значение равно увеличению заряда за время τ.

$\Delta q = \dfrac{\frac{1}{2}\tau\left(U_m - U_0\right)}{R} = \dfrac{1{,}75\cdot 10^{-6}}{2\cdot 20}\cdot\dfrac{7}{8}U_m = 3{,}83\cdot 10^{-8}U_m = 0{,}2\cdot 10^{-6}$ Кл. Отсюда находим $U_m = \dfrac{0{,}2\cdot 10^{-6}}{3{,}83\cdot 10^{-8}} = 5{,}22$ В

и $U_0 = \dfrac{U_m}{8} = \dfrac{5{,}22}{8} = 0{,}65$ В

3. В вертикальном цилиндре с гладкими теплопроводящими стенками под легким поршнем находится 2 литра сухого воздуха. Цилиндр погружен в большую кастрюлю с кипящей водой и не касается дна кастрюли. На поршне лежат четыре одинаковых груза. С помощью шприца под поршень медленно впрыскивают воду по 0,5 мг в секунду до тех пор, пока высота поршня увеличивалась от начальной h_1= 10 см до h_2= 30 см. После этого добавляют еще 0,5 мг воды, но высота не изменяется.
1) Сколько воды добавили из шприца (ответ дать в граммах с точностью до сотых)?
2) Какова масса каждого груза?
3) Какова станет влажность воздуха под поршнем, если убрать один груз?
4) На сколько сантиметров поднимется поршень после этого?
Атмосферное давление снаружи $P_0 = 10^5$ Па. Молярная масса воздуха μ_1 = 29 г/моль, молярная масса водяных паров μ_2 = 18 г/моль. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2.

Решение

Сначала определим площадь поршня: $S = \dfrac{V_1}{h_1} = \dfrac{2\cdot 10^{-3}}{0{,}1} = 2\cdot 10^{-2}$ м^2. Температура цилиндра и воздуха под поршнем равна 100ºС, так как вода кипит при атмосферном давлении $P_0=10^5$Па. Известно, что давление насыщенных паров зависит только от температуры и при 100ºС тоже равно $P_{нас}=10^5$Па. Так как поршень не изменил свою высоту при добавлении последней капли, то пар стал насыщенным.
Объем влажного воздуха под поршнем равен 6 л, так как высота увеличилась в 3 раза.

1) Из уравнения состояния водяного пара найдем массу пара:

$P_{нас}V_2 = \frac{m_{пара}}{\mu_2}RT \Rightarrow m_{пара} = \frac{\mu_2 P_{нас}V_2}{RT} = \frac{0,018\cdot10^5\cdot6\cdot10^{-3}}{8,31\cdot373} = 3,484$ г,

что соответствует $\nu_{пара} = \frac{m_{пара}}{\mu_2} = \frac{3,484}{18} = 0,194$ моль

2) Парциальное давление сухого воздуха при неизменной температуре при увеличении объема в 3 раза уменьшается от P_1 до $P_1/3$.
Напишем условие равновесия поршня в двух случаях

$P_1 = P_0 + \frac{4mg}{S}$; $\frac{P_1}{3} + P_{нас} = P_0 + \frac{4mg}{S}$

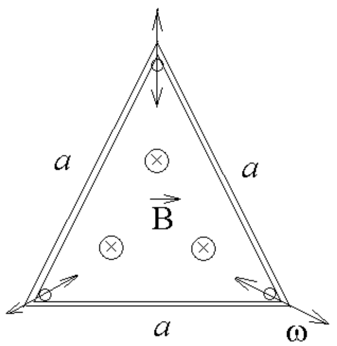
Из этого следует, что $P_1 = 1,5\cdot P_{нас} = 1,5\cdot10^5$ Па и $m = \frac{S(P_1 - P_0)}{4g} = \frac{2\cdot10^{-2}\cdot0,5\cdot10^5}{40} = 25$ кг.

Можно найти количество сухого воздуха под поршнем: $\nu_1 = \frac{P_1V_1}{RT} = \frac{1,5\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3}}{8,31\cdot373} = 0,0969$ моль

3) Если убрать один груз, то поршень найдет новое положение равновесия при давлении снаружи $P_2 + P_{пара} = P_0 + \frac{3mg}{S} = 10^5 + \frac{3\cdot250}{2\cdot10^{-2}} = 1,375\cdot10^5$ Па. Так как количество пара в 2 раза больше количества воздуха, то давление воздуха в 2 раза меньше давления пара
$P_{пара} + P_2 = 1,5\cdot P_{пара} = 1,375\cdot10^5$.
Отсюда находим $P_{пара} = 0,917\cdot10^5$

Относительная влажность воздуха равна $\varphi = \frac{P_{пара}}{P_{нас.пара}} = \frac{0,917\cdot10^5}{10^5} = 0,917$

4) Конечное давление соответствует объему влажного воздуха
$V_3 = \frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{(P_2 + P_{пара})} = \frac{3\cdot0,0969\cdot8,31\cdot373}{1,375\cdot10^5} = 6,55\cdot10^{-3}$ м^3 и высоте поршня $h_3 = \frac{V_3}{S} = \frac{6,55\cdot10^{-3}}{20\cdot10^{-3}} = 0,328$ м.
Поршень поднялся на 2,8 см
Ответ: 1) 3,48 г; 2) 25 кг; 3) 92%; 4)2,8 см



4. Из идеально упругого проводящего провода сделали замкнутый контур. С помощью трех тонких вертикальных стержней контур растянули, придав ему форму горизонтального равностороннего треугольника со стороной a_0 = 20 см. При таких размерах контур имеет сопротивление R_0= 0,2 Ом. Затем в вертикальном направлении включили магнитное поле с индукцией B = 5 Тл, а растягивающие контур стержни привели в колебательное движение вдоль биссектрис по закону $x = A\sin\omega t$, где A = 1 мм, ω = 200 рад/с. Форма контура при этом не меняется. Провод находится все время в натянутом состоянии, плотность его вещества не меняется. Сопротивление контура не зависит от температуры.
1) Найти среднюю тепловую мощность (в мВт), выделяемую в контуре.
2) Чему равна максимальная сила Ампера (в мН), действующая на сторону треугольника?

Решение

Начальный объем вещества провода равен $V_0 = S_0\cdot3a_0$ и не меняется при растяжении. При изменении длины контура меняется площадь сечения $S = \frac{V_0}{3a} = \frac{S_0 3a_0}{3a} = \frac{S_0a_0}{a}$, а также меняется сопротивление контура

$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho3a}{S_0 a_0/a} = \frac{\rho3a_0}{S_0}\frac{a^2}{a_0^2} = R_0\frac{a^2}{a_0^2}$.

Длина стороны треугольника меняется при колебаниях стержней $a = a_0 + \sqrt{3}A\sin\omega t$

Магнитный поток сквозь контур $\Phi = B\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ меняется во времени, при этом в контуре возникает ЭДС индукции $\left|E_{инд}\right| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = B\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 2a\frac{da}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2}BaA\omega\cdot\cos\omega t$

1) Тепловая мощность в контуре $P = \frac{E^2}{R} = \frac{3B^2a^2A^2\omega^2}{4\cdot R_0\frac{a^2}{a_0^2}}\cdot\cos^2\omega t = \frac{3B^2a_0^2A^2\omega^2}{4R_0}\cdot\cos^2\omega t$

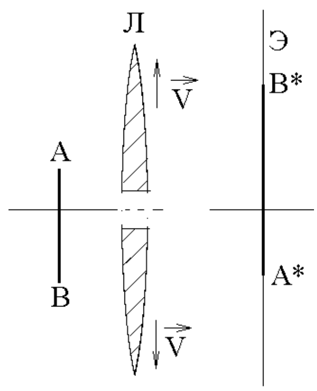
Средний квадрат косинуса за период равен 1/2. Значит средняя мощность равна $\overline{P} = \frac{3B^2a_0^2A^2\omega^2}{8R_0} = \frac{3\cdot 25\cdot 0{,}04\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^4}{1{,}6} = 0{,}075$ Вт

2) Сила тока, протекающая по контуру равна $I = \frac{E_{инд}}{R} = \frac{\sqrt{3}BaA\omega\cdot\cos\omega t}{2\cdot R_0\frac{a^2}{a_0^2}} = \frac{\sqrt{3}Ba_0^2A\omega}{2R_0a}\cos\omega t$

Сила Ампера на сторону квадрата равна $F = B\cdot I\cdot a = \frac{\sqrt{3}B^2a_0^2A\omega}{2R_0}\cos\omega t$

Амплитуда силы Ампера есть максимальное значение $F_{max} = \frac{\sqrt{3}B^2a_0^2A\omega}{2R_0} = \frac{\sqrt{3}\cdot 25\cdot 0{,}04\cdot 10^{-3}\cdot 200}{0{,}4} = 0{,}865$ Н

Ответы: 1) 75 мВт; 2) 865 мН.



5. Главная оптическая ось собирающей линзы Л пересекает отрезок АВ = 6 см перпендикулярно и делит его на две части в пропорции 1:2. Изображение, полученное на экране Э, имеет размер А*В* = 12 см. Линзу разрезают по горизонтальному диаметру и начинают раздвигать две половинки линзы в разные стороны по вертикали со скоростями V = 2 мм/с.

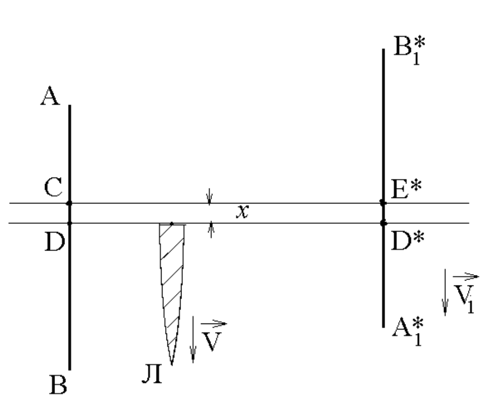
1) Найти скорость изменения длины изображения А*В*

2) Чему равно линейное увеличение изображения через 5 с.

3) Через сколько секунд линейное увеличение изображения станет максимальным? Чему оно равно в этот момент?

4) Если в начальный момент времени оптическая ось делит изображение в пропорции 2:1, то как изменится эта пропорция в момент максимального увеличения?

Решение



1) Рассмотрим поведение изображения $A_1^*B_1^*$ в нижней части линзы при ее смещении на x вниз. Оптическая ось линзы тоже сместится на x и изображена на рисунке линией DD*. Так как расстояния от линзы до предмета и от линзы до изображения не изменились, то и линейное увеличение $\Gamma = \frac{A_1^*B_1^*}{AB} = 2$ не изменилось, т.е. размер изображения не меняется, но само изображение движется вниз со скоростью V_1. Найдем длину $D^*A_1^* = \Gamma\cdot DA = 2\cdot(CA + x)$ и

$E^*A_1^* = D^*A_1^* + x = 2CA + 3x$.

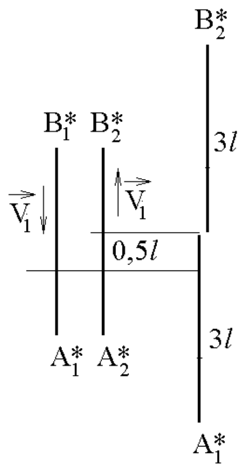
Скорость смещения изображения равна скорости точки A_1^* относительно оси CE^*:

$V_1 = \frac{\Delta\left(E^*A_1^*\right)}{\Delta t} = \frac{3\Delta x}{\Delta t} = 3V$ =6 мм/с.

Изображение $A_2^*B_2^*$ во второй половинке линзы будет двигаться с такой же скоростью, но вверх.

На экране будет наблюдаться наложение двух изображений в виде отрезка $A_1^*B_2^*$, длина которого будет увеличиваться со скоростью $2V_1$=12 мм/с

2) через 5 с длина изображения увеличится на 6 см и станет равной 18 см. Линейное увеличение в этот момент равно $Г = \frac{18}{6} = 3$



3) В тот момент, когда два изображения будут иметь только одну точку пересечения, единое изображение станет равным 24 см, т.е. на 12 см длиннее начального. Увеличение в этот момент равно $Г = \frac{24}{6} = 4$. Это произойдет через время $t = \frac{12\text{ см}}{1,2\text{см/с}} = 10$ с

4) Обозначим длину изображения $A^*B^* = 3l$. Точка пересечения двух изображений будет лежать посередине начального изображения, т.е. на 0,5l выше оптической оси CE*. Из рисунка видно, что единое изображение будет делиться оптической осью в пропорции $\frac{3,5}{2,5} = \frac{7}{5}$=7:5

Ответы: 1) 12 мм/с; 2) Г=3; 3) t= 10 с, Г=4; 4) 7:5