

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

"Тульский государственный университет"

Учебно - методическое пособие

для подготовки к олимпиаде школьников

по физике

«Наследники Левши»

Тула, 2019г

УДК 373:167.1:53
ББК 22.3я721

Авторский коллектив: Кажарская С.Е., Семин В.А., Якунова Е.В.,

Пособие переработанное и дополненное. Предназначено для подготовки к олимпиаде школьников 7-11-х классов по физике «Наследники Левши».

Изложен необходимый теоретический материал, начиная с 7-го класса по всем разделам физики, приведены разобранные олимпиадные задачи за период с 2012 по 2018 г. Расширен раздел «Оптика». Добавлен раздел «Астрофизика». Значительно увеличен справочный материал. Темы "Квантовая механика" и "Ядерная физика" отсутствуют, т.к. пособие составлено в соответствии с типовыми учебными планами.

©Кажарская С.Е., Семин В.А.,
Якунова Е.В., 2019

ISBN 978-5-89790-939-1 © Издательство ТулГУ, 2019

7 класс

Тема 1. Механическое движение

В физике характеристикой быстроты движения тела является **скорость**.

При равномерном движении скорость показывает какой путь прошло тело в единицу времени $v = \frac{S}{t}$. При равномерном движении

эта величина имеет одинаковое значение в любой промежуток времени.

В этой формуле v – скорость, S – путь, t – время движения. В системе

СИ единица измерения скорости $\frac{м}{с}$. Кроме численного значения скорости

важно знать и её направление, т.е. **скорость это векторная физическая величина**.

В случае неравномерного движения говорят о **средней скорости**

$v_{cp} = \frac{S}{t}$, т.е., весь пройденный путь надо разделить на все время в пути,

(даже если какое-то время тело оставалось неподвижным).

Примеры решения задач

1. Петя по утрам совершает велосипедные прогулки до озера и обратно. К озеру он едет со скоростью $V_1 = 9 км/ч$. Обратная дорога идет под уклон и он едет со скоростью $V_2 = 15 км/ч$. Определить среднюю скорость мальчика за время прогулки.

Решение

Торопливые школьники отвечают на этот вопрос $12 км/ч$. так можно считать среднюю скорость только тогда, когда время движения с одной и другой скоростью одинаково. Вспомним, что средняя скорость равна отношению пройденного пути к затраченному времени.

Путь до озера обозначим S , тогда средняя скорость $V_{cp} = \frac{2S}{t_1 + t_2}$.

Путь к озеру и обратно одинаковый, поэтому $S = V_1 t_1 = V_2 t_2$. Отсюда

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{9}{15} = 0,6, \quad \text{то есть} \quad t_2 = 0,6 t_1, \quad \text{а средняя скорость}$$

$$V_{cp} = \frac{2V_1 t_1}{t_1 + 0,6 t_1} = \frac{2 \cdot 9 t_1}{1,6 t_1} = 11,25 \text{ км/ч}.$$

2. Колонна автомашин, движущихся со скоростью $V_1 = 30 \text{ км/ч}$, растянулась на $L = 200 \text{ м}$. Сопровождающий на мотоцикле едет от головы колонны до хвоста и обратно со скоростью $V_2 = 50 \text{ км/ч}$. Сколько времени он при этом затратил?

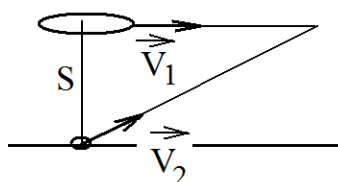
Решение

Время на путь от головы до хвоста $t_1 = \frac{L}{V_2 + V_1}$, обратно $t_2 = \frac{L}{V_2 - V_1}$. Общее время

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{V_2 + V_1} + \frac{L}{V_2 - V_1} = \frac{2LV_2}{(V_1 + V_2)(V_2 - V_1)} = \frac{2LV_2}{V_2^2 - V_1^2} = 0,0125 \text{ ч} = 45 \text{ с}$$

3. Пароход движется по озеру параллельно берегу на расстоянии $S = 1 \text{ км}$ от него со скоростью $V_1 = 30 \text{ км/ч}$. Отставший пассажир на катере решает догнать пароход. В начальный момент катер находится у берега, на одном перпендикуляре с пароходом, скорость катера $V_2 = 50 \text{ км/ч}$. За какое время пассажир догонит теплоход?

Решение

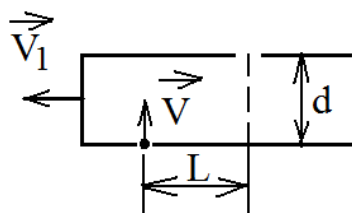


Обозначим путь пройденный пароходом к моменту встречи S_1 , а катером S_2 . Из рисунка видно, что $S_2^2 = S^2 + S_1^2$. Подставляя скорости, получим $(V_2 t)^2 = S^2 + (V_1 t)^2$. Отсюда время равно

$$\text{но } t = \frac{S}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2500 - 900}} = 0,025 \text{ ч} = 1,5 \text{ мин}$$

4. Вагон шириной $d = 2,4 \text{ м}$, движущийся со скоростью $V_1 = 54 \text{ км/ч}$, был пробит пулей, летящей горизонтально, перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стене в направлении движения составило $L = 6 \text{ см}$. Определите скорость V пули относительно земли.

Решение



Время полета пули от одной стенки вагона до другой $t = \frac{d}{V}$. За это время вагон смещается на расстояние $L = V_1 t = \frac{V_1 d}{V}$.

Тогда скорость пули $V = \frac{V_1 d}{L} = \frac{15 \cdot 2,4}{0,06} = 600 \text{ м/с}$

5. Идущая вверх по реке моторная лодка встретила сплавляемый по течению реки плот. Через $t_1 = 1 \text{ час}$ после встречи лодочный мотор заглох. Ремонт мотора продолжался $t_2 = 30 \text{ мин}$. В течение этого времени лодка свободно плыла вниз по течению. После ремонта лодка поплыла вниз по течению с прежней относительно воды скоростью и нагнала плоты на расстоянии $S = 7,5 \text{ км}$ от места их первой встречи. Определить скорость течения реки, считая её постоянной.

Решение

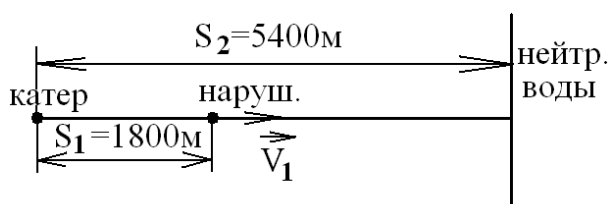
Расстояние между лодкой и плотом увеличивалось в течение часа, во время ремонта расстояние между ними не менялось. Скорость лодки относительно воды (и плота) после ремонта осталась прежней, следовательно, лодка догонит плот через $t_3 = 1 \text{ час}$ после ремонта. Общее время движения плота $t = t_1 + t_2 + t_3 = 2,5 \text{ час}$. Тогда скорость течения реки

$$v = \frac{S}{t} = \frac{7,5 \text{ км}}{2,5 \text{ час}} = 3 \text{ км/час}.$$

Ответ: 3 км/час

6. Катер береговой охраны догоняет корабль-нарушитель, движущийся со скоростью $v_1 = 12$ м/с к нейтральным водам. С какой минимальной скоростью v_2 должен двигаться катер, чтобы догнать нарушителя в своих территориальных водах? Расстояние от катера до корабля $S_1 = 1800$ м, а от катера до границы нейтральных вод $S_2 = 5400$ м.

Решение



Нарушитель дойдет до нейтральных вод за время $t = \frac{S_2 - S_1}{v_1}$. Тогда катер должен

$$\text{идти со скоростью } v_2 = \frac{S_2}{t} = \frac{S_2 v_1}{S_2 - S_1} = \frac{5400 \cdot 12}{3600} = 18 \text{ м/с}$$

7. Определите скорость течения воды в Волге на участке, где скорость грузового теплохода по течению равна 600 км/сут., а против течения - 336 км/сут.

Решение

Пусть V_1 скорость теплохода в неподвижной воде, а модуль скорости течения реки - V . Тогда скорость движения теплохода по течению будет $V_1 + V$, против течения $V_1 - V$

Из условия известно, что $V_1 + V = 600$ км/сут., а $V_1 - V = 336$ км/сут.

Решая совместно, находим, что $V = 5,5$ км/ч

Ответ: $V = 5,5$ км/ч

8. Сколько времени мимо мотоциклиста, движущегося со скоростью 63 км/ч, будет проезжать встречная колонна автомобилей длиной 300 м, имеющая скорость 45 км/ч?

Решение

Колонна автомобилей по отношению к мотоциклисту будет двигаться со скоростью

$V = V_1 + V_2$, где

V_1 - скорость мотоциклиста

V_2 - скорость движения колонны

Тогда $t = \frac{l}{V_1 + V_2}$; $t = 10\text{с}$

Ответ: $t = 10\text{с}$

9. За сутки молодой бамбук может вырасти на 86,4 см. На сколько мм он вырастет за секунду?

Решение

$$S^1 = \frac{S}{t}$$

$$S^1 = \frac{0.864\text{м}}{86400\text{с}} = 0,00001\text{м}$$

$$S^1 = 0,01\text{мм}$$

Ответ: $S^1 = 0,01\text{ мм}$

Тема 2. Силы в природе

Мерой взаимодействия тел является сила, F . Эта физическая величина является векторной величиной. Результат действия силы зависит от её численного значения, направления и точки приложения. Единицей измерения в системе СИ является ньютон (Н).

Если на тело действуют несколько сил, то их надо сложить векторно, с учетом направлений. **Сила, которая производит на тело такое же действие, как несколько одновременно действующих сил, называется равнодействующей этих сил.**

Сила, с которой Земля притягивает к себе тело, называется силой тяжести $F = mg$. Величина $g = 9,8 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ называется ускорением свободного падения. Сила тяжести приложена к центру масс тела и направлена к центру Земли.

Вес тела, P – это сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес.

При соприкосновении тел друг с другом, возникает сила, препятствующая их относительному движению, которую называют **силой трения**. Различают силы трения скольжения и покоя.

Силой упругости называется сила, возникающая в теле в результате его деформации и стремящаяся вернуть тело в исходное положение. Модуль этой силы равен (закон Гука)

$$F_{уп} = k \Delta l,$$

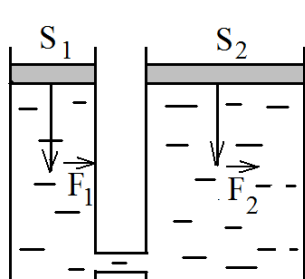
где $\Delta l = |l - l_0|$ - удлинение или деформация пружины (шнура), k – жёсткость, которая зависит от формы, размеров деформируемых тел и от материала из которого они изготовлены.

Давление. Сила Архимеда.

Давление (p) равно отношению силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади этой поверхности $p = \frac{F}{S}$, где S – площадь поверхности.

За единицу давления в системе СИ принимается паскаль ($Па$).

Закон Паскаля: давление, производимое на жидкость или газ, передается в любую точку одинаково по всем направлениям.



$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1}, \text{ , следовательно отношение сил}$$

равно отношению площадей поршня $\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$

Давление столба жидкости (или газа), высотой h равно

$$p = \rho gh,$$

где ρ - плотность жидкости (или газа).

Давление на боковые стенки сосуда $p = \frac{1}{2} \rho gh$.

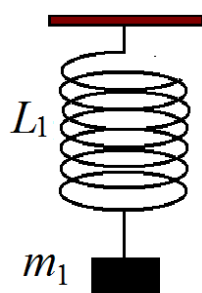
Земная поверхность и все, находящиеся на Земле тела, испытывают давление всей толщи воздуха (несколько тысяч км), то есть **испытывают атмосферное давление**.

При нормальных условиях атмосферное давление $p = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101300 \text{ Па}$.

Сила Архимеда

$$F = \rho g V ,$$

где ρ - плотность жидкости (или газа), в которую погружено тело, V – объём тела в случае полного погружения, или объём части тела, находящийся в жидкости при частичном погружении.



Примеры решения задач

1. К пружине, висящей вертикально, подвешивают груз массой $m_1 = 100 \text{ г}$. Длина пружины становится равна $L_1 = 16 \text{ см}$. Если к той же пружине подвесить груз массой $m_2 = 200 \text{ г}$, то её длина становится $L_2 = 18 \text{ см}$. Определить жесткость пружины и её длину в недеформированном состоянии.

Решение

На груз действуют сила тяжести $F_T = mg$, направленная вниз и сила упругости пружины $F_{\text{упр}} = k\Delta L$, направленная вверх. По величине эти силы равны друг другу. Запишем это равенство для двух грузов

$$\left. \begin{array}{l} m_1 g = k(L_1 - L_0) \\ m_2 g = k(L_2 - L_0) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{L_2 - L_0}{L_1 - L_0} = 2$$

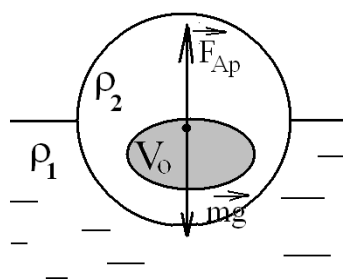
Из этого равенства находим длину недеформированной пружины $L_0 = 2L_1 - L_2 = 14 \text{ см}$.

$$\text{Жесткость пружины } k = \frac{m_1 g}{L_1 - L_0} = \frac{0,1 \cdot 10}{0,16 - 0,14} = 50 \text{ Н / м}$$

Ответ: 50 Н / м , 14 см

2. Полый шар, отлитый из чугуна, плавает в воде, погрузившись наполовину. Найти объем внутренней полости шара, если масса шара $m = 5 \text{ кг}$, плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг / м}^3$, плотность чугуна $\rho_2 = 7800 \text{ кг / м}^3$.

Решение



Пусть объем шара V , а объем полости в нем V_0 .

На шар действуют сила тяжести и сила Архимеда, их векторная сумма равна нулю, т.е.

$$mg = F_{Ap},$$

$$mg = \rho_1 \frac{V}{2} g, \text{ отсюда } V = \frac{2m}{\rho_1}.$$

Масса шара равна $m = \rho_2(V - V_0)$, т.е. $V - V_0 = \frac{m}{\rho_2}$.

$$\text{Тогда объем полости } V_0 = m \left(\frac{2}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) = 5 \left(\frac{2}{10^3} - \frac{1}{7,8 \cdot 10^3} \right) = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3. \quad \mathbf{3.}$$

Стальной кубик плавает в воде, погрузившись на 75%. Масса кубика $m = 4 \text{ кг}$. Внутри кубика имеется полость. Найти объем этой полости. Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг / м}^3$, плотность стали $\rho_2 = 7800 \text{ кг / м}^3$.

Решение

Пусть объем кубика V , а объем полости в нем V_0 . На кубик действуют сила тяжести и сила Архимеда, их векторная сумма равна нулю, т.е.

$$mg = F_{Ap},$$

$$mg = \rho_1 0,75 V g, \quad V = \frac{m}{0,75 \rho_1}$$

Масса шара равна $m = \rho_2(V - V_0)$, т.е. $V - V_0 = \frac{m}{\rho_2}$

Тогда объём полости

$$V_0 = m \left(\frac{1}{0,75\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

4. При плавании рыболовной шхуны массы $m = 200 \text{ тонн}$ в пресной воде при погружении судна до ватерлинии его загрузка рыбой $m_1 = 50 \text{ тонн}$. Чему равна грузоподъёмность шхуны в морской воде? Плотность пресной воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, морской $\rho_2 = 1030 \text{ кг/м}^3$. **Реше-**

ние

При плавании тела сила тяжести mg должна быть равна силе Архимеда $F = \rho g V$, где V - объём погруженной в жидкость части тела, т.е. объём нижней части тела (до ватерлинии).

В пресной воде $(m_1 + m)g = \rho_1 g V$. отсюда определяем объём

$$V = \frac{m_1 + m}{\rho_1} = \frac{(200 + 50) \cdot 10^3}{1000} = 250 \text{ м}^3.$$

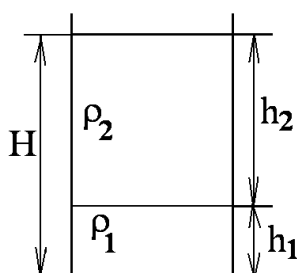
В морской воде $(m_2 + m)g = \rho_2 g V$, следовательно, масса груза в соленой воде $m_2 = \rho_2 V - m = 1030 \cdot 250 - 200 \cdot 10^3 = 57,5 \cdot 10^3 \text{ кг}$.

Следовательно, грузоподъёмность судна в морской воде $P = m_2 g = 575 \cdot 10^3 \text{ Н} = 575 \text{ кН}$.

Ответ: 575 кН

5. В цилиндрический сосуд налиты ртуть и поверх неё масло. Масса масла в два раза меньше массы ртути. Сосуд наполнен до высоты $H = 30$ см. Определите давление на дно сосуда, если плотность ртути $\rho_1 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность масла $\rho_2 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, атмосферное давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$.

Решение



По условию $m_1 = 2m_2$. Отсюда $2\rho_2 S h_2 = \rho_1 S h_1$, где S - площадь сечения сосуда. Тогда высота

$$\text{масла } h_2 = \frac{h_1 \rho_1}{2 \rho_2}. \quad H = h_1 + h_2 = h_1 + \frac{h_1 \rho_1}{2 \rho_2}.$$

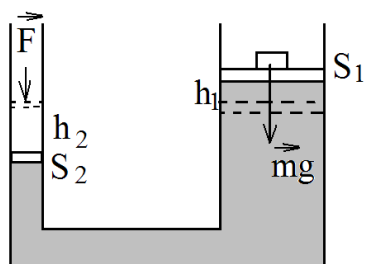
$$\text{Высота ртути в сосуде } h_1 = \frac{H}{1 + \rho_2 / 2 \rho_1} = 0,035 \text{ м, а масла } h_2 = 0,265 \text{ м.}$$

Давление на дно

$$P = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 10^5 + 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,035 + 0,9 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,265 = 107 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

6. Груз массой $m = 1500 \text{ кг}$ поднимают с помощью гидравлического пресса. Малый поршень переместился на расстояние $\ell_2 = 40 \text{ см}$? Площадь малого поршня в 20 раз меньше площади большого. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Определить силу, приложенную к малому поршню.

Решение



Из равенства объёмов получаем жидкости, вытесненной из одного цилиндра и перетёкшей в другой цилиндр, получаем $S_1 h_1 = S_2 h_2$.

Тогда большой поршень поднялся на высоту

$$h_1 = \frac{S_2 h_2}{S_1} = \frac{0,4}{20} = 0,02 \text{ м.}$$

Из равенства давлений следует $\frac{mg}{S_1} = \frac{F}{S_2}$ и

$$F = \frac{S_2}{S_1} mg = \frac{1500 \cdot 10}{20} = 750 \text{ Н}$$

7. До какой высоты следует налить в цилиндрический сосуд жидкость, чтобы сила давления жидкости на дно сосуда была равна силе давления на его стенки. Высота сосуда $H = 20 \text{ см}$, радиус $R = 15 \text{ см}$.

Решение

Сила давления на дно сосуда $F_1 = S_1 p_1 = \pi R^2 \cdot \rho g h$.

Сила давления на боковую стенку $F_2 = S_2 p_2 = 2\pi R h \cdot \frac{1}{2} \rho g h$.

По условию эти силы равны друг другу $\pi R^2 \cdot \rho g h = 2\pi R h \cdot \frac{1}{2} \rho g h$.

Получаем $h = R = 15 \text{ см}$.

Ответ: 15 см

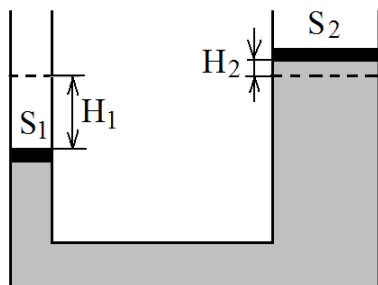
8. Какова высота телевизионной башни в Останкино, если атмосферное давление на первом этаже $p_0 = 101,3 \text{ кПа}$, а на вершине башни $p = 95,4 \text{ кПа}$.

Решение

Давление уменьшается примерно на 1 мм рт ст = 133 Па при увеличении высоты на $h = 12 \text{ м}$. Определяем разность давлений

$$\Delta p = p_0 - p = 5,9 \text{ кПа} . \text{ высота башни } H = h \frac{\Delta p}{\Delta p_1} = 12 \frac{5,9}{0,133} = 532 \text{ м}$$

Ответ: 532 м



9. Малый поршень гидравлического пресса за один ход опускается на $H_1 = 25 \text{ см}$, а большой поднимается на $H_2 = 5 \text{ мм}$. Определить силу давления, передаваемую на большой поршень, если на малый действует сила $F_1 = 200 \text{ Н}$.

ла $F_1 = 200 \text{ Н}$.

Решение

Из равенства объема вытесненной жидкости в узком колене и увеличения объема жидкости в широком колене получаем $S_1 H_1 = S_2 H_2$. Из равенства давлений

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1} = \frac{F_1 H_1}{H_2} = \frac{200 \cdot 0,25}{0,005} = 10 \text{ кН}$$

Ответ: 10 кН.

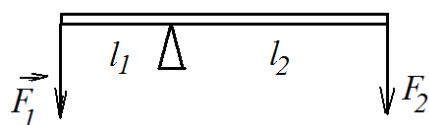
Тема 3. Момент силы. Условия равновесия тел.

Моментом силы M называется произведение модуля силы F , вращающей тело на её плечо l

$$M = Fl$$

Плечом силы называется кратчайшее расстояние между точкой опоры (осью вращения) до линии действия силы.

Условия равновесия тела:



1. Геометрическая сумма всех сил, приложенных к телу равна нулю

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = 0$$

2. Алгебраическая сумма моментов сил относительно любой оси должна равняться нулю

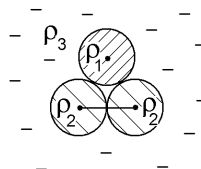
$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots = 0.$$

В это уравнение моменты сил, вращающих тело по часовой стрелке, берутся с одним знаком, а против часовой стрелки с другим. В этих задачах важно соблюдать точку приложения силы. Например, нужно помнить, что сила тяжести приложена к центру масс тела.

Для приведенного рисунка $F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0$, если стержень лёгкий и силой тяжести можно пренебречь.

Примеры решения задач

1. Два одинаковых цилиндра скреплены так, что их оси лежат в горизонтальной плоскости. Сверху на них лежит такой же цилиндр и вся система плавает, погруженная в жидкость с плотностью $\rho_3 = 800 \text{ кг/м}^3$. Найти плотность материала ρ_2 , из которого сделаны нижние цилиндры, если верхний цилиндр имеет плотность $\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3$.



Решение

Сила тяжести, действующая на цилиндры, уравновешивается силой Архимеда $g(m_1 + m_2 + m_3) = F_A$; Учитывая, что масса $m = \rho V$, получаем

$$gV(\rho_1 + 2\rho_2) = 3g\rho_3 V; \quad (\rho_1 + 2\rho_2) = 3\rho_3$$

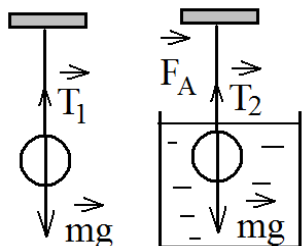
$$\rho_2 = \frac{3\rho_3 - \rho_1}{2} = \frac{3 \cdot 800 - 1200}{2} = 600 (\text{кг} / \text{м}^3)$$

Ответ: $\rho_2 = 600 \text{ кг} / \text{м}^3$

4. Вес некоторого тела в воздухе в три раза больше, чем в воде. Чему равна плотность этого тела, если плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг} / \text{м}^3$.

Решение

В данной задаче вес тела равен силе натяжения нити, т.е. $T_1 = P_1; T_2 = P_2$.



Вес тела в воздухе $P_1 = mg = \rho_2 Vg$

Вес тела в жидкости $P_2 = mg - F_{Ap}$

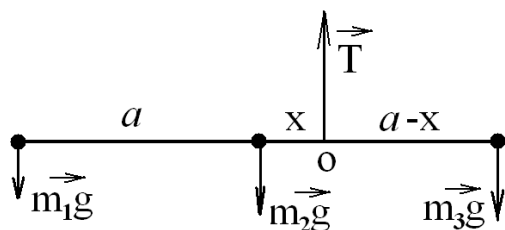
Так как $P_1 = 3P_2$, то

$$mg = 3mg - 3F_{Ap} \Rightarrow 2mg = 3F_{Ap}; \quad 2\rho_2 gV = 3\rho_1 gV.$$

$$\text{Плотность тела } \rho_2 = \frac{3\rho_1}{2} = 1500 \text{ кг} / \text{м}^3.$$

Ответ: $\rho = 1500 \text{ кг} / \text{м}^3$

2. Три шарика, массы которых равны $m_1 = 1\text{г}$, $m_2 = 2\text{г}$ и $m_3 = 3\text{г}$ укреплены на невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии $a = 12 \text{ см}$ друг от друга. На каком расстоянии от первого шара надо подвесить стержень, чтобы система находилась в равновесии?



Решение

Действующие на стержень силы приведены на рисунке. Запишем сумму моментов сил относительно точки О

$$m_1 g(a + x) + m_2 g x - m_3 g(a - x) = 0$$

Из этого уравнения выражаем расстояние до точки подвеса

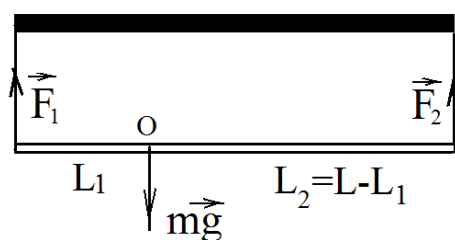
$$x = \frac{(m_3 - m_1)a}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(3-1)12}{1+2+3} = 4(\text{см}). \text{ Тогда расстояние от первого груза до}$$

точки подвеса $\ell_1 = x + a = 16\text{см}$.

Ответ: 16см

3. Легкий стержень длиной $L = 2\text{ м}$ подвешен за края на двух пружинах одинаковой длины. При этом стержень расположен горизонтально. На расстоянии $0,8\text{ м}$ от первой пружины подвешен груз массой 200 г . Жёсткость первой пружины $k_1 = 6\text{ Н/м}$. Найти жесткость второй пружины, если стержень после подвешивания груза остался в горизонтальном положении.

Решение



На стержень действуют две силы упругости, равные $F_1 = k_1 \Delta x$, $F_2 = k_2 \Delta x$

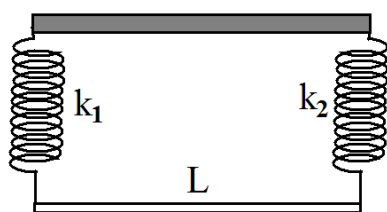
Так как стержень остается в горизонтальном положении, то изменение длины пружины одинаковое. Запишем моменты сил, действующих на стержень относительно точки О:

$k_1 \Delta x L_1 - k_2 \Delta x L_2 = 0$. (момент силы тяжести стержня равен 0)

$$k_1 L_1 - k_2 (L - L_1) = 0$$

$$\text{Жесткость второй пружины } k_2 = \frac{k_1 L_1}{L - L_1} = \frac{6 \cdot 0,8}{2 - 0,8} = 4\text{ Н/м}$$

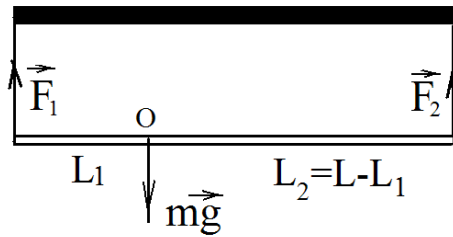
Ответ: 4Н/м



4. Лёгкий стержень длиной $L = 1\text{ м}$ подвешен на двух пружинах одинаковой длины (см. рисунок). Жёсткость первой пружины $k_1 = 6\text{ Н/м}$, второй $k_2 = 4\text{ Н/м}$.

На стержень садится воробей. На каком расстоянии от первой пружины он сел, если стержень остался в горизонтальном положении?

Решение



На стержень действуют две силы упругости, равные

$$F_1 = k_1 \Delta x, F_2 = k_2 \Delta x$$

Так как стержень остается в горизонтальном положении, то изменение

длины пружины одинаковое. Запишем моменты сил, действующих на стержень относительно точки O

$$k_1 \Delta x L_1 - k_2 \Delta x L_2 = 0. \quad (\text{момент силы тяжести} = 0)$$

$$k_1 L_1 - k_2 (L - L_1) = 0 \Rightarrow L_1 = \frac{k_2 L}{k_1 + k_2} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ м}$$

Ответ: 0,4 м

Тема 3 Механическая работа. Мощность.

Коэффициент полезного действия. Механическая энергия

Механическая работа (A) прямо пропорциональна пройденному телом пути (S) и приложенной силе (F), кроме того работа зависит от направления действия силы.

Работа $A = FS \cos \alpha$,

где α - угол между направлением действия силы и направлением перемещения тела.

Работа силы трения $A_{mp} = F_{mp} S \cos 180^\circ = -F_{mp} S$.

Если сила постоянна и совпадает с направлением движения тела, то для определения работы можно пользоваться формулой $A = FS$.

Единица работы - джоуль (Дж).

Мощность равна отношению работы ко времени, за которое она была совершена $N = \frac{A}{t}$. Измеряется мощность в *ваттах* (Вт).

На практике совершаемая с помощью механизмов полная работа всегда больше, чем полезная.

Отношение полезной работы к полной работе называется коэффициентом полезного действия механизма или КПД (η). обычно КПД

выражают в процентах $\eta = \frac{A_n}{A_s} \cdot 100\%$.

Энергия – физическая величина, показывающая, какую работу может совершить тело.

Совершенная телом работа равна изменению энергии.

Энергия, как и работа, измеряется в *джоулях*.

Потенциальной называется энергия, которая определяется взаимным положением взаимодействующих тел или частей одного и того же тела.

Потенциальная энергия тела, поднятого относительно Земли, равна

$$E_n = mgh,$$

где h – высота, на которую поднят центр масс тела. В условиях конкретной задачи за нулевой уровень не обязательно принимать поверхность Земли.

Потенциальная энергия сжатой пружины $E_n = \frac{k(\Delta l)^2}{2},$

где k - жёсткость пружины.

Кинетической называется энергия, которой обладает тело вследствие своего движения.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Явления природы обычно сопровождаются превращением одного вида энергии в другой.

Примеры решения задач

1. Сергей, стоя на балконе на высоте $h = 2$ м от тротуара, бросает вертикально вниз теннисный мяч. С какой минимальной скоростью надо его бросить, чтобы Николай, стоя на балконе второго этажа на высоте $H =$

4,5 м, смог его поймать? Удар считать абсолютно упругим, силой сопротивления воздуха пренебречь.

Решение

В условиях данной задачи можно использовать закон сохранения механической энергии $\frac{mv^2}{2} + mgh = mgH$, так как скорость мяча на высоте

H равна нулю. Следовательно, скорость мяча

$$v = \sqrt{2g(H - h)} = \sqrt{2 \cdot 10(4,5 - 2)} = \sqrt{50} = 7,1 \text{ м/с}$$

Ответ: 7,1 м/с

2. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы поднять землю на поверхность при рытье колодца, если его глубина $H = 10$ м, а площадь поперечного сечения $S = 2 \text{ м}^2$. Масса одного кубического метра земли в среднем равна 2 тонны. Считать, что вынимаемый грунт рассыпается тонким слоем по поверхности земли.

Решение

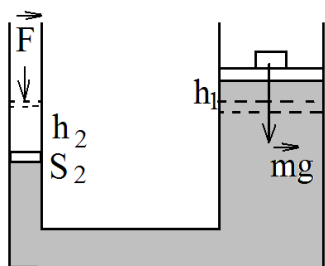
Уровень начала отсчета выберем проходящим через центр тяжести невынутой земли. Тогда минимальная работа по понятию грунта равна изменению его потенциальной энергии $A = mgH/2$.

Масса вынутого грунта $m = \rho \cdot V = \rho SH$,

тогда работа равна $A = \frac{\rho g s H^2}{2}$.

3. Какая работа затрачена на подъем груза массой $m = 1500 \text{ кг}$ с помощью гидравлического пресса, если при этом малый поршень переместился на $\ell_2 = 40 \text{ см}$? Площадь малого поршня в 20 раз меньше площади большого. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение



S_1 Работа по подъему груза $A = mgh_1$.

Из равенства объемов получаем $S_1 h_1 = S_2 h_2$.

Тогда большой поршень поднялся на высоту $h_1 = \frac{S_2 h_2}{S_1} = \frac{0,4}{20} = 0,02 \text{ м}$

Тогда работа равна $A = 300 \text{ Дж}$

4. Найти мощность потока воды, текущего по трубе радиуса $R = 20 \text{ см}$ со скоростью $v = 2 \text{ м/с}$. Плотность воды $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение

Мощность $N = \frac{A}{t}$ (1). Поток воды может совершить работы за счет

имеющейся у него кинетической энергии $A = E_k = \frac{mv^2}{2}$ (2).

Масса воды $m = \rho V = \rho SL = \rho Svt = \rho \pi R^2 vt$.

В этой формуле V – объём, $S = \pi R^2$ - площадь сечения трубы, $L = vt$ - расстояние, которое проходит вода за время t . Подставляя массу в (2), а

работу в (1) получаем для мощности $N = \frac{\rho \pi R^2 v^3}{2} = 502 \text{ Вт}$

Ответ: 502 Вт

5. Для растяжения недеформированной пружины на $\Delta l_1 = 1 \text{ см}$ требуется сила $F = 30 \text{ Н}$. Какую работу надо совершить для сжатия этой же пружины на $\Delta l_2 = 20 \text{ см}$?

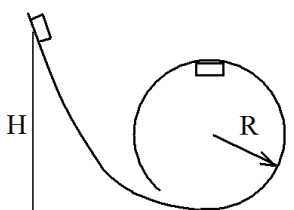
Решение

Из закона Гука найдём жёсткость пружины $k = \frac{F}{\Delta l_1}$.

Работа по сжатию пружина равна энергии деформированной пружины

$$A = \frac{k(\Delta l_2)^2}{2} = \frac{F(\Delta l_2)^2}{\Delta l_1 2} = \frac{30(0,2)^2}{0,01 \cdot 2} = 60 \text{ Н}.$$

Ответ: 60 Н



6. Шайбу пускают с высоты $H = 3,8 \text{ м}$ по наклонному желобу, переходящему в петлю радиуса

$R = 1\text{ м}$. Чему равна скорость шайбы в верхней точке петли? Все поверхности считать гладкими.

Решение

При отсутствии силы трения, можем воспользоваться равенством энергий на высоте H (скорость равна нулю) и в верхней точке петли

$$\frac{mv^2}{2} + mg2R = mgH. \quad \text{Отсюда} \quad \text{находим} \quad \text{скорость}$$

$$v = \sqrt{2g(H - 2R)} = \sqrt{2 \cdot 10(3,8 - 2)} = 6\text{ м/с}$$

Ответ: 6 м/с

7. Мальчик стреляет из пружинного пистолета вертикально вверх. Пружина имеет длину $l_0 = 18\text{ см}$. До какой высоты поднимется шарик массой $m = 10\text{ г}$, если при выстреле пружина была сжата до длины $l = 10\text{ см}$.

Жёсткость пружины $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, сопротивлением воздуха и сопротивле-

нием движению пули внутри ствола пренебречь.

Решение

Из закона сохранения энергии следует, что энергия деформированной пружины полностью переходит в кинетическую энергию пули. За счёт этой энергии пуля поднимается вверх, пока её скорость не станет равна нулю. При этом вся кинетическая энергия перейдёт в потенциальную

$$\frac{k(\Delta l)^2}{2} = mgh. \text{ Высота подъёма пули } h = \frac{k(\Delta l)^2}{2mg} = \frac{100(0,18 - 0,1)}{2 \cdot 0,01 \cdot 10} = 40\text{ м}.$$

Ответ: 40 м

8. Какую минимальную работу надо затратить, чтобы поднять лежащий на земле столб массы $m = 50\text{ кг}$ длиной $l = 2\text{ м}$?

Решение

Работа, совершаемая при подъёме столба, идёт на сообщение ему потенциальной энергии, т.е. $A = mgh = mg \frac{l}{2} = 50 \cdot 10 \cdot 1 = 100\text{ Дж}$, (помним,

что высота отсчитывается от центра масс тела, который находится в центре столба).

Ответ: 100 Дж

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ 8 – 11 КЛАССОВ

Тема 1. Кинематика

Основные формулы кинематики

Равномерное движение: $v = \text{const}$; $S = vt$; $x = x_0 + vt$;

Средняя скорость при неравномерном движении $v = \frac{S}{t}$

где S – путь, пройденный за время t

Равнопеременное движение: (ускорение $a = \text{const}$)

ускорение $a = \frac{v - v_0}{t}$, $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S}$.

Путь $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$; **Скорость** $v = v_0 + at$;

Координата $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$;

Вращательное движение:

угловая скорость $\omega = \frac{\varphi}{t}$.

центростремительное ускорение $a_y = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

Связь линейной и угловой скорости $\omega = \frac{v}{R}$;

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - период

$v = \frac{2\pi R}{T}$; Частота $\nu = \frac{1}{T}$; $\nu = \frac{N}{t}$; где N – число оборотов

Примеры решения задач

1. Жонглер бросает с одного и того же уровня два шарика вертикально вверх с начальными скоростями $v_0 = 5 \text{ м/с}$ один за другим через промежуток времени $\tau = 0,3 \text{ с}$. Определить через какое время после броска первого шарика оба шарика окажутся на одной высоте? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Запишем координату первого шарика $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

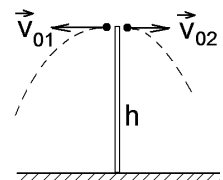
Координата второго $y_2 = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}$.

Так как шарики встретились, приравниваем эти координаты и после преобразований получаем

$$t = \left(\frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} \right) = 0,65 \text{ с}$$

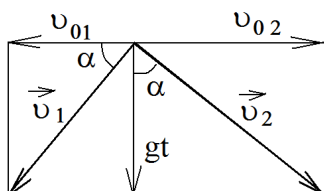
Ответ: 0,65 с

2. С вершины столба в противоположные стороны в горизонтальном направлении бросают два камня со скоростями $v_{01} = 8 \text{ м/с}$ и $v_{02} = 6 \text{ м/с}$. В момент падения на землю



угол между векторами скоростей этих камней равен 90° . Чему равна высота столба h ?

Решение

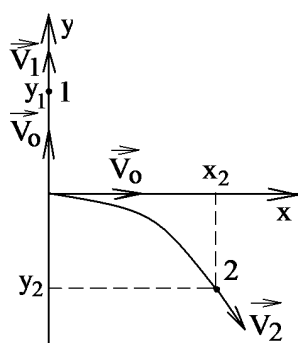


Высота столба $h = \frac{gt^2}{2}$, где t – время падения камней (одинаковое). Чтобы найти время, сделаем дополнительное построение (рис.1). Скорости в момент падения разложим на составляющие по осям x и y . Из рисунка видно, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{gt}{v_{01}} = \frac{v_{02}}{gt}$. Отсюда $gt^2 = \frac{v_{01}v_{02}}{g}$, а высота столба $h = \frac{v_{01}v_{02}}{2g} = \frac{8 \cdot 6}{20} = 2,4 \text{ (м)}$.

Ответ: 2,4 м

3. Из одной точки одновременно бросают два тела – одно горизонтально, другое вертикально вверх с одинаковыми по величине скоростями $v_0 = 2\text{ м/с}$. На каком расстоянии друг от друга окажутся тела через время $t = \sqrt{2}\text{ с}$?

Решение



Координата первого тела через время t : $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

Координаты второго: $y_2 = -\frac{gt^2}{2}$; $x_2 = v_0 t$.

Расстояние между этими телами

$$\ell = \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + x_2^2} = \sqrt{(v_0 t)^2 + (v_0 t)^2} = v_0 t \sqrt{2} = 4 \text{ м}$$

Ответ: 4м

4. На экзамене по физике Андрей размышлял о задаче про мотоциклиста и автомобиль, которые стартовали из разных городов с разными скоростями. Выбирая метод решения этой кинематической задачи, он вдруг вспомнил недавний случай, когда знания физики и быстрый расчет помогли ему не попасть в аварию. Однажды Света, которая всегда сидела в классе на задней парте, уговорила Андрея научить ее кататься на велосипеде где-нибудь в центральном парке им. Белоусова. И вот он уже

едет впереди, а Света – позади него по узкой асфальтированной дорожке. Съехав с горки, Андрей остановился на горизонтальном участке пути посмотреть, как справится со спуском его подруга. Но, разогнавшись до скорости 72 км/ч в конце спуска, она вдруг стала кричать, что не знает, как затормозить. Когда Андрей сообразил, что столкновение неизбежно, между ними оставалось 60 м, и в этот момент $t_0 = 0$ он изо всех сил надавил на педали. Каким-то чудом ему удалось почти мгновенно рассчитать, что максимально возможного постоянного ускорения 4 м/с^2 , которое ему всегда удавалось развивать, вполне достаточно, чтобы их велосипеды не столкнулись даже при условии, что Света будет ехать с той же постоянной скоростью.

Вопрос 1. Каково же оказалось минимальное расстояние между ними в процессе дальнейшего движения?

Вопрос 2. Через какое время после момента t_0 Андрей мог бы начать свое движение и все-таки избежать столкновения?

Решение:

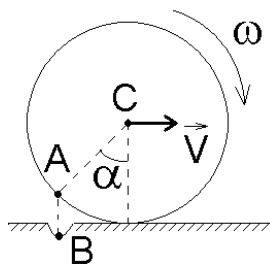
Легче решать задачу в инерциальной системе координат, связанной с Андреем. Тогда Света в этой системе отсчета будет иметь начальную скорость 72 км/ч или 20 м/с и тормозящее ускорение 4 м/с^2 . Можно рассчитать путь Светы до остановки в этой ИСО:

$$\begin{cases} V = V_0 - at = 0 \\ S = V_0 t - \frac{at^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{V_0}{a} = \frac{20}{4} = 5 \text{ с} \\ S = 20 \cdot 5 - \frac{4 \cdot 5^2}{2} = 50 \text{ м} \end{cases}$$

Таким образом Света приблизилась к Андрею на минимальное расстояние 10 м. У Андрея был запас времени, чтобы начать свое движение, равный времени движения Светы со скоростью 20 м/с на пути 10 м:

$$t = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ с}$$

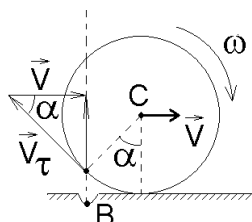
Ответ: 10м; 0,5 с



5. Трактор движется с постоянной скоростью $V = 36$ км/ч по проселочной дороге после дождя, и ее колеса радиусом $R = 100$ см, пробуксовывая в грязи, вращаются с угловой скоростью $\omega = 12$ рад/с. Трактор проехал над небольшой ямкой и его слегка тряхнуло. В

этот момент от точки A на ободке колеса, которая расположена на одной вертикали с точкой B на дне ямки, отделился маленький кусочек грязи. Чему равен угол α между вертикалью и радиусом CA, если известно, что кусочек грязи в свободном движении упал в ямку в точке B.

Решение



Если кусочек упал в точку B, значит он двигался по вертикали. Его абсолютная скорость складывается из скорости $V_\tau = \omega R = 12 \cdot 1 = 12$ м/с относительно центра колеса и скорости центра колеса $V = 10$ м/с. Из рисунка

видно, что $\cos \alpha = \frac{V}{V_\tau} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} = 0,833$, то есть $\alpha = 33,6^\circ$.

Ответ: $\alpha = 33,6^\circ$.

6. Однажды после уроков в школе Андрей пригласил своего друга Сашу к себе домой поиграть в компьютерную игру "Гарри Поттер и дары смерти". В одном из эпизодов на экране появляются вместе Беллатриса и Гермиона. У каждой волшебная палочка в одной руке, а в другой – защитный экран, который способен отражать любые энергетические лучи. Приготовившись к атаке, соперницы расположились по краям прямой дорожки длиной $L = 60$ м. В начальный момент $t_0 = 0$ Беллатриса произнесла заклятие, выпустила из волшебной палочки световой импульс большой энергии, и в этот момент они побежали навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 5$ м/с. Световой импульс, отражаясь от экрана Гермионы, возвращался к Беллатрисе и, снова отражаясь от ее щита, стремился к Гермионе и так вплоть до момента их встречи. Андрей предложил Саше рассчитать путь этого светового импульса за время

движения дуэлянтов. Полистав учебник физики, друзья нашли постулат Эйнштейна о том, что скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника, одинакова во всех инерциальных системах отсчёта и равна $c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с. Приняв скорость света в воздухе равным c , они оценили путь светового импульса. Какой ответ у них получился?

Решение

Время сближения дуэлянтов равно $t = \frac{l}{v_1 + v_2} = \frac{60}{15} = 4c$.

За это время свет успел пройти путь равный $S = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 4 = 1,2 \cdot 10^9$ м или 1,2 млн. км.

Ответ: 1,2 млн. км.

7. Тело прошло первую треть пути со скоростью 40 км/час. Вторую треть пути оно двигалось со скоростью на 30% больше скорости на первом участке, последнюю треть пути оно двигалось со скоростью на 30% большей средней скорости на предыдущих участках. Чему равна средняя скорость прохождения всего пути?

Решение

$$v_{cp} = \frac{3S}{t_1 + t_2 + t_3}; t_1 = \frac{S}{v_1}; t_2 = \frac{S}{v_2}; t_3 = \frac{S}{v_3}$$

$$v_2 = v_1(1 + 0.3);$$

$$V_{1.2cp} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 1.3 \cdot v_1}{1 + 1.3};$$

$$V_3 = 1.3 \cdot v_{1.2cp}$$

$$\text{Следовательно } V_{cp} = \frac{6 \cdot (1.3)^2 \cdot v_1}{2(1.3)^2 + 3(1.3) + 1} \approx 13.3 \text{ м/с}$$

Ответ: 13,3 м/с

Тема 2. Динамика

Основные законы динамики

Первый закон Ньютона: существуют такие системы отсчёта, относительно которых тела сохраняют свою скорость неизменной, если на них не действуют другие тела.

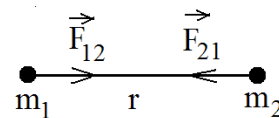
Системы отсчёта, в которых закон инерции выполняется, называются **инерциальными**, а те в которых не выполняется, - **неинерциальными**.

Второй закон Ньютона: ускорение тела $\vec{a}$ прямо пропорционально равнодействующей сил, приложенных к телу и обратно пропорционально его массе

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} = m\vec{a},$$

где $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ - равнодействующая сила, т.е. сила, которая производит на тело такое же действие, как несколько одновременно действующих сил.

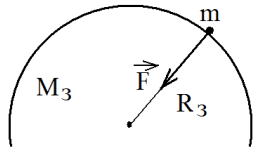
Третий закон Ньютона: силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению.



Закон всемирного тяготения: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$

где m_1, m_2 - массы взаимодействующих тел, r - расстояние между центрами этих тел, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot m^2}{кг^2}$ - гравитационная постоянная. Формула даёт точный результат в трёх случаях:

- 1) если тела можно считать точечными, т.е. их размеры малы по сравнению с расстоянием между ними;
- 2) если оба тела однородны и имеют шарообразную форму;
- 3) если одно из взаимодействующих тел – шар, размеры и масса которого значительно больше, чем у второго тела произвольной формы.



Сила, с которой Земля притягивает к себе тело, называется **силой тяжести** $F = mg$, где

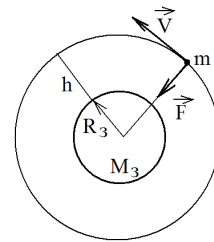
$g = 9,8 \frac{M}{c^2} \approx 10 \frac{M}{c^2}$ **ускорение свободного падения.**

Ускорение свободного падения на поверхности Земли (или на небольшой высоте над Землёй)

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2},$$

где радиус Земли равен $R_3 = 6400 \text{ км}$.

Скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно вращалось по круговой орбите радиуса $r = (R_3 + h)$ вокруг Земли



$$V = \sqrt{\frac{GM_3}{r}} = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3 + h}}.$$

Если радиус орбиты близок к радиусу Земли, то первая космическая скорость $V = \sqrt{gR_3} = 7,9 \text{ км/с}$.

Вес тела, Р – это сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес. В этом случае точка приложения силы опора или подвес. Численное значение веса и силы тяжести будут одинаковыми лишь в некоторых частных случаях.

Сила трения скольжения $F = \mu N$,

где N – сила нормальной реакции опоры, μ -коэффициент трения скольжения.

Силой упругости называется сила, возникающая в теле в результате его деформации и стремящаяся вернуть тело в исходное положение. Модуль этой силы равен (закон Гука)

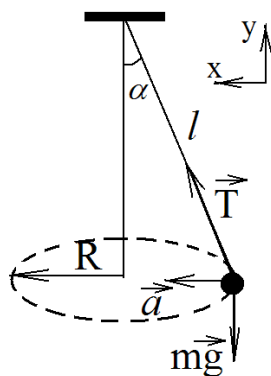
$$F_{\text{уп}} = k \Delta l = k x,$$

где $\Delta l = |l - l_0| = x$ - удлинение или деформация пружины (шнура), k - жёсткость, которая зависит от формы, размеров деформируемых тел и от материала, из которого они изготовлены.

Сила Архимеда (или выталкивающая сила) $F = \rho g V$,

где ρ - плотность жидкости (или газа), в которую погружено тело, V - объём тела в случае полного погружения, или объём части тела, находящийся в жидкости при частичном погружении.

Примеры решения задач



1. Груз, подвешенный на легкой нити, движется по окружности в горизонтальной плоскости. Нить отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$. Во сколько раз нужно изменить длину нити, чтобы при той же угловой скорости угол отклонения нити от вертикали составил $\beta = 60^\circ$?

Решение

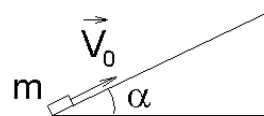
По II закону Ньютона
$$\begin{cases} T \cos \alpha - mg = 0 \\ T \sin \alpha = ma = m\omega^2 R \end{cases}$$

Отсюда
$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{\omega^2 \ell \sin \alpha}{g}$$

Тогда угловая скорость
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell_1 \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{g}{\ell_2 \cos \beta}} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = 1,73$$

Ответ: 1,73

1. На наклонную плоскость, имеющую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, положили небольшое тело массы $m = 1$ кг. Затем его толкнули вверх вдоль



наклонной плоскости со скоростью $V_0 = 10 \text{ м/с}$, заставив его двигаться прямолинейно. Коэффициент трения скольжения тела о поверхность равен $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Вопрос 1. Какой путь проделает тело за время нахождения на наклонной плоскости?

Вопрос 2. Во сколько раз изменится путь при движении по наклонной плоскости, если коэффициент трения увеличить в 2 раза?

Решение

Найдем ускорение тела по 2-му закону Ньютона:

$$-mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_x$$

$$a_x = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -10(0,5 + 0,3 \cdot \sqrt{3}/2) = -7,6 \text{ м/с}^2.$$

Путь до остановки найдем из уравнения без времени:

$$S_x = \frac{0 - V_{0x}^2}{2a_x} = \frac{-100}{-2 \cdot 7,6} = 6,6 \text{ м}$$

После остановки тело пройдет такой же путь в обратном направлении, то есть весь путь будет равен 13,2 м.

Если увеличить коэффициент трения μ в два раза ($\mu = 0,6$), то тело до остановки пройдет с ускорением

$$a_x = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -10(0,5 + 0,6 \cdot \sqrt{3}/2) = -10,2 \text{ м/с}^2$$

$$S_x = \frac{-100}{-2 \cdot 10,2} = 4,9 \text{ м.}$$

Далее он не сдвинется с места, так как $\tan \alpha < \mu$. Та-

ким образом общий путь останется $S_x = 4,9 \text{ м}$, что в $\frac{13,2}{4,9} = 2,7$ раз

меньше, чем в первом случае.

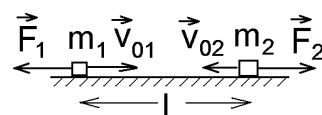
Ответ: 13,2 м; в 2,7 раза меньше

3. Две шайбы с массами $m_1 = 20 \text{ г}$ и $m_2 = 30 \text{ г}$

толкнули навстречу друг другу с начальными ско-

ростями $v_{01} = 6 \text{ м/с}$ и $v_{02} = 4 \text{ м/с}$ по гладкой горизонтальной поверхности.

Первоначальное расстояние между шайбами $L = 18 \text{ м}$. На какое наи-



меньшее расстояние сблизятся шайбы в процессе движения, если на них действуют постоянные силы $F_1 = 0,08 \text{ Н}$ и $F_2 = 0,03 \text{ Н}$, расталкивающие шайбы друг от друга.

Решение

Координаты первой и второй шайбы через время t будут

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= v_{01}t - \frac{a_1 t^2}{2} \\ x_2 &= L - v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2} \end{aligned} \right\} \text{Тогда расстояние между ними}$$

$$x = x_2 - x_1 = L - v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2} - v_{01}t + \frac{a_1 t^2}{2}.$$

$$x = L - (v_{01} + v_{02})t + \frac{(a_1 + a_2)t^2}{2} \quad (1).$$

Используя условие экстремума $\frac{dx}{dt} = 0$, найдем время, через которое шайбы будут находиться на наименьшем расстоянии друг от друга

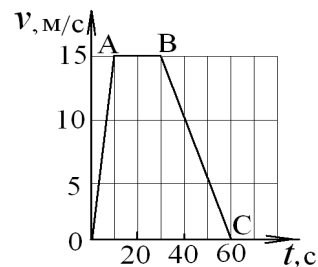
$$0 = -(v_{01} + v_{02}) + \frac{(a_1 + a_2)2t}{2}, \quad t_{\min} = \frac{(v_{01} + v_{02})}{(a_1 + a_2)} = \frac{(v_{01} + v_{02})}{(F_1/m_1) + (F_2/m_2)} = 2 \text{ с.}$$

Подставляя это время в формулу (1) получим наименьшее расстояние

$$x_{\min} = 18 - 10 \cdot 2 + \frac{5}{2} \cdot 4 = 8 \text{ (м)}$$

Ответ: 8 м

4. На рисунке приведен график проекции скорости автомобиля от времени. Найдите силу тяги автомобиля на участке, соответствующем отрезку ОА, если известно, что сила тяги на участке ВС равна нулю, а сила сопротивления движению на всех участках постоянна. Масса автомобиля равна 1,5 т.



Решение

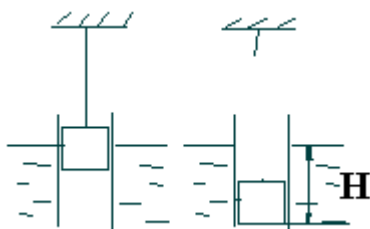
$$\text{Для участка ОВ: } F_T - F_C = ma_1; \quad a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ м/с}^2$$

Для участка BC: $F_c = ma_2$; $|a_2| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15}{30} = 0,5 \text{ м/с}^2$.

Тогда $F_T = m(a_1 + a_2) = 1,5 \cdot 10^3 (1,5 + 0,5) = 3 \cdot 10^3 \text{ Н} = 3 \text{ кН}$

Ответ: 3 кН

5. В сосуд с водой плотностью ρ_0 опущена трубка квадратного поперечного сечения. В трубке с помощью нити удерживается стальной кубик плотностью ρ . Трение и зазор между трубкой и кубиком, ребро которого a , отсутствуют. На какой глубине H , установится кубик, если нить оборвется.



Решение

На кубик действуют две силы: сила тяжести, равная по модулю $F_{\text{тяж}} = mg = \rho a^3 g$ и направляется вниз, и согласно закону Паскаля сила давления воды, равная по модулю $F_o = pS = \rho_0 H a^2 g$, направленная вверх. Когда кубик находится в покое, эти силы уравниваются друг друга.

$$\rho a^3 g = \rho_0 H a^2 g \quad \text{Из этого равенства найдем } H = \frac{\rho a}{\rho_0}$$

Ответ: $H = \frac{\rho a}{\rho_0}$

6. К потолку вагона подвесили на нити, шарик массой 0,1 кг. При движении вагона по окружности со скоростью 108 км/ч нить отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$. Найти радиус окружности и силу натяжения нити.

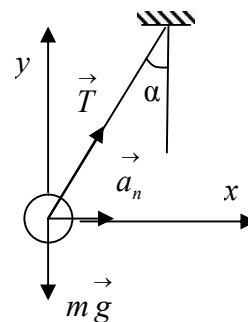
Решение

Запишем для шарика второй закон Ньютона

$$\vec{T} + m \vec{g} = m \vec{a}.$$

Или в проекции на оси $OX: T \sin \alpha = m a_n,$ (1)

$OY: T \cos \alpha - mg = 0.$ (2)



Здесь $a_n = \frac{v^2}{R}$ - нормальное ускорение;

$g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Из уравнения (2) $T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,1 \cdot 9,8}{\cos 30^\circ} = 1,13 \text{ Н}.$

Из уравнения (1) $a_n = \frac{T \sin \alpha}{m} = \frac{v^2}{R}$

Отсюда $R = \frac{mv^2}{T \sin \alpha} = \frac{0,1 \cdot 30^2}{1,13 \cdot \sin 30^\circ} = 159 \text{ м}.$

Ответ: $T = 1,13 \text{ Н}, R = 159 \text{ м}.$

7. Полый медный шар плавает в воде во взвешенном состоянии. Чему равна масса шара, если объем воздушной полости $17,75 \text{ см}^3$?

Решение

Пусть V -наружный объем шара, а V_2 – объем меди, из которой изготовлен шар.

V_1 -объем полости. Тогда $V_2 = V - V_1$, а масса меди $m = \rho_m (V - V_1)$ Архимедова сила, действующая на шар, равна. $F_A = \rho_g V$ Так как шар плавает во взвешенном состоянии, то условием равновесия будет $F_{\text{тяж}} = F_A$;

$$\rho_m g (V - V_1) = \rho_g V$$

Решив это уравнение относительно V , найдем $V = \frac{\rho_m V_1}{\rho_m - \rho_g}$

$$V \approx 20 \text{ см}^3$$

Ответ: $V \approx 20 \text{ см}^3$

8. Определить вес насекомого, бегающего по поверхности по поверхности воды, если известно, что под каждой из шести ножек насекомого образуется полусферическое углубление радиусом 0,1 мм.

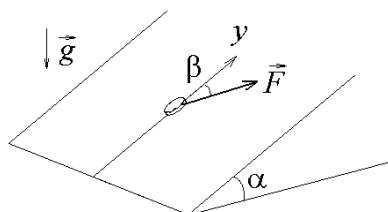
Решение

Поверхностная пленка воды прогибается под ножками насекомого до тех пор, пока сумма силы дополнительного давления искривленной поверхности шести полусферических углублений и выталкивающей силы (вес воды в объеме этих углублений) не станет равен силе тяжести (весу) насекомого.

$$mg = 6S\Delta p + 6\rho gV = 6\pi R^2 \cdot \frac{2\sigma}{R} + 6\frac{2}{3}\pi R^3 \rho g$$

$$P \approx 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$$

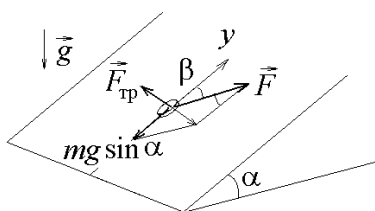
Ответ: 0,28 мН



9. На наклонной под углом α шероховатой плоскости с коэффициентом трения скольжения $\mu = 0,4$ положили шайбу массы $m = 200$ г.

Если бы не было трения, то шайба, отпущенная без начальной скорости, скользила бы по плоскости против оси y . Если вдоль плоскости под углом β к оси y приложить силу $F = 1,2$ Н, то шайба на шероховатой поверхности будет двигаться равномерно и прямолинейно? Найти $\cos \beta$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение



Проекция силы тяжести на ось y равна

$$mg \sin \alpha = 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{3} = 0,667 \text{ Н.}$$

Максимальная сила трения равна

$$\mu N = \mu mg \cos \alpha = 0,4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = 0,754 \text{ Н}$$

Так как проекция силы тяжести на ось y меньше максимального значения силы трения покоя, то если ее освободить без начальной скорости, она останется в покое.

Прикладывая силу $\vec{F}$, шайбу можно сдвинуть с места, так как сила трения не сможет препятствовать результирующей силе вдоль плоскости. Так как шайба движется равномерно, то сумма сил равна нулю. Используя теорему косинусов, найдем $\cos\beta$:

$$F_{\text{тр}}^2 = F^2 + (mg \sin \alpha)^2 - 2F \cdot mg \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{F^2 + (mg \sin \alpha)^2 - (\mu mg \cos \alpha)^2}{2Fmg \sin \alpha} = \frac{1,44 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(0,8 \frac{\sqrt{8}}{3}\right)^2}{2 \cdot 1,2 \cdot \frac{2}{3}} = 0,822$$

Ответ: 0,822

Тема 3. СТАТИКА. ГИДРОСТАТИКА

Основные формулы и законы

Давление $p = \frac{F}{S}$, где S – площадь поверхности, на которую действует сила.

Сила давления $F = pS$

За единицу давления в системе СИ принимается паскаль (Па).

Закон Паскаля: давление, производимое на жидкость или газ, передается в любую точку одинаково по всем направлениям.

Давление столба жидкости (или газа), высотой h равно
 $p = \rho gh$,

где ρ – плотность жидкости (или газа).

Давление на боковые стенки сосуда $p = \frac{1}{2} \rho gh$.

При нормальных условиях атмосферное давление $p = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101300 \text{ Па} \approx 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$

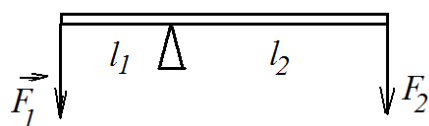
Выталкивающая сила (сил Архимеда) $F = \rho g V$, где ρ - плотность жидкости (или газа), в которую погружено тело, V – объём тела в случае полного погружения, или объём части тела, находящийся в жидкости при частичном погружении.

Моментом силы M называется произведение модуля силы F , вращающей тело на её плечо l

$$M = Fl$$

Плечом силы называется кратчайшее расстояние между точкой опоры (осью вращения) и линией действия силы.

Условия равновесия тела:



1. Геометрическая сумма всех сил, приложенных к телу равна нулю

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = 0$$

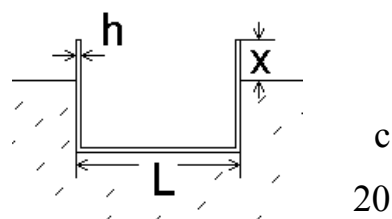
2. Алгебраическая сумма моментов сил относительно любой оси должна равняться нулю

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots = 0.$$

В это уравнение моменты сил, вращающих тело по часовой стрелке, берутся с одним знаком, а против часовой стрелки с другим.

Примеры решения задач

1. В воде плавает пустой аквариум кубической формы, изготовленный из органического стекла плотностью 1180 кг/м^3 . Длина его стороны $L =$ см, а толщина стенок $h = 5 \text{ мм}$.



Вопрос 1. На сколько сантиметров над поверхностью воды выступает верхний край аквариума?

Вопрос 2. Груз какой массы можно положить в аквариум, чтобы он не затонул?

Решение

Найдем объем стекла, из которого изготовлен аквариум: $V = S \cdot h$

$$S = L^2 + 2 \cdot L \cdot (L - h) + 2 \cdot (L - 2h) \cdot (L - h) = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 19,5 + 2 \cdot 19 \cdot 19,5 = 1921 \text{ см}^2$$

$$V = 1921 \cdot 0,5 = 960,5 \text{ см}^3 = 9,605 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Масса аквариума $m = \rho V = 1180 \cdot 9,605 \cdot 10^{-4} = 1,13 \text{ кг}$

Так как аквариум плавает, то сила Архимеда компенсирует силу тяжести

$$\rho_{\text{воды}} g V_{\text{погр}} = mg$$

отсюда следует, что объем погруженной части равен

$$V_{\text{погр}} = \frac{m}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{1,13}{1000} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Так как площадь основания погруженной части равна $S_{\text{осн}} = L^2 = 20^2 = 400$

$\text{см}^2 = 0,04 \text{ м}^2$, то глубина погружения равна $\Delta h = \frac{V_{\text{погр}}}{S} = \frac{1,13 \cdot 10^{-3}}{0,04} = 0,028 \text{ м}$

или всего 2,8 см. Верхняя часть аквариума выступает на $x = L - \Delta h = 20 - 2,8 = 17,2 \text{ см}$.

Если аквариум погрузится почти полностью, то сила Архимеда станет равной $F_A = \rho_{\text{воды}} g \cdot L^3 = 1000 \cdot 10 \cdot 0,2^3 = 80 \text{ Н}$.

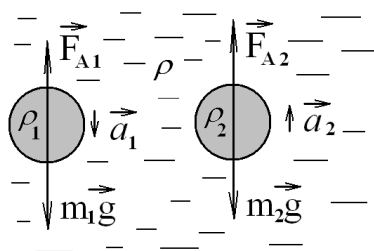
Эта сила может скомпенсировать вес тела массой 8 кг. То есть, если вычесть массу самого аквариума, то можно найти максимально возможную массу груза

$$m_{\text{гр}} = 8 - 1,13 = 6,87 \text{ кг}.$$

Ответ: 6,87 кг

2. В сосуде с идеальной жидкостью падает с нулевой начальной скоростью шарик, плотность которого в 4 раза больше плотности жидкости. Другой шарик всплывает со дна этого сосуда за время, в два раза большее времени падения первого шарика. Во сколько раз плотность первого шарика больше, чем второго?

Решение



Нарисован рисунок и расставлены действующие силы. Запишем II закон Ньютона в проекции на ось y для двух случаев

$$\left. \begin{aligned} m_1 g - F_{A1} &= m_1 a_1 \\ m_2 g - F_{A2} &= -m_2 a_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Масса $m_1 = \rho_1 \cdot V_1$; Сила Архимеда $F_{A1} = \rho g V_1$ Аналогично для второго шарика. Подставляя эти выражения в (1), получим

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 g V_1 - \rho g V_1 &= \rho_1 V_1 a_1 \\ \rho_2 g V_2 - \rho g V_2 &= -\rho_2 V_2 a_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \rho_1 g - \rho g &= \rho_1 a_1 \\ \rho_2 g - \rho g &= -\rho_2 a_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Так как оба шарика проходят одинаковое расстояние, то

$$S = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = 4$$

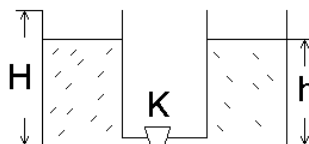
Тогда из уравнений (2) с учетом того, что $\rho_1 = 4\rho$, после деления получим $\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} = -\frac{\rho_1 a_1}{\rho_2 a_2}$; $\frac{\rho_1 - \rho}{\rho - \rho_2} = \frac{\rho_1 4a_2}{\rho_2 a_2}$; $\frac{4\rho - \rho}{\rho - \rho_2} = -\frac{4\rho 4}{\rho_2}$;

$$\text{Отсюда } \frac{3}{\rho - \rho_2} = \frac{16}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{16}{19}\rho = \frac{16}{19} \cdot \frac{\rho_1}{4};$$

Тогда отношение плотностей шаров $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{19}{4} = 4,75$

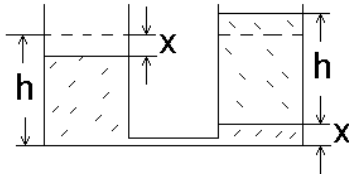
Ответ: 4,75

3. На столе стоят два одинаковых цилиндрических сосуда с площадью основания $S = 20 \text{ см}^2$ и высотой $H = 10 \text{ см}$, заполненные на девять де-



сятых объема: один – водой, а второй – рыбьим жиром. Сосуды в нижней части соединены трубкой, закрытой краном. Перельется ли рыбий жир через край сосуда, если кран открыть? Если перельется, то сколько грамм? Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность рыбьего жира 645 кг/м^3 .

Решение



Найдем, на сколько понизится уровень воды, а соответственно повысится уровень рыбьего жира. Для этого используем равенство давлений в двух сосудах на уровне контакта жидкостей в правом сосуде.

$$\rho_{\text{воды}} g (h - 2x) = \rho_{\text{жира}} g h \Rightarrow x = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\rho_{\text{жира}}}{\rho_{\text{воды}}} \right) = \frac{9}{2} (1 - 0,645) = 1,6 \text{ см}$$

Так как до верха сосуда оставался всего 1 см, то этот расчет показывает, что рыбий жир выльется из сосуда.

Найдем высоту столба рыбьего жира, считая, что его уровень совпадает с верхним краем сосуда

$$\rho_{\text{воды}} g (h - 2x) = \rho_{\text{жира}} g (H - x) \Rightarrow x = \frac{\rho_{\text{воды}} h - \rho_{\text{жира}} H}{2\rho_{\text{воды}} - \rho_{\text{жира}}} = \frac{1000 \cdot 9 - 645 \cdot 10}{2 \cdot 1000 - 645} = 1,88 \text{ см}$$

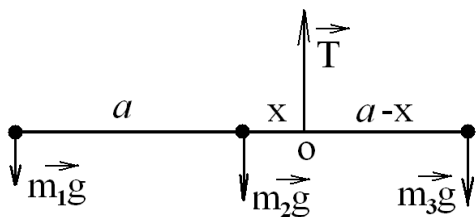
Этот результат показывает, что высота столба рыбьего жира уменьшилась на $\Delta h = 0,88 \text{ см}$ или объем уменьшился на $\Delta V = 0,88 \cdot 20 = 17,6 \text{ см}^3$.

Масса такого объема равна $\Delta m = \rho_{\text{жира}} \Delta V = 645 \cdot 17,6 \cdot 10^{-6} = 0,0114 \text{ кг}$ или 11,4 грамма.

Ответ: 11,4 г

4. Три шарика, массы которых равны $m_1 = 1\text{г}$, $m_2 = 2\text{г}$ и $m_3 = 3\text{г}$ укреплены на невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии $a = 12 \text{ см}$ друг от друга. На каком расстоянии от первого шара надо подвесить стержень, чтобы система находилась в равновесии?

Решение



Действующие на стержень силы приведены на рисунке. Запишем сумму моментов сил относительно точки О

$$m_1 g (a + x) + m_2 g x - m_3 g (a - x) = 0$$

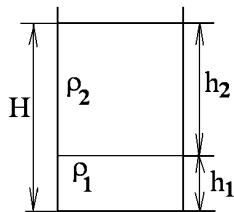
Из этого уравнения выражаем расстояние до точки подвеса

$$x = \frac{(m_3 - m_1)a}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(3-1)12}{1+2+3} = 4(\text{см}). \text{ Тогда расстояние от первого груза до}$$

точки подвеса $\ell_1 = x + a = 16\text{см}$.

Ответ: 16 см

5. В цилиндрический сосуд налиты ртуть и поверх неё масло. Масса



масла в два раза меньше массы ртути. Сосуд наполнен до высоты $H = 30$ см. Определите давление на дно сосуда, если плотность ртути $\rho_1 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность масла $\rho_2 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения

$g = 10 \text{ м/с}^2$, атмосферное давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$.

Решение

По условию $m_1 = 2m_2$. Отсюда $2\rho_2 Sh_2 = \rho_1 Sh_1$, где S - площадь сечения со-

суда. Тогда высота масла $h_2 = \frac{h_1 \rho_1}{2\rho_2}$. $H = h_1 + h_2 = h_1 + \frac{h_1 \rho_1}{2\rho_2}$. Высота ртути в

сосуде $h_1 = \frac{H}{1 + \rho_1 / 2\rho_2} = 0,035 \text{ м}$, а масла $h_2 = 0,265 \text{ м}$.

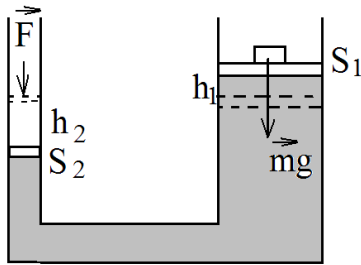
Давление на дно

$$P = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 10^5 + 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,035 + 0,9 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,265 = 107 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Ответ: 107 кПа

6. Груз массой $m = 1500 \text{ кг}$ поднимают с помощью гидравлического пресса. Малый поршень переместился на расстояние $\ell_2 = 40 \text{ см}$? Площадь малого поршня в 20 раз меньше площади большого. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Определить силу, приложенную к малому поршню.

Решение



Из равенства объёмов получаем жидкости, вытесненной из одного цилиндра и перетёкшей в другой цилиндр, получаем $S_1 h_1 = S_2 h_2$.

Тогда большой поршень поднялся на высоту

$$h_1 = \frac{S_2 h_2}{S_1} = \frac{0,4}{20} = 0,02 \text{ м}.$$

Из равенства давлений следует $\frac{mg}{S_1} = \frac{F}{S_2}$ и

$$F = \frac{S_2}{S_1} mg = \frac{1500 \cdot 10}{20} = 750 \text{ Н}$$

Ответ: 750 Н

7. До какой высоты следует налить в цилиндрический сосуд жидкость, чтобы сила давления жидкости на дно сосуда была равна силе давления на его стенки. Высота сосуда $H = 20 \text{ см}$, радиус $R = 15 \text{ см}$.

Решение

Сила давления на дно сосуда $F_1 = S_1 p_1 = \pi R^2 \cdot \rho gh$.

Сила давления на боковую стенку $F_2 = S_2 p_2 = 2\pi Rh \cdot \frac{1}{2} \rho gh$.

По условию эти силы равны друг другу $\pi R^2 \cdot \rho gh = 2\pi Rh \cdot \frac{1}{2} \rho gh$.

Получаем $h = R = 15 \text{ см}$.

Ответ: 15 см

Тема 4. Механическая работа. Мощность.

Коэффициент полезного действия.

Работа $A = FS \cos \alpha$,

где F – сила, S – перемещение точки приложения силы, α – угол между направлением действия силы и направлением перемещения тела.

Мощность равна отношению работы ко времени, за которое она была совершена $N = \frac{A}{t}$.

Отношение полезной работы к полной работе называется коэффициентом полезного действия механизма или КПД (η). Обычно КПД выражают в процентах $\eta = \frac{A_n}{A_z} \cdot 100\%$.

Потенциальной называется энергия, которая определяется взаимным положением взаимодействующих тел или частей одного и того же тела.

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести $E_n = mgh$, где h – высота, на которую поднят центр масс тела. В условиях конкретной задачи за нулевой уровень не обязательно принимать поверхность Земли.

Потенциальная энергия сжатой пружины $E_n = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$,

где k – жёсткость пружины.

Кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2}$.

Полная механическая энергия $E = E_k + E_n$

Закон сохранения энергии: *Полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остаётся постоянной.*

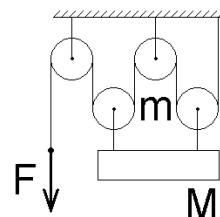
$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

Импульс тела $\vec{p} = m\vec{v}$.

Закон сохранения импульса: Если векторная сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю, $\sum \vec{F} = 0$, то импульс системы сохраняется, то есть не меняется со временем.

Примеры решения задач

1. На подъемное устройство, состоящее из четырех одинаковых блоков массы $m = 5$ кг каждый, подвешено тело массы $M = 50$ кг, как показано на рисунке.



Вопрос 1. Чему равен коэффициент полезного действия такого устройства при равномерном подъеме груза?

Вопрос 2. Объясните, как изменится КПД и почему, если поднимать груз с ускорением.

Решение

Полезной работой нужно считать увеличение потенциальной энергии тела M . Полная работа идет на увеличение потенциальной энергии не только тела M , но и двух блоков. Таким образом

$$\eta = \frac{Mgh}{(M + 2m)gh} = \frac{M}{2m + M} = \frac{50}{10 + 50} = \frac{5}{6} = 0,833$$

Если груз поднимать с ускорением, то к полной работе добавится еще изменение кинетической энергии всей системы тел, а полезная работа остается такой же, поэтому КПД уменьшится.

2. У поверхности воды мальчик выпускает камень, и камень опускается на дно пруда на глубину $H = 5$ м. Какое количество теплоты выделится при падении камня, если его масса $m = 500$ г., а объем $V = 200$ см³?

Решение

Пусть m_l - масса вытесненной камнем воды. При погружении камня на дно потенциальная энергия его уменьшается на $E_n = mgH$, а потенциальная энергия воды возрастает на $E_{nl} = m_l gH$. Согласно закону сохранения энергии количество выделенной теплоты будет равно уменьшению потенциальной энергии системы камень-вода.

Поэтому

$$Q = mgH - m_l gH$$

$$Q = (m - m_l) gH$$

Отсюда $Q \approx 73,5$ кДж

Ответ: $Q \approx 73,5$ кДж

3. Тело малых размеров соскальзывает с высотой H по склону, заканчивающемуся горизонтальным трамплином (см. рисунок). Чему должна быть равна высота трамплина h , чтобы дальность свободного полета тела была наибольшей?



горки

быть

Решение

Дальность полета тела $L = vt$ (v - скорость тела в момент отрыва от трамплина; t - время свободного падения).

Запишем закон сохранения энергии

$$mgH = mgh + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2g(H - h)}$$

Время полета равно времени свободного падения с высоты h

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Дальность свободного полета тела

$$L = 2\sqrt{h(H - h)}$$

$$L = \sqrt{\frac{H^2}{4} - \left(\frac{H}{2} - h\right)^2}$$



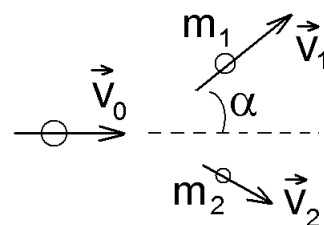
L максимально, если $(\frac{H}{2} - h) = 0$, следовательно $h = \frac{H}{2}$

При этом $L_{\max} = H$.

Ответ: $L_{\max} = H$

4. Ракета, летевшая со скоростью $v_0 = 480$ м/с, разорвалась на два осколка, отношение масс которых

$\frac{m_1}{m_2} = 4$. Осколок с большей массой летит после разрыва со скоростью $v_1 = 600$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к первоначальному направлению движения ракеты. Найти величину скорости v_2 второго осколка сразу после разрыва.



Решение

Запишем закон сохранения импульса в проекциях на координатные оси

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + m_2)v_0 &= m_1v_1 \cos \alpha + m_2v_2 \cos \beta \\ m_1v_1 \sin \alpha - m_2v_2 \sin \beta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{учтем, что } m_1 = 4m_2. \quad \left. \begin{aligned} 5v_0 - 4v_1 \cos \alpha &= v_2 \cos \beta \\ 4v_1 \sin \alpha &= v_2 \sin \beta \end{aligned} \right\}$$

$$(5v_0 - 4v_1 \cos \alpha)^2 + (4v_1 \sin \alpha)^2 = v_2^2 (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta).$$

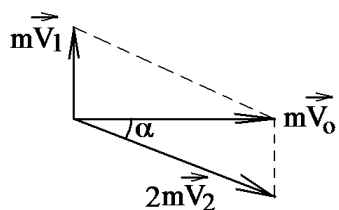
Отсюда скорость второго осколка $v_2 = \sqrt{(5v_0 - 4v_1 \cos \alpha)^2 + (4v_1 \sin \alpha)^2}$.

$$v_2 = \sqrt{(5 \cdot 480 - 4 \cdot 0,5 \cdot 600)^2 + (4 \cdot 600 \cdot 0,866)^2} = 2400 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 2400 м/с

5. В покоящуюся на льду шайбу массой $m_1 = 100 \text{ г} = 2m$ упруго ударяется другая шайба массой $m_2 = 50 \text{ г} = m$. После удара она отлетает перпендикулярно к первоначальному направлению движения. Под каким углом к этому направлению будет двигаться после удара шайба, вначале покоившаяся?

Решение



По закону сохранения импульса $m_2 \vec{v}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$.

Запишем это условие в проекциях на координатные оси

$$\begin{cases} m v_1 - 2m v_2 \sin \alpha = 0 \\ m v_0 = 2m v_2 \cos \alpha \end{cases}$$

Отсюда $\begin{cases} v_1 = 2v_2 \sin \alpha \\ v_0 = 2v_2 \cos \alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} v_1^2 = 4v_2^2 \sin^2 \alpha \\ v_0^2 = 4v_2^2 \cos^2 \alpha \end{cases} \quad (1)$$

По закону сохранения механической энергии $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2}$. Отсю-

да $v_0^2 = v_1^2 + 2v_2^2 \quad (2)$

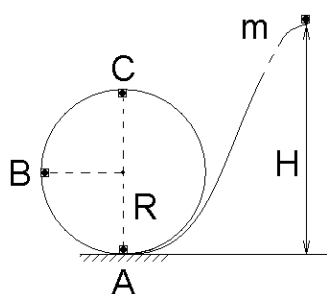
Подставляя (1) в (2) получим $4v_2^2 \cos^2 \alpha = 4v_2^2 \sin^2 \alpha + 2v_2^2$ или

$$2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 1,$$

$$2(\cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha) = 1; \quad 2(2\cos^2 \alpha - 1) = 1; \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Ответ: $\alpha = \frac{\pi}{6}$

6. Небольшое тело массы m соскальзывает с некоторой высоты вниз по наклонному желобу, переходящему в "мертвую петлю" радиуса $R = 2$ м (см. рис.), и далее продолжает двигаться по окружности, не отрываясь от



поверхности. Вес движущегося тела в точке С в два раза меньше, чем в точке В.

С какой высоты стартовало тело?

Трением во время движения пренебречь.

Решение

Применим закон сохранения энергии и выразим скорости v_2 в точке В и v_1 в точке С через v_1 в точке А:

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + mgR \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 - 2gR$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_3^2}{2} + mg2R \Rightarrow v_3^2 = v_1^2 - 4gR$$

Вес тела это сила, с которой тело давит на опору. По 3-му закону Ньютона вес можно приравнять к реакции опоры.

Из 2-го закона Ньютона найдем вес тела в разных точках.

$$\text{в точке В: } N_2 = \frac{mv_2^2}{R}, \text{ в точке С: } N_3 = \frac{mv_3^2}{R} - mg$$

$$\text{Так как по условию } N_2 = 2N_3, \text{ то } 2\left(\frac{mv_3^2}{R} - mg\right) = \frac{mv_2^2}{R} \text{ или}$$

$$v_1^2 = 8gR$$

$$\text{И наконец, найдем высоту: } \frac{mv_1^2}{2} = mgH \Rightarrow H = \frac{v_1^2}{2g} = 4R = 8 \text{ м}$$

Ответ: 8 м

7. Металлический шарик радиуса

$R = 5$ см положили в вертикальный цилиндрический сосуд с радиусом основания $2R = 10$ см, а затем налили минимальное количество воды для того, чтобы

шарик скрылся под ней. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы за нитку вытащить шарик из воды?

Справочные данные: плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м³, плотность металла $\rho_2 = 7800$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

Считая, что уровень воды находится на высоте $h = 2R$, найдем объем воды в сосуде:

$$V_1 = \pi(2R)^2 \cdot 2R - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{20}{3}\pi R^3 = \frac{20}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,05^3 = 0,00262 \text{ м}^3 = 2,62$$

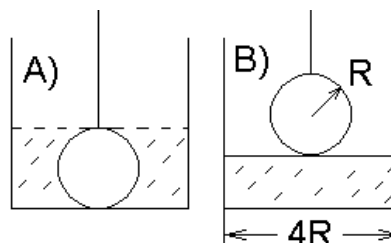
$$\text{л. Объем шарика при этом } V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{V_1}{5} = 0,00052 \text{ м}^3 = 0,52 \text{ л.}$$

$$\text{Масса воды и шарика } m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 0,00262 = 2,62 \text{ кг и}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 7800 \cdot 0,00052 = 4,06 \text{ кг.}$$

Если шарик вытащить из воды, то уровень воды в сосуде станет равный:

$$h_2 = \frac{V_1}{\pi(2R)^2} = \frac{20\pi R^3/3}{4\pi R^2} = \frac{5}{3}R = \frac{5}{3} \cdot 0,05 = 0,0833 \text{ м.}$$



Значит потенциальная энергия шарика увеличилась на

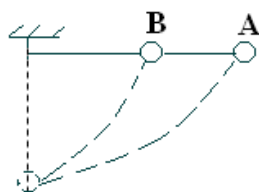
$$\Delta E_{2nom} = m_2 g h_2 = 4,06 \cdot 10 \cdot 0,0833 = 3,38 \text{ Дж}$$

Но у воды потенциальная энергия уменьшилась, поэтому

$$\Delta E_{1nom} = m_1 g \left(\frac{h_2}{2} - R \right) = 2,62 \cdot 10 \cdot \left(\frac{0,0833}{2} - 0,05 \right) = -0,219 \text{ Дж}$$

Найдем работу $A = \Delta E_1 + \Delta E_2 = -0,219 + 3,38 = 3,16 \text{ Дж}$

Ответ: 3,16 Дж



8. Подвешены два одинаковых шарика А и В: один — на нерастяжимой нити, другой — на резиновом шнуре. Оба шарика отклонили от положения равновесия на угол 90° и отпустили. Когда шарики проходят положение

равновесия, длина резинового шнура становится равной длине нити (см. рисунок). Какой из шариков при прохождении положения равновесия будет иметь большую скорость?

Решение

Большая скорость будет у шарика, подвешенного на нерастяжимой нити. Потенциальная энергия обоих шариков в начальный момент одинакова. Эта энергия шарика на нерастяжимой нити расходуется только на сообщение ему кинетической энергии. Потенциальная энергия шарика, подвешенного на резиновом шнуре, переходит в кинетическую только частично, другая ее часть переходит в потенциальную энергию деформации резинового шнура.

Ответ: у шарика на нерастяжимой нити

9. Изменится ли работа, совершаемая силой тяги, развиваемой двигателями эскалатора, если пассажир, стоящий на равномерно движущейся вверх лестнице эскалатора, начнет сам равномерно подниматься по ней?

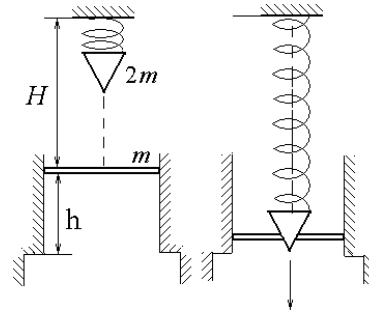
Решение

При движении пассажира совершается некоторая работа силой тяжести, действующей на него, по его подъему, поэтому он раньше достигнет

верха эскалатора. Следовательно, сила тяги произведет меньшую работу при подъеме движущегося пассажира, чем при подъеме неподвижно стоящего.

Ответ: да, работа уменьшится

10. К потолку прикрепили верхний конец вертикальной идеальной пружины длиной $l_0 = 20$ см и жесткостью $k = 10$ Н/м. К нижнему концу пружины прикрепили небольшую пирамидку массой $2m = 40$ г и надавили так, что длина пружины стала практически нулевой.



На расстоянии $H = 10$ см от потолка расположили тонкую пластину массы $m = 20$ г, зажатую между двумя вертикальными стенками высотой $h = 10$ см. Если пластину попытаться протолкнуть вниз, то со стороны стенок действует общая сила трения $F_{\text{тр}} = 2$ Н. Пирамидку отпускают без начальной скорости, после чего она налетает на пластинку и застревает в ней. Сможет ли система "пластинка-пирамидка" вырваться из "плена стенок"? Сколько тепла выделится в системе от начала движения до самой низшей точки спуска? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

Решение

Вначале найдем скорость пирамидки перед ударом, используя закон сохранения полной механической энергии:

$$m_1 g H + \frac{k l_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{k (l_0 - H)^2}{2} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 m_1 g H + k l_0^2 - k (l_0 - H)^2}{m_1}} = \sqrt{\frac{0,08 + 0,4 - 0,1}{0,04}} = \sqrt{9,5} \approx 3,08 \text{ м/с}$$

Применяя закон сохранения импульса, найдем скорость системы тел после абсолютно неупругого столкновения:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 v_1}{3} = 2,05 \text{ м/с}$$

Предположим, что система вырвалась из плена стенок. Тогда найдем скорость системы при вылете:

$$A_{mp} = \Delta E \Rightarrow -F_{mp} \cdot h = \left[\frac{m_{cucm} v_3^2}{2} + \frac{k(l_0 - H - h)^2}{2} \right] - \left[\frac{m_{cucm} v_2^2}{2} + m_{cucm} gh + \frac{k(l_0 - H)^2}{2} \right]$$

$$v_3 = \sqrt{v_2^2 + 2gh + \frac{-2F_{mp}h + k(l_0 - H)^2 - k(l_0 - H - h)^2}{m_{cucm}}} =$$

$$\sqrt{462 + 2 + \frac{-064 + 061 - 0}{0606}} \approx 1,1 \text{ м/с}$$

Таким образом, система вырвется из плена. Тепло выделилось при ударе Q_1 и еще выделялось за счет трения о стенки Q_2

$$Q_1 = |\Delta E_k| = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2} = \frac{0,04 \cdot 9,5}{2} - \frac{0,06 \cdot 4,2}{2} = 0,064 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = |A_{тр}| = F_{тр} h = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ Дж}$$

Ответ: Всего выделилось 0,264 Дж

Тема 5. Молекулярная физика и термодинамика

Плотность вещества $\rho = \frac{m}{V}$, где m – масса вещества, V – объём.

Концентрация молекул $n = \frac{N}{V}$, где N – число молекул в объёме V .

Общее число молекул $N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A$, где $\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$ –

количество вещества, μ – молярная масса, $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро, т. е. число молекул, содержащихся в 1 моле вещества.

Абсолютная температура $T = (t^\circ \text{C} + 273) \text{ K}$, где $t^\circ \text{C}$ – температура по шкале Цельсия.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения 1 молекулы массы m_0

$$E_{cp} = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 v^2}{2},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - постоянная Больцмана.

Среднеквадратичная скорость
$$v_{kv} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная.

Давление газа
$$p = nkT.$$

Закон Дальтона: давление смеси химически не взаимодействующих идеальных газов, давление смеси газов равно сумме давлений, производимых каждым газом в отдельности, если бы он один занимал весь объём (т.е. сумме *парциальных давлений* этих газов)
$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

Основное уравнение МКТ:
$$p = \frac{2}{3} nE_{cp}.$$

Идеальный газ – это газ, для которого выполняются следующие условия:

1) расстояния между молекулами значительно больше размеров молекул и силами межмолекулярного взаимодействия можно пренебречь, столкновения молекул друг с другом и со стенками сосуда абсолютно упругие. Эта модель хорошо описывает свойства газа при *нормальных условиях*: давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, температура $T_0 = 273 \text{ К}$.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$\frac{m}{\mu} RT = pV.$$

Изопроцессы

1) **изотермический** - процесс, протекающий при постоянной температуре ($T = \text{const}$), т.е. в сосуде с теплопроводящими стенками;

2) **изобарный** - процесс, протекающий при постоянном давлении ($p = \text{const}$), например, в сосуде, закрытом подвижным поршнем;

3) **изохорный** – процесс, протекающий при постоянном объёме ($V = const$);

4) **адиабатический** – процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой ($Q = 0$), т.е. в сосуде с теплоизолирующими стенками.

Внутренняя энергия тела U состоит из суммы кинетической энергии всех молекул, из которых состоит тело и потенциальной энергии их взаимодействия. Для идеального газа (взаимодействие между молекулами отсутствует) **внутренняя энергия**

$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT,$$

где число степеней свободы $i = 3$ для одноатомного газа; $i = 5$ для двухатомного и $i = 6$ для трёхатомного.

Внутреннюю энергию тела можно изменять двумя способами: совершением механической работы или теплопередачей.

Первый закон термодинамики (I начало термодинамики) - *количество теплоты, сообщённое системе, идет на приращение внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами*

$$Q = \Delta U + A,$$

$\Delta U = U_2 - U_1$ - изменение внутренней энергии

$Q > 0$, если система получает тепло

$Q < 0$, если отдает

$A > 0$, если газ совершает работу над внешними телами (т.е. объём газа увеличивается)

$A < 0$, если внешние силы совершают работу над газом, т.е. объём газа уменьшается.

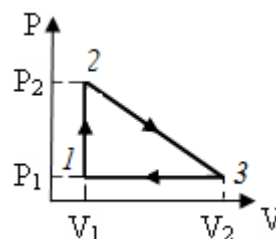
Коэффициентом полезного действия η теплового двигателя называют отношение совершенной полезной работы двигателя A_n к энергии, полученной от нагревателя Q_1

$$\eta = \frac{A_n}{Q_1} 100\% = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\%, \quad (6)$$

где Q_2 - количество теплоты, отдаваемое холодильнику, $(Q_1 - Q_2) = A_n$ - полезная работа.

Примеры решения задач

1. Один моль идеального трехатомного газа совершает циклический процесс, изображенный на P-V диаграмме, где $P_2 = 3P_1$, а $V_2 = 5V_1$. Найти к.п.д. этого цикла.



Решение

К.п.д. цикла определим по формуле $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%$.

Здесь Q_1 - тепло, которое система получает от нагревателя, Q_2 - тепло, которое система отдает холодильнику.

Т.к. на участках 1-2 газ нагревается, а на участке 2-3 расширяется, то на этих участках он получает тепло $Q_1 = Q_{12} + Q_{23}$.

На участке 3-1 газ сжимается, то $Q_2 = Q_{31}$.

Участок 1-2 ($V = \text{const}$)

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1).$$

Здесь $i = 6$ – число степеней свободы трехатомного газа, $R = 8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная.

Для определения температуры запишем для каждого состояния уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$1) \quad P_1 V_1 = \nu R T_1. \quad \text{Отсюда} \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R}.$$

$$2) \quad P_2 V_1 = \nu R T_2 \quad \text{или} \quad 3P_1 V_1 = \nu R T_2. \quad \text{Отсюда} \quad T_2 = \frac{3P_1 V_1}{\nu R}.$$

$$3) \quad P_1 V_2 = \nu R T_3 \quad \text{или} \quad 5P_1 V_1 = \nu R T_3. \quad \text{Отсюда} \quad T_3 = \frac{5P_1 V_1}{\nu R}.$$

Тогда $Q_{12} = \frac{6}{2} \nu R \left(\frac{3P_1 V_1}{\nu R} - \frac{P_1 V_1}{\nu R} \right) = 6P_1 V_1.$

Участок 2-3

Теплоту на этом участке определим с помощью первого начала термодинамики $Q = \Delta U + A$

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{6}{2} \nu R \left(\frac{5P_1 V_1}{\nu R} - \frac{3P_1 V_1}{\nu R} \right) = 6P_1 V_1$$

Работу на этом участке определим как площадь под линией 2-3:

$$A_{23} = S_{\text{трапеции}} = \frac{1}{2} (P_2 + P_1) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} (3P_1 + P_1) (5V_1 - V_1) = 8P_1 V_1$$

Тогда $Q_{23} = 6P_1 V_1 + 8P_1 V_1 = 14P_1 V_1$

Участок 3-1 ($P = \text{const}$).

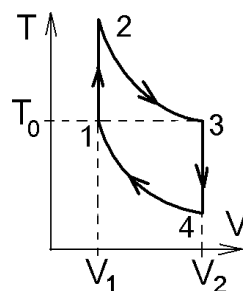
$$Q_{31} = \frac{i+2}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{6+2}{2} \nu R \left(\frac{5P_1 V_1}{\nu R} - \frac{P_1 V_1}{\nu R} \right) = 16P_1 V_1$$

Тогда $Q_1 = 6P_1 V_1 + 14P_1 V_1 = 20P_1 V_1$ $Q_2 = 16P_1 V_1$

$$\eta = \frac{20P_1 V_1 - 16P_1 V_1}{20P_1 V_1} \cdot 100\% = 20\%$$

Ответ: 20%

2. За один циклический процесс, изображенный на рисунке, идеальный газ получил 120 Дж и отдал 80 Дж тепла. Найти температуру газа T_0 в точках 1 и 3, лежащих на одной изотерме, если максимальная и минимальная температура газа в данном цикле



$T_{\text{max}} = 480 \text{ K}$ и $T_{\text{min}} = 360 \text{ K}$, а процессы $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$ - адиабатические.

Решение

Количество теплоты, полученной на участке 1-2 равно

$$Q_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_0); \quad Q_{23} = Q_{41} = 0.$$

Количество теплоты отданной на участке 3-4 равно $Q_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_4 - T_0);$

Отсюда $\frac{Q_{12}}{Q_{34}} = \frac{T_2 - T_0}{T_4 - T_0} = \frac{120}{-80} = -\frac{3}{2}$;

$$2T_2 - 2T_0 = -3T_4 + 3T_0; \quad T_0 = \frac{2T_2 + 3T_4}{5}. \quad T_0 = \frac{3 \cdot 360 + 2 \cdot 480}{5} = 408(K)$$

Ответ: 408 K

3. Два моля идеального газа участвуют в процессе, при котором температура газа меняется по закону $T = aVP^4 + bV^2$, где a и b – положительные постоянные, причем $aR = 10^{-12} \text{ м}^6 / (\text{Н}^3 \cdot \text{моль})$. При каком давлении газ занимает максимальный объем?

Решение

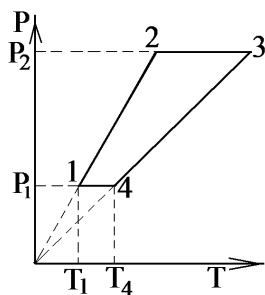
В уравнение состояния $\nu RT = PV$ подставим закон, по которому меняется температура

$$\nu R(aVP^4 + bV^2) = PV; \quad aP^4 + bV = \frac{P}{\nu R} \Rightarrow V = \frac{P}{\nu R} - aP^4. \text{ Используем, что в точ-}$$

ке максимума $\frac{dV}{dP} = 0$.

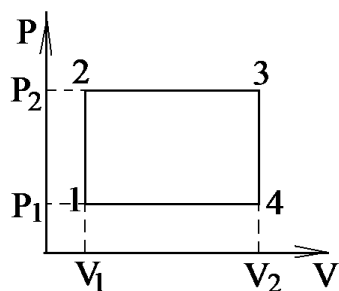
$$0 = \frac{1}{\nu R} - 4aP^3 \Rightarrow P = \sqrt[3]{\frac{1}{4\nu Ra}} = \sqrt[3]{\frac{1}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-12}}} = 5000 \text{ Па}.$$

Ответ: 5000 Па



4. Два моля идеального газа совершают замкнутый цикл, изображенный на рисунке. Известно, что температура $T_1 = 280 \text{ K}$, $\frac{T_4}{T_1} = 2$, $\frac{P_2}{P_1} = 5$. Найти работу, совершаемую газом за цикл.

Решение



В координатах P, V работу находим как площадь цикла

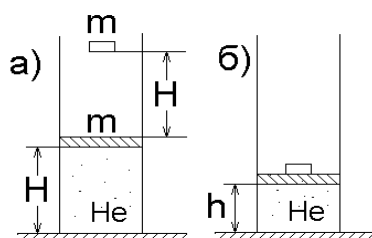
$$A = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = P_1 \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) V_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right).$$

$$A = \nu RT_1 (5 - 1)(2 - 1) = 4\nu RT_1, \text{ так как}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} = 2; \quad A = 4 \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot 280 = 18,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Ответ: $18,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$

5. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплопроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество гелия. Вне сосуда



давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху с такой же высоты H над поршнем отпускают большой пластилиновый брусок такой же массы m , который абсолютно неупруго соударяется с поршнем и прилипает к нему.

Вопрос 1. На сколько процентов уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура гелия?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Решение

Давление гелия $P_0 = \frac{mg}{S}$ Па.

В новом положении равновесия $P = \frac{2mg}{S} = 2P_0$.

Перед ударом скорость бруска $V = \sqrt{2gH}$

Из закона сохранения импульса скорость поршня с бруском $V_0 = \frac{mV}{2m} = \frac{V}{2}$.

По закону изменения энергии найдем работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 0 - \left(\frac{2m(V/2)^2}{2} + 2mg(H - h) \right) = - \left(\frac{mgH}{2} + 2mg(H - h) \right) = -mg(2,5H - 2h)$$

(1)

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -\frac{3}{2}\nu R(T - T_0)$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона

$$P_0 S H = \nu R T_0$$

$$2 P_0 S h = \nu R T$$

следует, что $\frac{T}{T_0} = \frac{2h}{H} \Rightarrow T = T_0 \frac{2h}{H}$ и

$$A = -\frac{3}{2}\nu R T_0 \left(\frac{2h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2} P_0 S H \left(\frac{2h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2} m g (2h - H) \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2) : $m g (2,5H - 2h) = m g (3h - 1,5H)$, найдем новую высоту

$$h = \frac{4H}{5} = 0,8H, \text{ которая уменьшилась на } 20\%.$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2h}{H} = 1,6. \text{ Температура увеличилась на } 60\%$$

Ответ: увеличилась на 60%

6. Колокол для подводных работ объемом $V = 10 \text{ м}^3$ опускается вверх дном с борта корабля на дно водоема глубиной $h = 20 \text{ м}$. Зашедшая в колокол вода вытесняется из него с помощью баллонов со сжатым воздухом. Объем одного баллона $V_0 = 40 \text{ л}$, давление внутри 200 атм. Найти минимальное количество баллонов, которое нужно подсоединить к колоколу с помощью шланга, чтобы вытеснить из него воду. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$. Атмосферное давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$. Температуру считать постоянной.

Решение

Давление на дне водоема будет равно

$$P_2 = P_0 + \rho g h = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 20 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

где $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ - атмосферное давление, $\rho g h$ - давление столба воды. Уравнение состояния для воздуха в колоколе, находящемся над водой

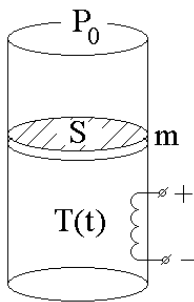
$\frac{m_1}{\mu}RT = P_0V$, на дне водоема $\frac{m_2}{\mu}RT = P_2V$, где m_2 - масса воздуха, необходимого, чтобы заполнить весь объем колокола. Следовательно, надо прибавить массу $\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{(P_2 - P_0)V\mu}{RT}$.

Для одного баллона со сжатым воздухом можем записать $\frac{m_3}{\mu}RT = P_3V_0 \Rightarrow m_3 = \frac{P_3V_0\mu}{RT}$.

Тогда число необходимых баллонов равно

$$n = \frac{\Delta m}{m_3} = \frac{(P_2 - P_0)V}{P_3V_0} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10}{200 \cdot 10^5 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \text{ баллона.}$$

Ответ: 3



7. В вертикальном цилиндрическом сосуде с гладкими стенками горизонтальный поршень массы $m = 15$ кг и площадью $S = 300 \text{ см}^2$ удерживается в равновесии аргоном в количестве $\nu_0 = 2$ моль при температуре $T_0 = 200$ К. Газ начали медленно нагревать так, что его температура стала линейно изменяться во времени по закону $T = T_0 + c \cdot t$, где постоянная $c = 0,03$ К/сек. Одновременно с этим через маленькую дырочку в стенке стал выходить аргон, и количество газа стало линейно убывать по закону $\nu = \nu_0 - bt$, где постоянная $b = 1,08$ моль/час. Найти скорость поршня через 1 минуту. Атмосферное внешнее давление $P_0 = 10^5$ Па; $g = 10 \text{ м/с}^2$; газ считать идеальным.

Решение

Обозначим высоту цилиндрического объема, в котором заключен газ через h , тогда объем газа $V = S \cdot h$. Из уравнения состояния идеального газа выразим высоту h :

$$pV = \nu RT \Rightarrow pSh = \nu RT \Rightarrow h = \frac{\nu RT}{pS} = \frac{(\nu_0 - bt)R(T_0 + ct)}{pS} = \frac{\nu_0 T_0 R(1 - bt/\nu_0)(1 + ct/T_0)}{pS}$$

Подставляя все числовые значения, перепишем это выражение:

$$h = \frac{2 \cdot 200 \cdot 8,31}{1,05 \cdot 10^5 \cdot 300 \cdot 10^{-4}} (1 - 1,5 \cdot 10^{-4} t) (1 + 1,5 \cdot 10^{-4} t) = \\ 1,06 (1 - 2,25 \cdot 10^{-8} t^2) = 1,06 - 2,4 \cdot 10^{-4} t^2$$

Это уравнение равноускоренного движения без начальной скорости с ускорением, равным $a = 2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-4} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$. Ускорение пренебрежимо мало и это означает, что поршень действительно находится почти в равновесии.

Скорость поршня через $t = 1$ минуту равна $u = at = 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 0,029 \text{ м/с}$

Ответ: 0,029 м/с

Тема 6. Тепловые явления. Агрегатные состояния

Явления, связанные с нагреванием или охлаждением тел, с изменением их температуры, называют тепловыми явлениями. Внутренняя энергия тела состоит из суммы кинетической энергии всех молекул, из которых состоит тело и потенциальной энергии их взаимодействия.

Внутреннюю энергию тела можно изменять двумя способами: совершением механической работы или теплопередачей.

Количество теплоты, выделяемое при сгорании топлива $Q = qm$,

где m – масса топлива, q – удельная теплота сгорания топлива.

Количество теплоты, полученное телом массы m при нагревании (или отданное при охлаждении) от температуры t_1 до температуры t_2 можно рассчитать $Q = cm(t_2 - t_1)$,

где c – удельная теплоёмкость тела. Удельная теплоёмкость зависит от вещества, из которого изготовлено тело. Измеряется удельная теплоём-

кость в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.

Количества теплоты, необходимое для плавления тела массы m : $Q = \lambda m$, где λ - удельная теплота плавления.

Количество теплоты, необходимое для превращения жидкости массы m в пар: $Q = Lm$, где L - удельная теплота парообразования.

Абсолютная влажность ρ - показывает массу водяного пара в единице объёма при данной температуре, т.е. это плотность водяного пара.

Относительная влажность $\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} 100\%$, где ρ_0 - плотность насыщенного водяного пара при той же температуре.

Насыщенным называется пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью.

Величины q, λ, L измеряются в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$

Коэффициентом полезного действия η теплового двигателя называют отношение совершенной полезной работы двигателя A_n к энергии, полученной от нагревателя Q_1

$$\eta = \frac{A_n}{Q_1} 100\% = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\%,$$

где Q_2 - количество теплоты, отдаваемое холодильнику, $(Q_1 - Q_2) = A_n$ - полезная работа.

Примеры решения задач

1. В теплоизолированный цилиндр положили замороженный до $t = -30^\circ\text{C}$ кубик льда, длина стороны которого $a = 5$ см, и закрыли теплонепроницаемым поршнем. Откачав весь воздух, под поршень впустили $m_1 = 2$ г водяного пара при температуре 100°C . Сколько воды окажется в сосуде после установления теплового равновесия?

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1$ г/см³ и льда $\rho_2 = 0,9$ г/см³, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200$ Дж/(кг·К) и льда $c_2 = 2100$ Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг, удельная теплота парообразования воды $L = 2,3$ МДж/кг.

Решение

Масса льда $m_2 = \rho_2 a^3 = 900 \cdot 0,05^3 = 0,1125$ кг.

Предположим, что пар сконденсировался в воду и эта вода остыла до 0°C . При этом может выделяться тепло

$$\begin{aligned} Q_1 &= m_1 L + m_1 c_1 (100 - 0) = 0,002 \cdot 2,3 \cdot 10^6 + 0,002 \cdot 4200 \cdot 100 \\ &= 4600 + 840 = 5440 \text{ Дж} \end{aligned}$$

Для нагревания ледяного кубика до 0°C необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-30)) = 0,1125 \cdot 2100 \cdot 30 = 7087,5 \text{ Дж}.$$

Как видно, это больше, чем может дать пар и вода на

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 7087,5 - 5440 = 1647,5 \text{ Дж.}$$

Этой энергии хватит, чтобы заморозить $\Delta m = \frac{\Delta Q}{\lambda} = \frac{1647,5}{0,33 \cdot 10^6} = 0,005$ кг воды. Но под поршнем всего 2 грамма воды из пара, так что вся эта вода замерзнет и под поршнем не будет воды.

2. В одном калориметре находится вода, в другом- некоторая жидкость такой же массы. В калориметры погрузили одинаковые проволочки, включенные последовательно в цепь с током. Какую удельную теплоемкость имеет жидкость, если через некоторое время после подключения проволочек к источнику тока температура воды поднялась на $\Delta t_{\text{в}} = 4,25$ С, а жидкости - $\Delta t_{\text{ж}} = + 5$ С ?

Решение

Внутренняя энергия жидкостей изменяется за счет работы тока, так как проволочки одинаковы, то $Q_1 = Q_2$

$$Q_{\text{в}} = C_{\text{в}} m_{\text{в}} \Delta t_{\text{в}} ; \quad Q_{\text{ж}} = C_{\text{ж}} m_{\text{ж}} \Delta t_{\text{ж}} ; \quad m_{\text{в}} = m_{\text{ж}} ; \quad C_{\text{в}} \Delta t_{\text{в}} = C_{\text{ж}} \Delta t_{\text{ж}} ;$$

$$C_{\text{ж}} = \frac{C_{\text{в}} \cdot \Delta t_{\text{в}}}{\Delta t_{\text{ж}}} = 3570 \text{ Дж} / \text{кг} \cdot \text{К} .$$

3. Андрей и его младшая сестра Лиля обрадовались, увидев в окне густой снегопад, и решили слепить снеговика. Они захватили кастрюлю с площадью основания $S = 1200 \text{ см}^2$ и поставили ее на горизонтальную площадку, чтобы туда набралось чистого снега прямо с неба. Через час, когда снеговик красовался среди кустов, они забрали наполовину заполненную снегом кастрюлю и пошли домой. Снег в кастрюле растаял, и Андрей измерил с помощью линейки слой воды в кастрюле, который оказался равен 3 мм. Старший брат решил показать сестренке свои выдающиеся способности к физике и вычислить, сколько снежинок N в среднем находилось в 1 м^3 воздуха во время снегопада. Для начала Андрей порылся в справочниках и Интернете и выяснил, что средняя масса

снежинки 4 мг, скорость их падения 0,5 км/ч, плотность воды $\rho_1 = 1$ г/см³, плотность льда (из которого состоят снежинки) $\rho_2 = 0,9$ г/см³. Затем он предположил, что снежинки падали вертикально, потому что не было ветра, и получил число N . Какой ответ у него получился?

Решение

Объем растаявшей воды $V = S \cdot h = 1200 \cdot 0,3 = 360$ см³

Масса воды в кастрюле $m = \rho_1 V = 1 \cdot 360 = 360$ г.

Количество снежинок, попавших в кастрюлю $N_1 = \frac{m}{m_1} = \frac{360 \text{ г}}{0,004 \text{ г}} = 90000$

За время 1 час все снежинки, которые находились над кастрюлей и попали в нее, прошли путь $l = 0,5 \cdot 1 = 0,5$ км = 500 м. Объем столба воздуха такой высоты и площадью кастрюли равен $V_1 = l \cdot S = 500 \cdot 0,12 = 60$ м³. Таким образом количество снежинок в 1 м³ легко посчитать:

$$N = \frac{N_1}{V_1} = \frac{90000}{60} = 1500 \text{ шт/м}^3$$

4. В теплоизолированный цилиндр положили замороженный до $t = -30^\circ\text{C}$ кубик льда, длина стороны которого $a = 5$ см, и закрыли тепло- непроницаемым поршнем. Откачав весь воздух, под поршень впустили $m_1 = 2,5$ г водяного пара при температуре 100°C . Сколько воды окажется в сосуде после установления теплового равновесия?

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1$ г/см³ и льда $\rho_2 = 0,9$ г/см³, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200$ Дж/(кг·К) и льда $c_2 = 2100$ Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг, удельная теплота парообразования воды $L = 2,3$ МДж/кг.

Решение

Масса льда $m_2 = \rho_2 a^3 = 900 \cdot 0,05^3 = 0,1125$ кг.

Предположим, что пар сконденсировался воду и эта вода остыла до 0°C .

При этом может выделиться тепло

$$Q_1 = m_1 L + m_1 c_1 (100 - 0) = 0,0025 \cdot 2,3 \cdot 10^6 + 0,0025 \cdot 4200 \cdot 100 = 5750 + 1050 = 6800$$

Для нагревания ледяного кубика до 0°C необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-30)) = 0,1125 \cdot 2100 \cdot 30 = 7087,5 \text{ Дж.}$$

Как видно, это больше, чем может дать пар и вода на

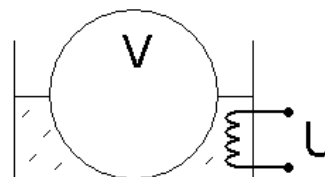
$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 7087,5 - 6800 = 287,5 \text{ Дж.}$$

Эту энергию лед получит при замерзании $\Delta m = \frac{\Delta Q}{\lambda} = \frac{287,5}{0,33 \cdot 10^6} = 0,00087 \text{ кг} =$

0,87 г воды. Но под поршнем есть 2,5 грамма воды из пара, так что под поршнем останется незамерзшими $(2,5 - 0,87) = 1,63$ грамма воды.

Ответ: 1,63 г

5. Зимние каникулы растянулись на много дней и Андрей искал способ с одной стороны заняться чем-то интересным, а с другой стороны подготовиться к ГИА (государственной



итоговой аттестации) по физике. На этот раз он заглянул в морозильную камеру, температура в которой была $t_1 = -18^{\circ}\text{C}$, и нашел там шарики из льда. Достав один из шариков объемом $V_1 = 100$ мл, он положил его в цилиндрический стакан и налил туда $V_2 = 60$ мл кипятка при температуре $t_2 = 100^{\circ}\text{C}$. После установления теплового равновесия, юный экспериментатор решил подогреть систему с помощью кипятильника, мощность которого 1 кВт, в течение 5 секунд. Что изменилось в системе за эти 5 секунд? Потерями тепла на нагревание стакана и воздуха пренебречь, считать, что кипятильник передал всю свою энергию системе.

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$.

Решение

Масса воды $m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 0,06 \cdot 10^{-3} = 0,06$ кг

Масса ледяного шарика $m_2 = \rho_2 V_2 = 900 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,09$ кг.

При остывании до 0°C вода может выделить

$$Q_1 = m_1 c_1 (100 - 0) = 0,06 \cdot 4200 \cdot 100 = 25200 \text{ Дж.}$$

Для нагревания и плавления ледяного шарика необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-18)) + m_2 \lambda = 0,09 \cdot 2100 \cdot 18 + 0,09 \cdot 0,33 \cdot 10^6 = 33102 \text{ Дж}$$

Как видно, это больше, чем может дать вода на

$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 33102 - 25200 = 7902$ Дж. Значит, лед растает не полностью и

температура теплового равновесия у системы будет равна 0°C . За 5 се-

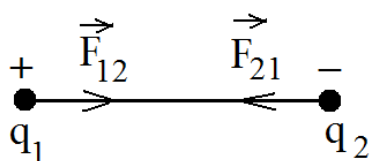
кунд кипятильник даст еще тепло $Q_3 = 1000 \cdot 5 = 5000$ Дж, которого хватит

только для плавления еще порции льда массой $\Delta m = \frac{Q_3}{\lambda} = \frac{5000}{0,33 \cdot 10^6} = 0,015$

кг льда. Таким образом, за 5 секунд нагрева температура системы не изменится, но в стакане станет на 15 грамм воды больше.

Ответ: на 15 г увеличится масса воды

Тема 7. Электростатика



Сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел находится

по закону Кулона $F = \frac{k|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2},$

где $|q_1|, |q_2|$ - модули взаимодействующих зарядов, r - расстояние между

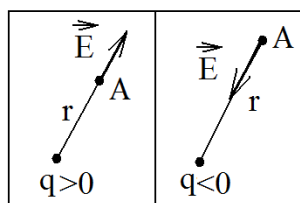
ними, $k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}, \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}, \varepsilon$ - относительная ди-

электрическая проницаемость среды, для вакуума и воздуха $\varepsilon = 1$.

Силовой характеристикой поля является напряжённость $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$

где F – сила, действующая на заряд q , помещённый в электрическое поле.

Направление силы, действующей на положительный заряд, и направление напряжённости совпадают.



Точечный заряд q_0 создает в окружающем пространстве поле напряжённостью

$$E = \frac{k|q_0|}{\varepsilon r^2}.$$

На рисунке показаны направления напряжённостей полей, создаваемых положительным и отрицательным зарядами в точке А.

Принцип суперпозиции полей: если поле создаётся в данной точке пространства несколькими зарядами, то его напряжённость

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

Энергетической характеристикой электрического поля является

потенциал
$$\varphi = \frac{W_p}{q}$$

где W_p - потенциальная энергия электрического поля в данной точке пространства.

Потенциал поля, созданного точечным зарядом q_0 на расстоянии r равен

вен
$$\varphi = \frac{k|q_0|}{\varepsilon r}.$$

Работа электрического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 равна $A_{12} = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$,

где $\varphi_1 - \varphi_2$ - разность потенциалов, или напряжение.

Связь напряжённости и разности потенциалов (напряжения) в одно-

родном поле
$$E = \frac{U}{\Delta d},$$

где U – разность потенциалов между точками 1 и 2, Δd – расстояние между этими точками в направлении, совпадающем с вектором напряжённости.

Электроёмкость уединённого заряда $C = \frac{q}{\varphi}$,

Электроёмкость конденсатора $C = \frac{q}{U}$.

Единицу ёмкости в системе СИ называют *фарад* (Ф).

Электроёмкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$,

где S – площадь обкладки конденсатора, d – расстояние между обкладками, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$, ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора.

Общая ёмкость конденсаторов при последовательном соединении

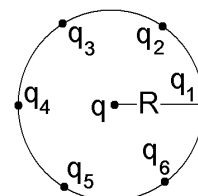
находим из условия $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$

Общая ёмкость при параллельном соединении $C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$

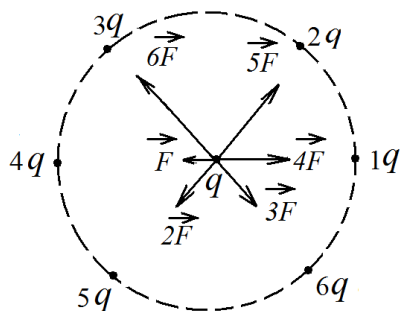
Энергия электрического поля конденсатора $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}$.

Примеры решения задач

1. Шесть точечных зарядов $q_n = n \cdot q$, где $q = 1$ мкКл, $n = 1, 2, \dots, 6$ расположены на равном удалении от соседних зарядов на окружности радиуса $R = 1$ м. Найти величину силы, действующей на точечный заряд q , помещенный в центр этой окружности. $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ Ф/м.

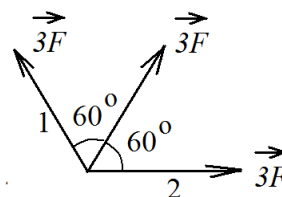


Решение



Обозначим силу взаимодействия между зарядом, находящимся в центре окружности, и первым зарядом $F = \frac{kq^2}{R^2}$. Сила взаимодействия между центральным зарядом и остальными будет $F_n = nF$. На рис. 1 обозначены

эти силы. Ясно что, складывая эти вектора, мы получим 3 одинаковых вектора изображенных на втором рисунке. Сумма векторов 1 и 2 равна $3F$. Тогда результирующая сила



$$F_p = 6F = \frac{6kq^2}{R^2} = \frac{6 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (10^{-6})^2}{1} = 0,054(H)$$

Ответ: 0,054 Н

2. Заряженный конденсатор, отключенный от источника напряжения, имеет энергию 1 Дж. Найти диэлектрическую проницаемость заполняющего его диэлектрика, если на удаление диэлектрика из конденсатора надо затратить работу $A = 4$ Дж.

Решение

Работа, которая идет на удаление диэлектрика из конденсатора, равна приращению энергии конденсатора, т.е.

$$A = W_2 - W_1.$$

Здесь $W_1 = \frac{q^2}{2C_1}$ - энергия конденсатора до удаления диэлектрика;

$W_2 = \frac{q^2}{2C_2}$ - энергия конденсатора после удаления диэлектрика;

$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ - емкость конденсатора до удаления диэлектрика;

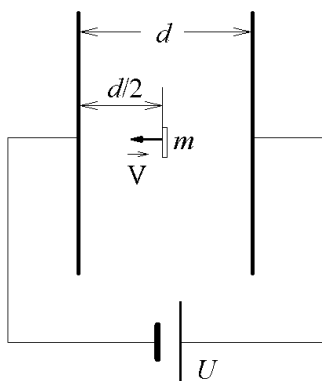
$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ - емкость конденсатора после удаления диэлектрика.

Тогда $W_1 = \frac{q^2 d}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}$, а $W_2 = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S} = W_1 \cdot \varepsilon$.

$$A = W_1 \cdot \varepsilon - W_1 = W_1(\varepsilon - 1)$$

$$\varepsilon - 1 = \frac{A}{W_1}; \quad \varepsilon = 1 + \frac{A}{W_1}; \quad \text{Подставим числовые данные} \quad \varepsilon = 1 + \frac{4}{1} = 5.$$

Ответ: $\varepsilon = 5$.



3. Посередине между обкладками плоского воздушного конденсатора, подключенного к идеальному источнику постоянного напряжения $U = 1000$ В, поместили тонкую незаряженную металлическую пластинку площадью $S = 1 \text{ мм}^2$ и массой $m = 0,1$ г. Затем ее толкнули со скоростью $V = 1,77$ мм/с в направлении, перпендикулярном

одной из обкладок. При абсолютно упругом ударе с обкладкой пластинка мгновенно получает заряд, поверхностная плотность которого равна поверхностной плотности заряда обкладки. Через какое время после толчка кинетическая энергия пластинки увеличится в 25 раз? Расстояние между обкладками $d = 1$ см. Плоскости пластинки и обкладок все время параллельны, силы гравитации отсутствуют, краевыми эффектами и сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что электрическое поле пластинки не влияет на распределение заряда на обкладках конденсатора, а размеры пластинки намного меньше размеров обкладок. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Решение

Поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора:

$$\sigma = \frac{q_1}{S_1} = \frac{CU}{S_1} = \frac{\varepsilon_0 S_1 U}{d S_1} = \frac{\varepsilon_0 U}{d}$$

Заряд пластинки $q = \sigma S = \frac{\epsilon_0 S U}{d}$. Напряженность поля между обкладками

$E = \frac{U}{d}$ действует на пластинку силой

$$F = qE = \frac{\epsilon_0 S U^2}{d^2} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-6} \cdot 10^6}{10^{-4}} = 8,85 \cdot 10^{-8} \text{ Н, которая придает ей}$$

ускорение $a = \frac{F}{m} = \frac{8,85 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} = 8,85 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$. При перезарядке пластинки

во время ударов ее скорость и ускорение не меняются по модулю, хотя направление меняется на противоположное. Таким образом, можно не рассматривать отдельные удары и считать все движение после первого удара равноускоренным с начальной скоростью V .

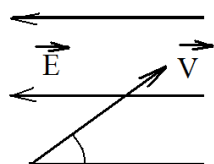
Чтобы кинетическая энергия увеличилась в 25 раз, нужно, чтобы скорость увеличилась в 5 раз. На это потребуется время

$$t = \frac{5V - V}{a} = \frac{4V}{a} = \frac{4 \cdot 1,77 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-4}} = 8 \text{ с. К этому времени надо добавить}$$

время равномерного движения до первого столкновения

$$t_0 = \frac{d}{2V} = \frac{0,01}{2 \cdot 1,77 \cdot 10^{-3}} = 2,82 \text{ с.}$$

Ответ: 10,82 с



4. Шарик массой $m = 1 \text{ г}$ и зарядом $q = 1 \text{ мкКл}$ брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 37^\circ$ к горизонту со скоростью $V = 10 \text{ м/с}$. У поверхности земли создано однородное электростатическое поле с напряжённостью $E = 2000 \text{ В/м}$. На каком расстоянии от точки бросания шарик упадёт на землю? Сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

В горизонтальном направлении на заряженный шарик действует сила $F = qE = ma$ и сообщает ему ускорение $a = \frac{qE}{m} = \frac{10^{-6} \cdot 2000}{10^{-3}} = 2 \text{ м/с}^2$, направленное против оси ОХ.

Запишем уравнение кинематики в проекции на ось ОХ:

$$x = V \cos \alpha t - \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Время полёта найдём из уравнения кинематики по оси ОУ

$$y = V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0 \Rightarrow t = \frac{2V \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,6}{10} = 1,2 \text{ с}.$$

Подставляя это время в (1), получаем расстояние до точки падения на землю

$$x = S = 10 \cdot 0,8 \cdot 1,2 - \frac{2 \cdot 1,44}{2} = 8,16 \text{ м}.$$

Ответ: 8,16 м

5. От верхней пластины горизонтально расположенного заряженного плоского воздушного конденсатора падает дробинка массой $m = 2 \text{ мг}$, имеющая положительный заряд $q = 4 \text{ мкКл}$. Ёмкость конденсатора $C = 50 \text{ мкФ}$, заряд верхней пластины положителен и равен $Q = 2 \text{ Кл}$. Чему равна скорость дробинки при подлёте к нижней пластине? Влиянием силы тяжести пренебречь.

Решение

Дробинка имеет положительный заряд, следовательно, она будет двигаться к нижней отрицательной пластине конденсатора. При перемещении заряда электрическое поле конденсатора совершает работу, а у дробинки появляется кинетическая энергия, т.е. $qU = \frac{mV^2}{2}$, т.е. скорость

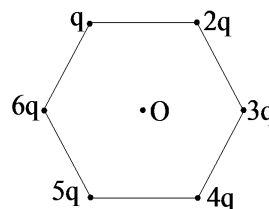
$$\text{дробинки } V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Напряжение между обкладками конденсатора $U = \frac{Q}{C}$, тогда скорость

$$V = \sqrt{\frac{2qQ}{mC}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} = 400 \text{ м/с}.$$

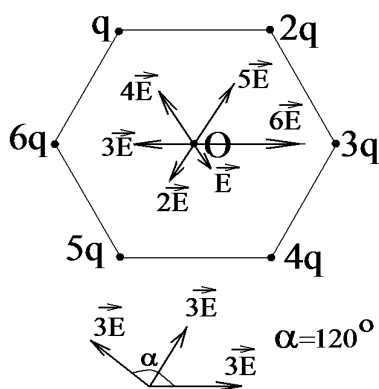
Ответ: 400 м/с

6. В вершинах правильного шестиугольника находятся заряды (см. рис.). Чему равна сторона шестиугольника, если напряженность электрического поля в центре (точке О) равна



$E = 60 \text{ кВ/м}$. Заряд $q = 1 \text{ нКл}$, $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Ф/м}$

Решение



Напряженность поля, созданного зарядом q в

точке О равна $E = \frac{kq}{a^2}$.

Тогда $E_2 = 2E$; $E_3 = 3E$ и т.д. (см. рис.).

Сложим напряженности попарно и получим 3 вектора (см. рис.).

Сумма этих векторов равна по модулю $6E$, т.е.

$$E_0 = \frac{6kq}{a^2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{6kq}{E_0}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{60 \cdot 10^3}} = 0,03 \text{ м}.$$

Тема 8. Электрический ток

Сила тока равна отношению заряда q , проходящего через поперечное

сечение проводника ко времени его прохождения $I = \frac{q}{t}$.

Если сила тока меняется со временем, то сила тока $I = \frac{dq}{dt} = (q)'$,

где dq - заряд, протекающий через поперечное сопротивление проводника за бесконечно малый промежуток времени dt .

Сопротивление проводника $R = \frac{\rho l}{S},$

где ρ - удельное сопротивление проводника, зависит от вещества, из которого он изготовлен, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения проводника.

Закон Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R},$

где I – сила тока на участке цепи, U - напряжение на этом участке, R – сопротивление этого участка.

Закон Ома для полной цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r},$

где $\varepsilon = \frac{A_{\text{сторонних сил}}}{q}$ - ЭДС, т.е. электродвижущая сила источника, R – полное сопротивление внешней цепи, r – внутреннее сопротивление источника тока.

Если внешнее сопротивление $R = 0$, то происходит **короткое замыкание**. Тогда сила тока увеличивается, повышается температура проводника и отдельные участки цепи могут расплавиться. Ток короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}.$

При решении задач следует помнить способы соединения сопротивлений.

При последовательном соединении проводников

сила тока в любых частях цепи одинакова $I = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$

общее сопротивление $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$

полное напряжение $U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$

При параллельном соединении сила тока $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$

общее сопротивление находится из условия $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

напряжения на участках одинаковые $U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$

Работа электрического тока $A = qU = IUt$.

Мощность электрического тока $P = \frac{A}{t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$.

Закон Джоуля-Ленца $Q = I^2 R t$.

Используя закон Ома, это выражение можно записать в виде

$$Q = \frac{U^2}{R} t = IUt.$$

Примеры решения задач

1. При пропускании тока силой $I_1 = 1,4 A$ через проволоку, она нагрелась до $t_1 = 55^\circ C$, а при силе тока $I_2 = 2,8 A$ - до $t_2 = 160^\circ C$. До какой температуры нагреется проволока при пропускании тока $I_3 = 5,6 A$. Время пропускания тока одинаковое, считать, что сопротивление проволоки не зависит от температуры, теплоотдачей в окружающее пространство пренебречь.

Решение

При пропускании тока в проводнике выделяется количество теплоты $Q = I^2 R \tau$, где τ - время. Если потери тепла отсутствуют, то оно полностью идет на нагревание проводника, т.е. $Q = cm\Delta t$. Тогда

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{1}{4}; \quad \text{Отсюда } t_0 = \frac{4t_1 - t_2}{3} = 20^\circ C$$

$$\frac{I_1^2}{I_3^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_3 - t_0} = \frac{1}{16}. \quad t_3 = 16 t_1 - 15 t_0 = 580^\circ C$$

2. Подключенная к сети спираль электроплитки раскалена. Как изменится накал спирали, если на часть ее попадает вода?

Решение

При попадании воды, которая испаряется, спираль охлаждается. Это сопровождается уменьшением сопротивления части спирали, следовательно сила тока возрастает. Поэтому какая остальной части спирали возрастает согласно закона Джоуля-Ленца.

3. Кусок медной проволоки подключили к источнику постоянного напряжения. При этом на проволоке выделяется мощность P . На сколько процентов изменится выделяемая мощность, если проволоку равномерно растянуть в два раза с помощью станка?

Решение

Так как объем проволоки не может измениться, то при увеличении длины в 2 раза площадь сечения должна уменьшиться в 2 раза, а сопротивление проволоки при этом увеличивается в 4 раза, так как $R = \frac{\rho l}{S}$. Мощность находится по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, значит она уменьшается в 4 раза, т.е. уменьшается на 75%.

Ответ: уменьшится на 75%

4. ЭДС батареи $\varepsilon = 12$ В, сила тока короткого замыкания $I_0 = 5$ А. Какую наибольшую мощность $P_{\max}$ может дать батарея во внешней цепи?

Решение

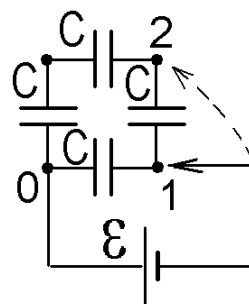
Мощность $P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(r + R)^2}$. Максимум найдем из условия $\frac{dP}{dR} = 0$. Полу-

чим, что мощность максимальна при $R = r$ и равна $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$. Ток корот-

кого замыкания будет при $R = 0$ и равен $I_0 = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I_0}$. Тогда

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon I_0}{4} = \frac{12 \cdot 5}{4} = 15 \text{ Вт}$$

5. Первоначально источник ЭДС был подключен к точкам 0 и 1 цепи из четырех одинаковых конденсаторов с ёмкостью $C = 3$ мкФ каждый. После того, как источник ЭДС подключили к точкам 0 и 2, суммарная энер-



гия конденсаторов уменьшилась на величину $\Delta W = 8$ Дж. Найти величину ЭДС ε .

Решение

При подключении источника к точкам 0 и 1 конденсаторы 1, 2 и 3 подключены последовательно и имеют емкость $\frac{C}{3}$. Конденсатор 4 соединен

с ними последовательно и общая емкость $C_1 = \frac{C}{3} + C = \frac{4C}{3}$. Энергия

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{4C\varepsilon^2}{3 \cdot 2}.$$

При подключении источника к точкам 2 и 1 конденсаторы 1 и 2 соединены последовательно и их емкость $\frac{C}{2}$. Такая же емкость будет у цепочки

из 3 и 4 конденсаторов. Общая емкость при таком соединении

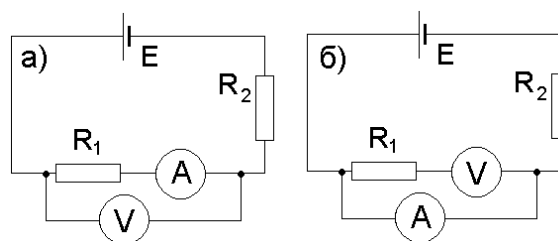
$$C_2 = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C. \text{ Тогда энергия } W_2 = \frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

Разность этих энергий $W_1 - W_2 = \Delta W = \frac{C\varepsilon^2}{6}$. Отсюда находим ЭДС

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{6\Delta W}{C}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 8}{10^{-6}}} = 4000 \text{ (В)}$$

Ответ: 4000 В

6. На первом рисунке изображена электрическая схема, в которой последовательно с источником тока (с нулевым внутренним



сопротивлением) включены два резистора, причем $R_2 = 10$ Ом. Идеальные амперметр и вольтметр показывают соответственно силу тока 1 А и напряжение 3 В. Насколько изменятся показания, если амперметр и вольтметр поменять местами?

Решение

Из закону Ома найдем сопротивление $R_1 = \frac{U}{I} = \frac{3}{1} = 3$ Ом. Если вольтметр идеальный, то через него ток не течет, а значит через резистор R_2 течет такой же ток 1 А. Найдем ЭДС источника: $E = I(R_1 + R_2) = 1 \cdot (3 + 10) = 13$ В.

Так как амперметр идеален, то его сопротивление равно нулю, а значит напряжение на нем на второй схеме равно 0, поэтому вольтметр покажет 0 В. Но ток через амперметр протекает с учетом только резистора R_2 , то есть $I' = \frac{E}{R_2} = \frac{13}{10} = 1,3$ А.

Показания изменятся: у вольтметра на 3 В уменьшатся, у амперметра на 0,3 А увеличатся.

Ответ: У вольтметра на 3 В уменьшатся, у амперметра на 0,3 А увеличатся

7. На рис.1 изображена электрическая схема, в которой к идеальному источнику тока с ЭДС $E = 27$ В последовательно подсоединены два резистора с сопротивлениями $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 5$ Ом, а также амперметр с сопротивлением 0,3 Ом (рис.2). Параллельно к резистору R_1 подключен вольтметр (рис.3) с сопротивлением 10 кОм.

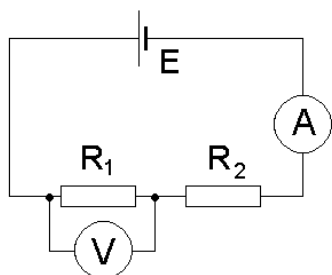


Рис.1. Электрическая схема

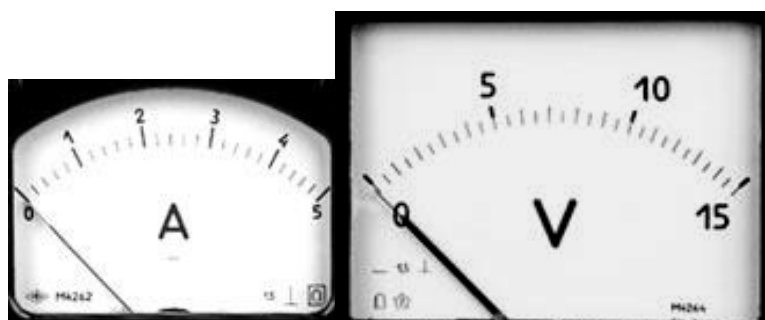


Рис.2 Амперметр

Рис.3 Вольтметр

Для теоретического расчета тока и напряжения на участках цепи часто считают, что вольтметр и амперметр идеальны, то есть сопротивление амперметра приравнивают к нулю, а сопротивление вольтметра считают очень большим, стремящимся к бесконечности. Можно ли утверждать, что в схеме на рис.1 можно принять такое упрощение, и результат не будет отличаться от реального.

Замечание. Если рассчитанная величина отличается от реально измеренной по прибору меньше, чем на половину цены деления этого прибора, то говорят, что эти величины равны между собой с точностью до погрешности прибора.

Решение

Из рисунков 2 и 3 определим цену деления приборов ω и погрешность прибора $\Delta = \omega/2$

Для амперметра $\omega = 0,2 \text{ А}$, $\Delta = 0,1 \text{ А}$

Для вольтметра $\omega = 0,5 \text{ В}$, $\Delta = 0,25 \text{ В}$

Рассмотрим случай с идеальными приборами.

Показание амперметра в такой цепи было бы равно $I_{ид} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{27}{4 + 5} = 3$

А

Показание вольтметра в этом случае было бы равно $U_{ид} = I_{ид} R_1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ В}$

Теперь рассмотрим реальный случай. Общее сопротивление резистора

R_1 и параллельного вольтметра обозначим как

$$R_{1,V} = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} = \frac{4 \cdot 10000}{4 + 10000} = 3,9984 \text{ Ом}$$

Реальные показания амперметра будут такими:

$$I_{реальн} = \frac{E}{R_{1,V} + R_2 + R_A} = \frac{27}{3,9984 + 5 + 0,3} = 2,904 \text{ А}$$

а вольтметра такими $U_{реальн} = I_{реальн} \cdot R_{1,V} = 2,904 \cdot 3,9984 = 11,611 \text{ В}$

Таким образом можно сравнить отличия в показаниях с погрешностью приборов $I_{ид} - I_{реальн} = 3 - 2,904 = 0,096 \text{ А}$.

Это меньше, чем $\Delta = 0,1 \text{ А}$, и значит различия не существенны и амперметр можно заменить идеальным.

$U_{ид} - U_{реальн} = 12 - 11,611 = 0,389 \text{ В}$. Это больше, чем $\Delta = 0,25 \text{ В}$, и значит, что различия превышают погрешность прибора и вольтметр нельзя в расчетах заменить на идеальный.

Ответ: нельзя

8. Из проволоки длиной $L = 3 \text{ м}$ с сопротивлением $R = 500 \text{ Ом}$ необходимо изготовить нагреватель для включения в сеть с напряжением $U = 200 \text{ В}$. Чтобы не пережечь проволоку по ней можно пропускать ток не более $I_0 = 3 \text{ А}$. Нагреватель какой наибольшей мощности можно получить, используя данную проволоку? При изготовлении нагревателя проволоку можно резать на куски и соединять эти куски последовательно или параллельно.

Решение

Мощность нагревателя, изготовленного из целой проволоки $P_0 = \frac{U^2}{R}$, будет маленькой. Если проволоку разрезать на кусочки и соединить их параллельно, то мощность будет $P = \frac{U^2 n}{r}$, где r — сопротивление отрезанного кусочка проволоки, n — число кусочков. Таким образом, чем больше кусочков, тем больше будет мощность нагревателя. Но сопротивление не может быть меньше, чем $r = \frac{U}{I_0}$, чтобы проволока не перегорела.

Сопротивления $R = \frac{\rho L}{S}$; $r = \frac{\rho \ell}{S}$; $\frac{R}{r} = \frac{L}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{rL}{R} = \frac{UL}{I_0 R} = \frac{200 \cdot 3}{3 \cdot 500} = 0,4 \text{ м}$.

Следовательно, проволоку длиной $L = 3 \text{ м}$ надо разрезать на $n = 7$ кусочков длиной $0,4 \text{ м}$, а оставшиеся $0,2 \text{ м}$ надо отбросить, т.к. если ее подсоединить параллельно с остальными, то она сгорит, а если последовательно, то общее сопротивление станет больше, а мощность меньше.

Тогда получившаяся мощность $P = \frac{U^2 n}{r} = \frac{U^2 n I_0}{U} = U I_0 n = 200 \cdot 3 \cdot 7 = 4200 \text{ Вт}$

Ответ: 4200 Вт

9. При последовательном подключении к сети двух проводников с различными сопротивлениями R_1 и R_2 сила тока в 6,25 раз меньше, чем при параллельном подключении этих проводников. Известно, что $R_1 > R_2$. Во сколько раз сопротивление первого проводника больше, чем второго?

Решение

Ток при последовательном подключении $I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}$,

При параллельном $I_2 = \frac{U(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$.

По условию задачи $\frac{I_2}{I_1} = 6,25 = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2}$.

Решая это уравнение, получим $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 - 4,25 \frac{R_1}{R_2} + 1 = 0$.

Отсюда $\frac{R_1}{R_2} = 4$ (так как по условию первое сопротивление больше второго)

Ответ: в 4 раза

10. Во сколько раз внутреннее сопротивление источника меньше внешнего сопротивления, которым замкнут элемент с ЭДС равной ε , если напряжение на зажимах элемента составляет 75% от ε .

Решение

По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$.

Напряжение на зажимах источника $U = \varepsilon - Ir = \varepsilon - \frac{\varepsilon r}{r + R} = \varepsilon \frac{R}{r + R}$.

Отсюда $\frac{U}{\varepsilon} = \frac{1}{\frac{r}{R} + 1} = \frac{k}{k + 1} = 0,75 = \frac{3}{4}$, где $k = \frac{R}{r}$. $3k + 3 = 4k$; $k = 3$

Ответ: в 3 раза

Тема 9. Магнитное поле. Электромагнитная индукция.

Сила, с которой магнитное поле действует на проводник с током, помещенный в это поле, называется силой Ампера.

$$F_A = I \cdot l \cdot B \sin \alpha,$$

где I – сила тока, А; l – длина проводника, м; B – вектор магнитной индукции внешнего магнитного поля, Тл; α – угол между вектором магнитной индукции и силой тока.

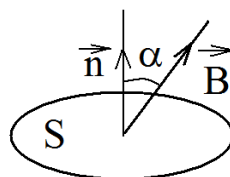
Сила Лоренца.

$$F_L = qVB \sin \alpha,$$

где q – заряд частицы, Кл; V – скорость частицы, м/с; B – вектор магнитной индукции внешнего магнитного поля, Тл, α – угол между вектором магнитной индукции и скоростью частицы.

Магнитный поток $\Phi = BS \cos \alpha,$

где S – площадь контура



Единицей измерения магнитного потока является *вебер* (Вб).

Электромагнитная индукция — это явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего контур.

Закон Фарадея $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -(\Phi)'$

Среднее значение $\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ (или при линейном изменении Φ)

Индукционный ток $I = \frac{\varepsilon_i}{R},$ где R – сопротивление контура

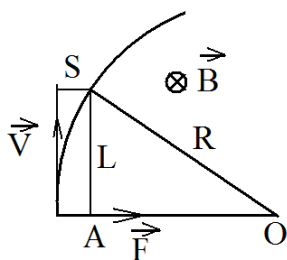
ЭДС самоиндукции $\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt} = -L(I)'$

Индуктивность контура $L = \frac{\Phi}{I}$

Примеры решения задач

1. Ускоряющее напряжение в телевизионной трубке $U = 12 \text{ кВ}$. Трубка ориентирована так, что вылетающие электроны движутся горизонтально с юга на север. Вертикальная составляющая земного магнитного поля направлена вертикально вниз и равна $B = 55 \text{ мкТл}$. В каком направлении, и на какое расстояние S отклоняются электроны, пролетая $L = 20 \text{ см}$ внутри телевизионной трубки? Массу электрона принять $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, заряд $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Решение



За счет работы электрического поля у электрона

появляется кинетическая энергия $qU = \frac{mV^2}{2}$, от-

сюда его скорость $V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

Магнитная индукция B перпендикулярна скорости электрона, следовательно он движется по окружности и имеет центростремительное ускорение $a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{R}$.

Сила Лоренца $qVB = \frac{mV^2}{R}$. Отсюда радиус окружности $R = \frac{mV}{qB}$.

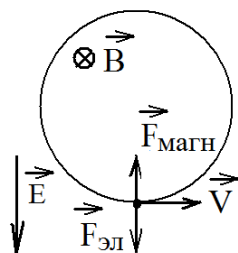
Подставляя в это выражение скорость, получаем $R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}} = 6,68 \text{ м}$.

Из рисунка видим, что $OA = \sqrt{R^2 - L^2}$ а отклонение электрона равно $S = R - \sqrt{R^2 - L^2} \approx 0,003 \text{ м} = 3 \text{ мм}$ и направлено на восток.

Ответ: 3 мм, направлено на восток

2. Протон движется по окружности радиуса $R = 8 \text{ см}$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,6 \text{ Тл}$. Найдите величину напряженности E однородного электрического поля, которое следует включить, чтобы протон стал двигаться по прямой. Масса протона $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, заряд $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Решение



Пусть индукция магнитного поля направлена за чертёж, скорость перпендикулярно ей. Если протон движется по окружности, то на него действует сила

$$F_{\text{магн}} = qVB = \frac{mV^2}{R} \text{ и его скорость } V = \frac{qBR}{m}.$$

Чтобы протон стал двигаться прямолинейно, сумма действующих на него сил должна равняться нулю. Следовательно, напряженность электрического поля должна быть направлена вниз и $F_{\text{эл}} = F_{\text{магн}}$.

Следовательно $qE = qVB$, тогда напряженность

$$E = VB = \frac{qB^2 R}{m} = 2,8 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Ответ: $2,8 \cdot 10^6 \text{ В/м}$

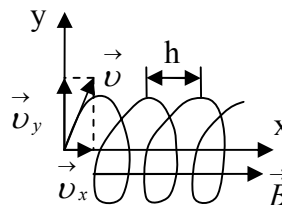
3. Частица с зарядом $q = 20 \text{ мкКл}$ и массой $m = 10^{-6} \text{ кг}$, ускоренная разностью потенциалов $U = 20 \text{ В}$ влетает в магнитное поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$ со скоростью $v = 500 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям индукции. Найти радиус траектории.

Решение

Запишем динамическое уравнение движения заряженной частицы: $\vec{F} = m\vec{a}$

или в проекции на ось y :

$$qBv_y = m \frac{v_y^2}{R}.$$



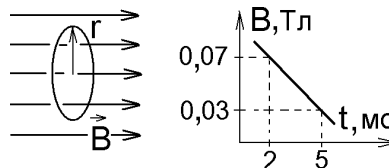
Отсюда $R = \frac{mv_y}{qB},$

где $v_y = v \cdot \sin \alpha$. Тогда $R = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{qB}$

Подставим числовые данные $R = \frac{10^{-6} \cdot 500 \cdot \sin 30^\circ}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 12,5 \text{ м.}$

Ответ: $R = 12,5 \text{ м.}$

4. Плоскость проводящего кругового витка радиуса $r = 3 \text{ см}$ перпендикулярна к линиям индукции однородного магнитного поля $\vec{B}$.



Найти величину ЭДС электромагнитной индукции, созданной в таком витке, если величина B меняется со временем по линейному закону (см. рисунок).

Решение

Магнитная индукция меняется по закону $B = B_0 - kt$.

Коэффициент k найдем из графика $k = \frac{B_1 - B_2}{\Delta t}$. Магнитный поток

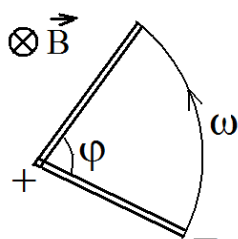
$\Phi = BS = (B_0 - kt)\pi r^2$. При изменении магнитного потока возникает ЭДС

индукции $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 k$. $\varepsilon = \pi r^2 \frac{(B_1 - B_2)}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot 9 \cdot 10^{-4} \cdot 0,04}{3 \cdot 10^{-3}} = 0,03768 \text{ (В)}$

Ответ: $0,03768 \text{ В}$

5. Горизонтальный металлический стержень длиной $L = 0,5 \text{ м}$ вращается вдоль вертикальной оси, проходящей через один из его концов, делая 2 оборота в секунду. Определить разность потенциалов между концами стержня, если вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна $B = 50 \text{ мкТл}$.

Решение



При вращении стержня на хаотическое движение свободных электронов накладывается направленное движение. На свободные электроны действует сила

Лоренца, под действием которой они отклоняются к правому концу стержня. Возникающую разность потенциалов U находим по тому же закону, что и э.д.с. индукции.

$$\text{Модуль разности потенциалов } U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t}, \quad (1)$$

где $\Delta\Phi$ - изменение магнитного потока, ΔS - площадь «заметаемая» проводником за время Δt при его вращении.

$$\text{Заметаемую площадь найдем из пропорции } \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta S}{\pi L^2} \Rightarrow \Delta S = \frac{L^2 \varphi}{2} \text{ и}$$

$$\text{подставим в (1), тогда } U = \frac{BL^2 \varphi}{2\Delta t}. \text{ Так как } \frac{\varphi}{\Delta t} = \omega = 2\pi\nu, \text{ то}$$

$$U = BL^2 \pi \nu = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 0,25 \cdot \pi \cdot 2 = 78,5 \cdot 10^{-6} \text{ В} = 78,5 \text{ мкВ}.$$

6. Протон и α -частица движутся в магнитном поле по окружности. Во сколько раз различаются радиусы их траекторий, если они прошли одинаковую разность потенциалов.

Решение

На частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила $F = qvB \sin \alpha$.

Так как скорость и вектор магнитной индукции перпендикулярны, то частицы летят по окружностям и обладают центростремительным ускорением $a = \frac{v^2}{R}$. Тогда для первой и второй частиц в магнитном поле

$$\left. \begin{aligned} q_1 v_1 B &= \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \\ q_2 v_2 B &= \frac{m_2 v_2^2}{R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{v_1}{v_2} \frac{R_2}{R_1} \quad (1).$$

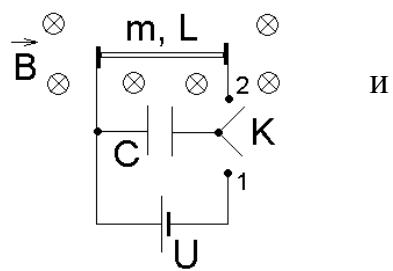
$$\left. \begin{aligned} \frac{m_1 v_1^2}{2} &= q_1 U \\ \frac{m_2 v_2^2}{2} &= q_2 U \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{q_1}{q_2};$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2} \frac{m_2}{m_1}} \quad (2).$$

$$\text{Из (1) и (2) получим } \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2} \frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1}} = \sqrt{2}.$$

Ответ: $\sqrt{2}$

7. На одном из сайтов в Интернете школьник Андрей нашел схему электромагнитной пушки, загорелся идеей самому сделать что-либо подобное. Из ящиков, набитых разными деталями и проводами, он вытащил конденсатор с емкостью $C = 10000$ мкФ и сильные магниты, выломанные из старых компьютерных жестких дисков. На стол поставил старенький самодельный источник питания с напряжением $U = 30$ В и собрал электрическую схему (см. рисунок). Замысел был такой: заряжать конденсатор от источника с помощью ключа K в положении 1; располагать горизонтальный стержень массы $m = 1$ г и длиной $L = 5$ см между двумя вертикальными скользящими контактами в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен стержню; пропускать через стержень импульсы тока, замыкая на него конденсатор C через ключ K в положении 2, и наблюдать, как стержень подпрыгивает под действием магнитной силы. После многочисленных опытов оказалось, что стержень в среднем подпрыгивал на $h = 10$ см, и Андрей оценил по этим данным величину индукции магнитного поля B , пренебрегая трением в скользящих контактах и сопротивлением воздуха, а также считая время разрядки конденсатора очень малым по сравнению с временем движения стержня, а ускорение свободного падения приравняв $g = 10$ м/с². Какой ответ у него получился?



Решение

Конденсатор заряжается до $q = CU = 10^{-2} \cdot 30 = 0,3$ Кл

Сила Ампера $F = BIL$ за короткое время Δt придает импульс стержню

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = BIL \cdot \Delta t = BL\Delta q = mV$$

Стержень приобретает скорость $V = \frac{BL\Delta q}{m}$

и подпрыгивает на высоту $h = \frac{V^2}{2g}$.

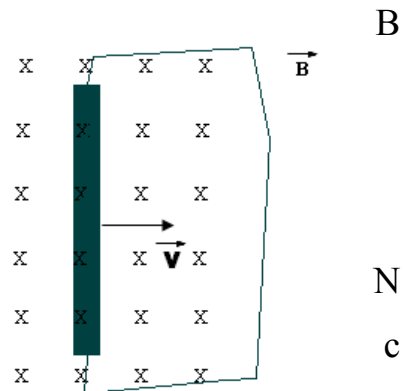
Из этих выражений находим индукцию В:

$$B = \frac{mV}{L\Delta q} = \frac{m\sqrt{2gh}}{L\Delta q} = \frac{10^{-3}\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,1}}{0,05 \cdot 0,3} = 0,094 \text{ Тл}$$

Ответ: 0,094 Тл

8. В однородном магнитном поле с индукцией находится прямой провод длиной l

Концы провода соединены гибким проводом, находящимся вне поля (см. рисунок). Сопротивление всей цепи равно R . Какая мощность требуется для перемещения прямого провода постоянной скоростью v перпендикулярно линиям индукции.



Решение

В цепи ток направлен по часовой стрелке (правило правой руки).

Воспользовавшись правилом левой руки, определим направление силы Ампера, действующей на движущийся в магнитном поле проводник.

Она направлена в сторону противоположную движению, поэтому

$$\vec{F} = -\vec{F}_A$$

$$F_A = IlB \sin \alpha; \alpha = 90^\circ$$

$$F_A = IlB; I = \frac{E_i}{R}; E_i = BLV$$

$$N = FV = \frac{B^2 l^2 V^2}{R}$$

Ответ: $\frac{(BLV)^2}{R}$

9. Под влиянием однородного магнитного поля в нем движется с ускорением $a = 2\text{ м/с}^2$ прямолинейный проводник с поперечным сечением $S = 1\text{ мм}^2$. Направление проводника перпендикулярно линиям индукции

магнитного поля, по проводнику течёт ток $I = 1\text{ A}$, плотность материала проводника $\rho = 2500\text{ кг/м}^3$. Определить индукцию магнитного поля B .

Решение

На проводник действует сила Ампера $ILB \sin 90^\circ = ma$,

Масса проводника $m = \rho V = \rho SL$.

$$B = \frac{\rho SL a}{IL} = \frac{\rho S a}{I} = \frac{2500 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{1} = 0,005\text{ Тл}$$

Ответ: 0,005Тл

10. Плоскость проводящего кругового витка

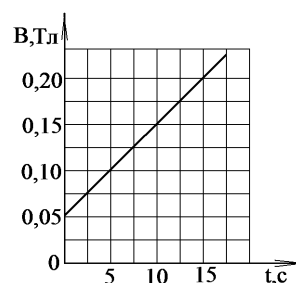
радиусом $r = 5\text{ см}$ расположена

перпендикулярно линиям магнитной

индукции однородного магнитного поля.

Найти величину ЭДС индукции, если

индукция магнитного поля меняется как показано на рисунке.



Решение

Магнитное поле меняется по закону $B = B_0 + kt$. Из графика

$$k = \frac{0,05}{5} = 0,01\text{ А/Тл}.$$

Магнитный поток через контур $\Phi = BS = (B_0 + kt)\pi r^2$. При изменении магнитного потока в контуре возникает ЭДС индукции по модулю равная

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 k = \pi \cdot 0,01 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 78,5 \cdot 10^{-6}\text{ В} = 78,5\text{ мкВ}.$$

Ответ: 78,5 мкВ

11. Частицы “1” и “2” с разными массами и зарядами движутся в перпендикулярном к траекториям их движения однородном постоянном магнитном поле. Отношения радиусов кривизны этих траекторий и величин скоростей частиц равны $R_1/R_2 = 2,25$ и $v_1/v_2 = 9$. Каким будет от-

ношение a_1/a_2 величин ускорения таких частиц, если вместо магнитного включить однородное постоянное электрическое поле?

Решение

На частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила $F = qvB \sin \alpha$. Так как скорость и вектор магнитной индукции перпендикулярны, то частицы летят по окружностям и обладают центростремительным ускорением $a = \frac{v^2}{R}$. Тогда для первой и второй частиц в магнитном поле

$$\left. \begin{aligned} q_1 v_1 B &= \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \\ q_2 v_2 B &= \frac{m_2 v_2^2}{R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{v_1}{v_2} \frac{R_2}{R_1} \quad (1).$$

$$\text{В электрическом поле} \quad \left. \begin{aligned} q_1 E &= m_1 a_1 \\ q_2 E &= m_2 a_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{a_1}{a_2} \quad (2)$$

Приравнявая в (1) и (2) правые части получим $\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1}{v_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{9}{2,25} = 4$

Ответ: 4

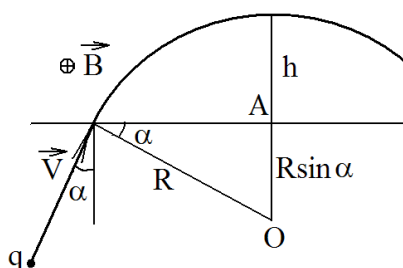
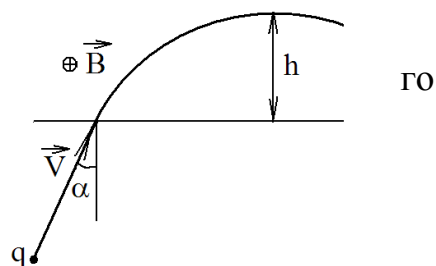
12. Электрон со скоростью

$V = 10^6$ м/с влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл.

Направление скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Определить

максимальную глубину проникновения h электрона в область магнитного поля. Отношение заряда электрона к его массе $\frac{q}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Угол падения $\alpha = 30^\circ$. Ответ дать в миллиметрах с точностью до десятых.



Решение

Под действием силы Лоренца электрон полетит по дуге окружности. Радиус найдем из условия $F = ma$. Ускорение здесь центростремительное.

$$qVB \sin 90^\circ = m \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV}{qB}.$$

Глубина проникновения $h = R - R \sin \alpha$.

Подставляя выражение для радиуса, получим

$$h = \frac{mV}{qB} (1 - \sin \alpha) = 2,8 \text{ мм}$$

Ответ: 2,8 мм

Тема 10. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Уравнение кинематики незатухающих гармонических колебаний

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где A – амплитуда колебаний, т.е. максимальное отклонение изменяемой величины от равновесного значения, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu$ – циклическая частота колебаний,

T – период колебаний, $\nu = \frac{1}{T}$ – частота колебаний.

Период незатухающих гармонических колебаний

математического маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, где l – длина нити;

пружинного маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, k – жесткость пружины, m – масса;

в колебательном контуре $T = 2\pi \sqrt{LC}$, L – индуктивность катушки, C – ёмкость конденсатора.

Примеры решения задач

1. Грузик массы 10 г совершает гармонические колебания по закону

$$X = 0,02 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м.}$$
 Определить а) путь, пройденный грузиком за

$t = 9,42\text{ с}$; б) среднюю скорость грузика; в) максимальную силу, действующую на грузик.

Решение

Из уравнения колебаний следует, что циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\text{ с}^{-1}$,

отсюда

период колебаний равен $T = \pi = 3,14\text{ с}$. Таким образом, за время t грузик

совершает $N = \frac{t}{T} = 3$ колебания.

а) За один период пройденный грузик путь равен $4A$, тогда за 3 колебания путь $S = 12A = 12 \cdot 0,02 = 0,24\text{ м}$.

б) Средняя скорость $\langle v \rangle = \frac{S}{t} = \frac{0,24}{9,42} = 0,0255\text{ м/с}$.

в) Мгновенная скорость $v = \frac{dx}{dt} = x' = -0,02 \cdot 2 \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$.

Ускорение $a = \frac{dv}{dt} = v' = -0,02 \cdot 4 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$. Максимальное значение

ускорения, т.е. его амплитуда $a_{\max} = 0,08\text{ м/с}^2$.

Максимальная сила $F_{\max} = ma_{\max} = 0,01 \cdot 0,08 = 8 \cdot 10^{-4}\text{ Н} = 0,1\text{ мН}$

Ответ: $0,24\text{ м}$; $0,0255\text{ м/с}$; $0,1\text{ мН}$

2. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия на $2,4\text{ см}$ скорость точки $v_1 = 3\text{ см/с}$, а при смещении на $2,8\text{ см}$ её скорость $v_2 = 2\text{ см/с}$. Найти амплитуду и период этого колебания.

Решение

Запишем уравнения гармонических колебаний для двух моментов времени.

Учтём, что скорость $v = \frac{dx}{dt}$.

$$\text{Получим } \left. \begin{array}{l} x_1 = A \cos \omega t_1 \\ v_1 = -A \omega \sin \omega t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (x_1^2) + \left(\frac{v_1}{\omega} \right)^2 = A^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = A^2 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_2 = A \cos \omega t_2 \\ v_2 = -A \omega \sin \omega t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow (x_2^2) + \left(\frac{v_2}{\omega} \right)^2 = A^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = A^2 \quad (2)$$

Приравнивая правые части (1) и (2), получим

$$x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2}; \quad (x_2^2 - x_1^2) \omega^2 = v_1^2 - v_2^2.$$

$$\text{Отсюда циклическая частота } \omega = \sqrt{\frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2}}.$$

$$\text{Период } T = 2\pi \sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} = 4,1 \text{ с}.$$

$$\text{Амплитуда } A = \sqrt{x_1^2 + \left(\frac{v_1}{\omega} \right)^2} = 3,1 \text{ (см)}.$$

Ответ: 4,1; 3,1 см

3. Маятниковые часы переносят с Земли на планету, масса которой в 4 раза больше массы Земли, а радиус в 2 раза меньше, чем радиус Земли. На сколько будет отличаться время, которое покажут эти часы, за «земной час»?

Решение

$$\text{Период колебаний маятника на Земле } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}},$$

$$\text{на другой планете } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}}$$

$$\text{Ускорение свободного падения } g_1 = \frac{GM_3}{R_3^2}, \quad g_2 = \frac{G4M_3}{R_3^2} = 16g_1.$$

Период колебаний маятниковых часов на Земле $T = 1\text{с}$, на другой планете $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{16g_2}} = \frac{T_1}{4} = 0,25\text{с}$. За час на другой планете число колебаний будет в 4 раза больше, т.е. на этой планете интервал времени равен 4 часам. Следовательно, часы уйдут вперёд на 3 часа.

Ответ: разница 3 часа

4. Шарик совершает гармонические колебания. Определить отношение скоростей шарика в точках, удаленных от положения равновесия на половину и одну треть амплитуды колебаний.

Решение

Запишем уравнение для координаты и скорости в случае гармонических колебаний

$x = A\cos(\omega t)$; $\mathcal{V} = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin\omega t$. Тогда для точек 1 и 2 получим

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{A}{2} = A\cos\omega t_1; & \mathcal{V}_1 &= A\omega\sin\omega t_1 \\ x_2 &= \frac{A}{3} = A\cos\omega t_2; & \mathcal{V}_2 &= A\omega\sin\omega t_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Тогда} \quad \left\{ \begin{aligned} \cos\omega t_1 &= \frac{1}{2}, & \sin\omega t_1 &= \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \\ \cos\omega t_2 &= \frac{1}{3}; & \sin\omega t_2 &= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} \end{aligned} \right.$$

$$\text{Отношение скоростей} \quad \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2} = \frac{\sin\omega t_1}{\sin\omega t_2} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{8}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$$

5. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = 0,02 \cos\left(1000\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ см. Определить модуль средней скорости точки на пути от её крайнего положения до положения равновесия.

Решение

Путь, пройденный точкой равен амплитуде $S = A$, время $t = \frac{T}{4}$. Средняя

$$\text{скорость } \langle v \rangle = \frac{S}{t} = \frac{4A}{T}.$$

$$\text{Период } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1000\pi} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с. } \langle v \rangle = \frac{4A}{T} = \frac{4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,4 \text{ м}$$

Ответ: 0,4 м

6. Муха массой m опустилась сверху на маленькую бусинку массы M , подвешенную на невесомой пружине, в результате чего бусинка вместе с мухой начала колебаться в вертикальном направлении. После того, как муха взлетела вертикально вверх, период колебаний бусинки уменьшился в 1,2 раза. Определить отношение массы бусинки к массе мухи.

Решение

Период колебаний бусинки с мухой $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M+m}{k}}$, без мухи

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}. \text{ Отношение } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{M+m}{M}} = 1,2. \text{ Отсюда } \frac{M+m}{M} = 1,44 \text{ или}$$

$$\frac{m}{M} + 1 = 1,44;$$

$$\text{Отношение } \frac{M}{m} = 2,27$$

Ответ: 2,27

7. Заряд $q = -4 \cdot 10^8 \text{ Кл}$ и массой $m = 0,3 \text{ кг}$ подвешен на нити длиной $L = 0,26 \text{ м}$ и совершает колебания в электрическом поле с напряженностью $E = 10^8 \text{ В/м}$, направленном вертикально вниз. Найти период колебаний такого маятника.

Решение

Напряженность электрического поля направлена вертикально вниз, заряд шарика отрицателен, следовательно, сила действующая на заряд со стороны электрического поля направлена вертикально вверх, т.е. противоположно силе тяжести. Период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{|g - a|}},$$

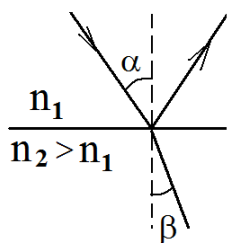
где ускорение $a = \frac{qE}{m}$. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{|g - \frac{qE}{m}|}} = 1,75c$

Ответ: 1,75с

Тема 11. Геометрическая оптика

Абсолютный показатель преломления $n = \frac{c}{v}$,

где $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света в вакууме, v – скорость света в среде.



Относительный показатель преломления $n_{om} = \frac{n_2}{n_1}$

Закон преломления света $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

Оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F}$.

Формула тонкой линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$,

где F – фокусное расстояние, d – расстояние от предмета до линзы, f – расстояние от линзы до изображения.

Примеры решения задач

1. Расстояние между двумя точечными источниками света $\ell = 24 \text{ см}$. Линза находится между источниками на расстоянии 6 см от первого источника. Чему равно фокусное расстояние линзы, если изображения источников совпали.

Решение

Очевидно, что одно изображение будет мнимым. Пусть a_1, a_2 - расстояния от источников до изображения, b_1, b_2 - расстояния от линзы до изображений. Пользуясь формулой тонкой линзы

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f}; \quad (1) \quad \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f} \quad (2).$$

По условию задачи

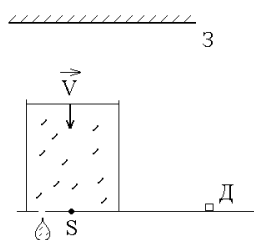
$$a_1 + a_2 = \ell; \quad b_1 = b_2.$$

Тогда $a_2 = \ell - a_1 = 18 \text{ см}$.

Складывая (1) и (2) получим $\frac{2}{f} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_1}; \quad \frac{2}{f} = \frac{a_1 + a_2}{a_2 a_1}$. Отсюда получаем

$$f = \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2} = 9 \text{ (см)}$$

Ответ: 9 см



2. На горизонтальную поверхность стола поместили непрозрачный цилиндрический сосуд радиуса $R = 4 \text{ см}$ и высоты $h = 8 \text{ см}$, полностью заполненный водой. Вода по каплям вытекает из сосуда так, что скорость

понижения уровня поверхности воды постоянна и равна $V = 1 \text{ см/с}$. На дне сосуда в центре поместили точечный источник света S, а на расстоянии $L = 16 \text{ см}$ от источника на столе расположили фотоэлемент Д. На расстоянии $H = 15 \text{ см}$ над столом поместили горизонтальное зеркало З.

1) Через сколько секунд фотоэлемент перестанет фиксировать падающий на него свет?

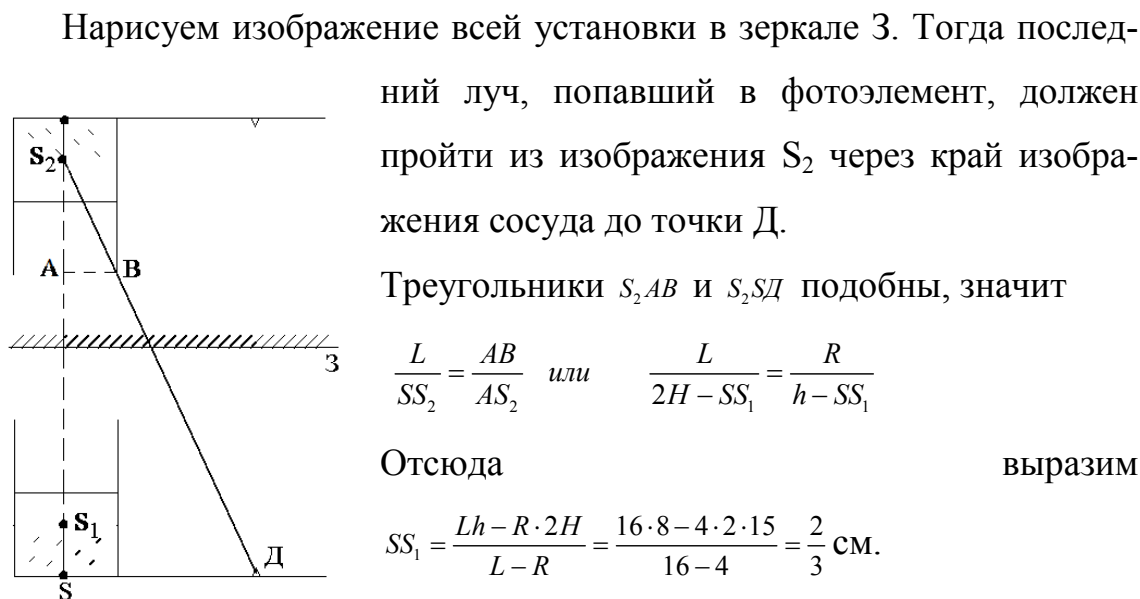
2) На сколько сантиметров к центру надо сдвинуть фотоэлемент, чтобы он всегда был освещен за все время эксперимента?

Показатель преломления воды принять равным $n = 4/3$.

Решение

За время t уровень воды опустится до высоты $y = h - vt$. Кажущаяся глубина до источника S меньше реальной в $n = 4/3$ раза, где n – показатель

преломления воды. Таким образом расстояние между источником и его изображением в слое воды равно $SS_1 = y - \frac{y}{n} = y - \frac{3}{4}y = \frac{y}{4} = \frac{h - Vt}{4}$.



Нарисуем изображение всей установки в зеркале 3. Тогда последний луч, попавший в фотоэлемент, должен пройти из изображения S_2 через край изображения сосуда до точки Д.

Треугольники S_2AB и S_2SD подобны, значит

$$\frac{L}{SS_2} = \frac{AB}{AS_2} \quad \text{или} \quad \frac{L}{2H - SS_1} = \frac{R}{h - SS_1}$$

Отсюда

выразим

$$SS_1 = \frac{Lh - R \cdot 2H}{L - R} = \frac{16 \cdot 8 - 4 \cdot 2 \cdot 15}{16 - 4} = \frac{2}{3} \text{ см.}$$

Время равно $t = \frac{h - 4 \cdot SS_1}{V} = \frac{8 - 4 \cdot 2/3}{1} = \frac{16}{3} = 5,34 \text{ с.}$

Чтобы детектор все время освещался лучами даже тогда, когда вода полностью выльется, надо расположить его на минимальном расстоянии от источника

$L = \frac{R(2H - SS_1)}{h - SS_1} = \frac{2RH}{h}$, так как $SS_1 = 0$ (видимый источник S_1 совпадает с действительным S)

$$L = \frac{4 \cdot 30}{8} = 15 \text{ см.} \quad \Delta L = 16 - 15 = 1 \text{ см}$$

Ответ: 1) $t = 5,34 \text{ с.}$ 2) сместить на 1 см.

3. Расстояние между двумя точечными источниками света $\ell = 24 \text{ см.}$ Где между источниками надо поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 9 \text{ см,}$ чтобы изображения источников получились в одной и той же точке?

Решение

Очевидно, что одно изображение будет мнимым. Пусть a_1, a_2 - расстояния от источников до изображения, b_1, b_2 - расстояния от линзы до изображений. Пользуясь формулой тонкой линзы

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f}; \quad (1) \quad \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f} \quad (2). \quad \text{По условию задачи}$$

$$a_1 + a_2 = \ell; \quad b_1 = b_2.$$

Складывая (1) и (2) получим $\frac{2}{f} = \frac{1}{\ell - a_2} + \frac{1}{a_2}; \quad \frac{2}{f} = \frac{\ell}{a_2 \ell - a_2^2}$. Отсюда по-

$$\text{лучаем } a_2^2 - 24a_2 + 108 = 0$$

Корни этого уравнения 6 см и 18 см.

Ответ: 6 см от одного и 18 от другого.

ЛИНЗЫ

1. Построение изображения в линзах

Для упрощения чертежей будем условно изображать и выпуклую и вогнутую линзы как показано на рис. 1(а,б).

Для построения изображения (рис.2) нужно воспользоваться, по крайней мере, двумя из трех лучей:

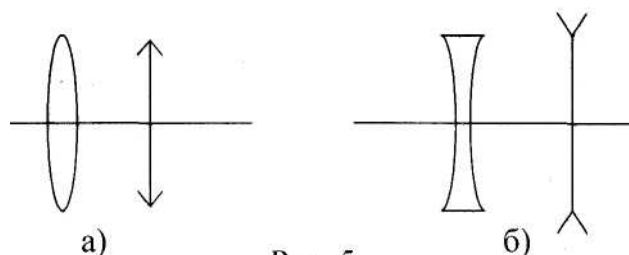


Рис.1

- луч 1, *параллельный оси*; после преломления в линзе он проходит через фокус;
- *фокальный* луч 2, после преломления в линзе он параллелен оси;
- луч 3, проходящий через *центр линзы*; этот луч не меняет после линзы своего направления;

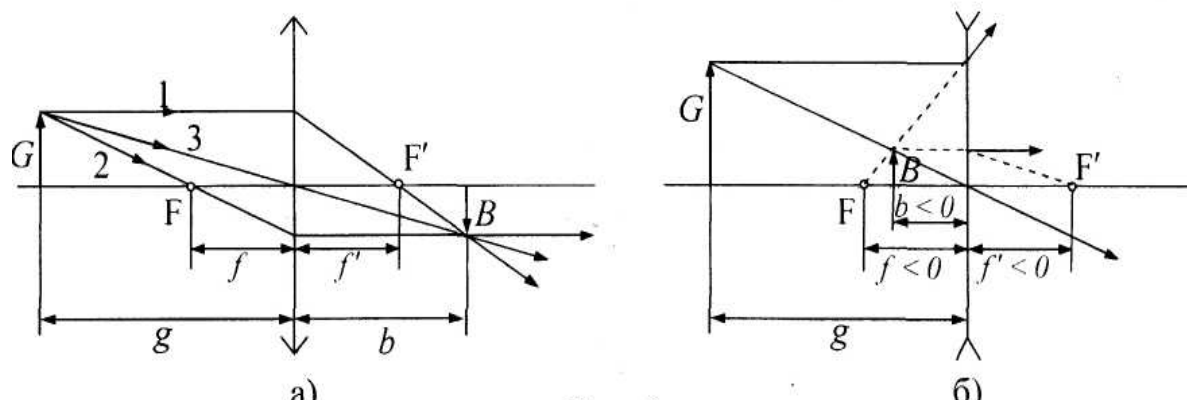


Рис.2

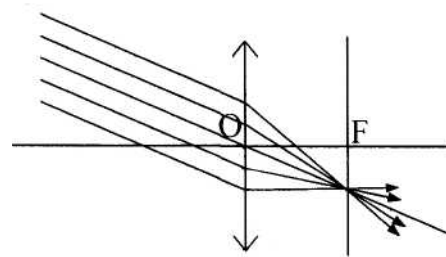


Рис.3

- параллельный пучок лучей, падающий на линзу под некоторым углом к главной оптической оси (т.е. параллельно побочной) собирается не в фокусе, а в фокальной плоскости (рис. 3).

2. Формула линзы. Линейное (β) увеличение линзы

Если

G - размер предмета (см. рис. 2(а,б)), B - размер изображения,

g - расстояние до предмета,

b - расстояние до изображения,

f - фокусное расстояние ($f = F$),

то в соответствии с рисунком имеем

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \text{ - увеличение линзы;}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \text{ - основная формула линзы.}$$

- Если предмет и изображение расположены с одной стороны линзы, то расстояние до изображения отрицательно, это *мнимое изображение*

$$\frac{1}{g} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

- У рассеивающей линзы фокусное расстояние и расстояние до изображения отрицательно

$$\frac{1}{g} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}.$$

Изображение, образуемое собирающей линзой ($f > 0$)

	Расстояние до предмета g	Расстояние до изображения b	Размер изображения B	Увеличение β	Вид изображения
1.	$g > 2f$	$2f > b > f$	$B < G$	$\beta < 1$	Действительное перевернутое
2.	$g = 2f$	$b = 2f$	$B = G$	$\beta = 1$	То же
3.	$2f > g > f$	$b > 2f$	$B > G$	$\beta > 1$	То же
4.	$g = f$	$b = \infty$	$B = \infty$	$\beta = \infty$	То же
5.	$g < f$	$b < 0$	$B > G$	$\beta > 1$	Мнимое, прямое

Изображение, образуемое рассеивающей линзой ($f < 0$)

	Расстояние до предмета g	Расстояние до изображения b	Размер изображения B	Увеличение β	Вид изображения
6.	g произвольное	$b < 0$	$B < G$	$\beta < 1$	Мнимое, прямое

2. Оптическая сила линзы (D)

3. $D = \frac{1}{f}$ - физическая величина, обратная фокусному расстоянию.

Единица оптической силы линзы называется *диоптрией* (дптр). *Диоптрия* есть оптическая сила линзы с фокусным расстоянием, равным одному метру: $1 \text{ дптр} = 1/\text{м} = \text{м}^{-1}$.

- оптическая сила собирающей линзы положительна, а рассеивающей - отрицательна;
- фокусное расстояние линзы зависит от материала линзы и ее поверхностей: если

f - фокусное расстояние линзы,

n - показатель преломления линзы,

n_{cp} - показатель преломления среды,

r_1 , - радиус кривизны более искривленной поверхности,

r_2 - радиус кривизны менее искривленной поверхности, то в случае тонких линз:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_{cp}} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Справочная таблица

Виды линз

		f		Γ .
Собирающие	двояковыпуклые	+	+	+
	плоско - выпуклые	+	+	∞
	вогнуто - выпуклые	+	+	—
Рассеивающие	двояковогнутые	—	—	—
	плоско - вогнутые	—	—	∞
	выпукло - вогнутые	—	—	+

- Радиусы кривизны выпуклых поверхностей положительны, а радиусы кривизны вогнутых поверхностей отрицательны.
- У плоской поверхности радиус кривизны бесконечно велик.
- Формула (1) справедлива для тонких линз, толщина которых мала по сравнению с диаметром линзы и фокусным расстоянием.

4. Угловое (Γ) увеличение оптических приборов

- $\Gamma = \frac{D}{f}$ - угловое увеличение лупы ($D = 25$ см - расстояние наилучшего зрения).

- $\Gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}}$ - угловое увеличение телескопа.

($f_{об}$ и $f_{ок}$ – фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра).

Расстояние от объектива до окуляра телескопа (длина телескопа):

$$L = f_{об} + f_{ок}$$

- $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{\delta \cdot D}{f_{об} \cdot f_{ок}}$ - общее увеличение микроскопа (где Γ_1 - увеличение

объектива, равное $\beta = \frac{b}{g} \approx \frac{l}{f_{об}}$, Γ_2 - увеличение окуляра, равное $\frac{D}{f_{ок}}$ (как у лупы), δ - расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра).

Примеры решения задач

Задача 1.

На рисунке 5(а-г) показаны положения предмета АВ. Построить изображение предмета.

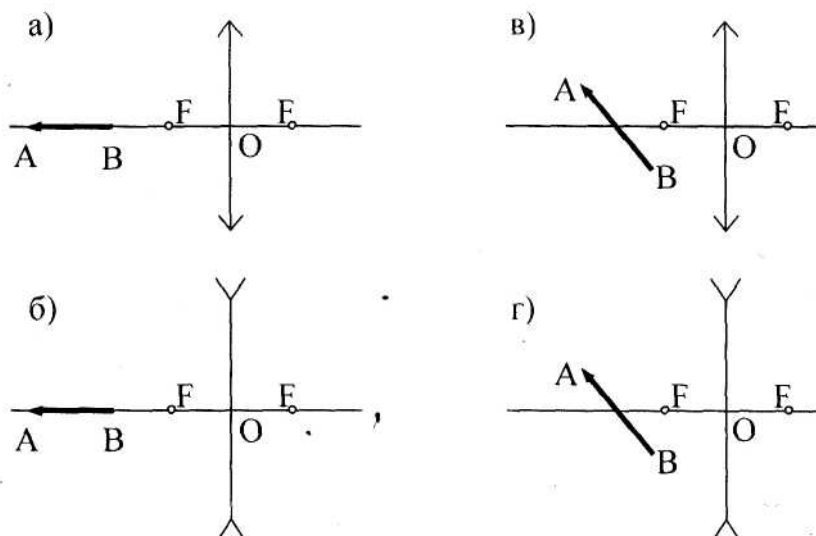


Рис.5

Решение:

Построение изображений показано на рис. 6 (а-г) соответственно. Дадим пояснения к построению.

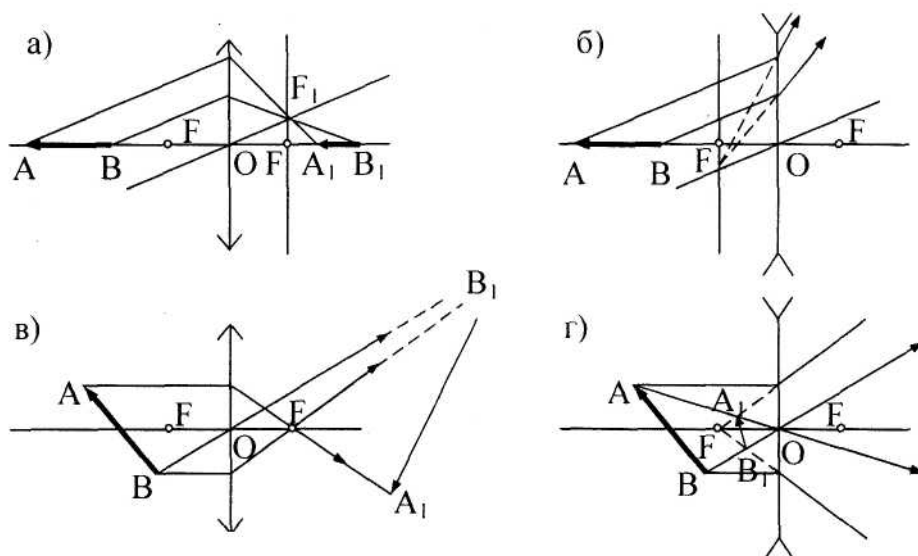


Рис.6.

Чтобы построить изображение предмета АВ, лежащего на главной оптической оси (рис. 5(а)), нужно найти изображения A_1 и B_1 точек А и В. Возьмем ис-

ходящие из точки А два луча: один, идущий вдоль главной оптической оси, другой - падающий на линзу под произвольным углом (рис. 6(а)). Направление первого луча после прохождения через линзу не меняется. Для определения хода второго луча проведем побочную оптическую ось, параллельную этому лучу, и фокальную плоскость, проходящую через задний фокус линзы. Точка пересечения побочной оптической оси с фокальной плоскостью является побочным фокусом F_1 . Через него и должен пройти второй луч после преломления в линзе. Точка A_1 пересечения первого и второго лучей, прошедших через линзу, является изображением точки А. Таким же образом строится изображение B_1 точки В.

В случае рассеивающей линзы построение выполняется аналогично (рис. 6(б)). Отличие состоит в том, что луч, идущий параллельно побочной оптической оси, после преломления в линзе идет так, что продолжение проходит через побочный фокус, являющийся точкой пересечения этой побочной оси с фокальной плоскостью, проведенной через передний фокус.

Для построения изображения предмета АВ, расположенного под некоторым углом к главной оптической оси (рис. 5(в, г)), строим изображения A_1 и B_1 точек А и В. Для этого берем по два луча, исходящие из каждой точки, луч, идущий параллельно главной оптической оси, и луч, идущий через оптический центр линзы (рис. 6(в, г)). Первый луч, преломляясь в собирающей линзе, проходит через ее фокус, если же линза рассеивающая, то луч после преломления в линзе идет так, что его продолжение проходит через передний фокус линзы. Дальнейшие построения видны из рисунков.

Задача 2.

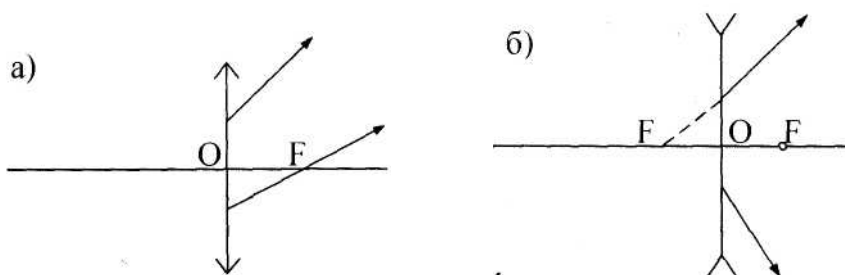


Рис.7.

Найти построением положение святающейся точки, если известен ход лучей после их преломления в линзе. Один из этих лучей пересекается с главной оптической осью собирающей линзы в ее фокусе (рис. 7 (а)). В случае с рассеивающей линзой (рис. 7(б)) один из лучей после преломления в линзе идет так, что его продолжение пересекается с главной оптической осью линзы в ее фокусе.

Решение:

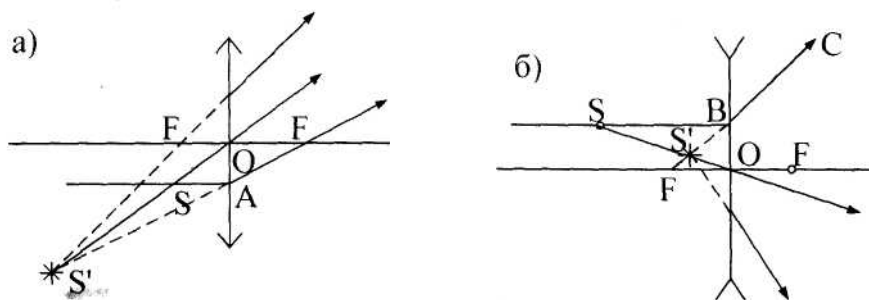


Рис.8.

Рассмотрим сначала случай с собирающей линзой. Продолжив заданные лучи до их пересечения, получим изображение S' светящейся точки S (рис. 8(a)). Соединим точку S' с оптическим центром линзы O . Луч AF после преломления в линзе проходит через фокус, значит, до преломления он шел параллельно главной оптической оси.

Проведем $AS \parallel OF$. На пересечении AS и OS' лежит искомая светящаяся точка S .

В случае рассеивающей линзы (рис. 8(б)) изображение S' светящейся точки S получим так же, продолжив заданные лучи до их пересечения. Соединим точку S' с центром линзы O . Луч BC после преломления идет так, что его продолжение проходит через фокус линзы, значит, до преломления он шел параллельно главной оптической оси. Проведем $BS \parallel OF$. Искомая точка S лежит на пересечении OS и BS .

Задача 3.

Собирающая линза дает действительное увеличение в два раза изображение предмета. Определить фокусное расстояние линзы, если расстояние между линзой и изображением предмета 24 см. Построить изображение предмета в линзе.

Дано:

Си:

Решение:

$b = 24$ см

$0,24$ м

$\kappa = 2$

$F = ?$

Для построения изображения верхней точки A предмета AB рассмотрим два луча (рис. 9). Первый луч, идущий параллельно главной оптической оси,

преломившись, пройдет через главный фокус линзы;

второй, идущий через главный центр линзы, не изменит своего направления. Точка пересечения A_1 этих лучей является действительным изображением точки A . Опустив из точки A_1 перпендикуляр на главную оптическую ось, получаем действительное, увеличенное и перевернутое изображение A_1B_1 предмета AB

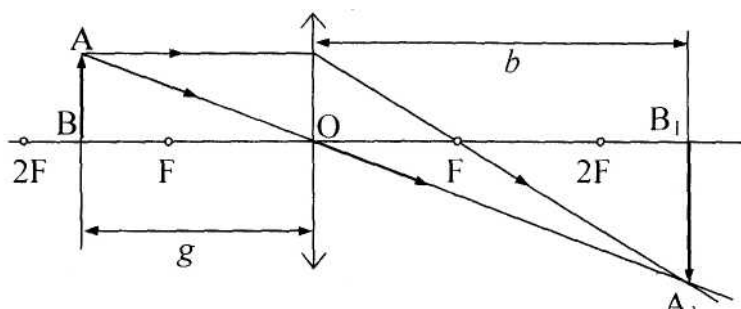


Рис.9

Для нахождения фокусного расстояния воспользуемся формулой линзы

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

откуда

$$F = \frac{gb}{g+b}, \quad (1)$$

Линейное увеличение линзы

$$k = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{b}{g}$$

откуда

$$g = \frac{b}{k} \quad (2)$$

Подставляя соотношение (2) в уравнение (1). Найдем

$$F = \frac{\frac{b^2}{k}}{\frac{b}{k} + b} = \frac{b}{k+1};$$

$$F = \frac{0,24}{2+1} = 0,08(\text{м}).$$

Ответ: $F = 0,08 \text{ м.}$

Задача 4.

Дано:	Си:
$F_1 = 20 \text{ см}$	0,2 м
$F_2 = ?$	

Найти фокусное расстояние F_2 двояковыпуклой стеклянной линзы, погруженной в воду, если известно, что фокусное расстояние F_1 в воздухе 20 см

Решение

Фокусное расстояние двояковыпуклой линзы связано с абсолютным показателем преломления вещества линзы n_1 и окружающей среды n_2 следующим соотношением:

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Для линзы, находящейся в воздухе,

$$\frac{1}{F_1} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

(1)

Аналогично, для линзы, находящейся в воде

$$\frac{1}{F_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{n_1 - n_2}{n_2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

(2)

Разделив почленно соотношения (1) и (2), получим

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{(n_1 - 1)n_2}{n_1 - n_2},$$

откуда

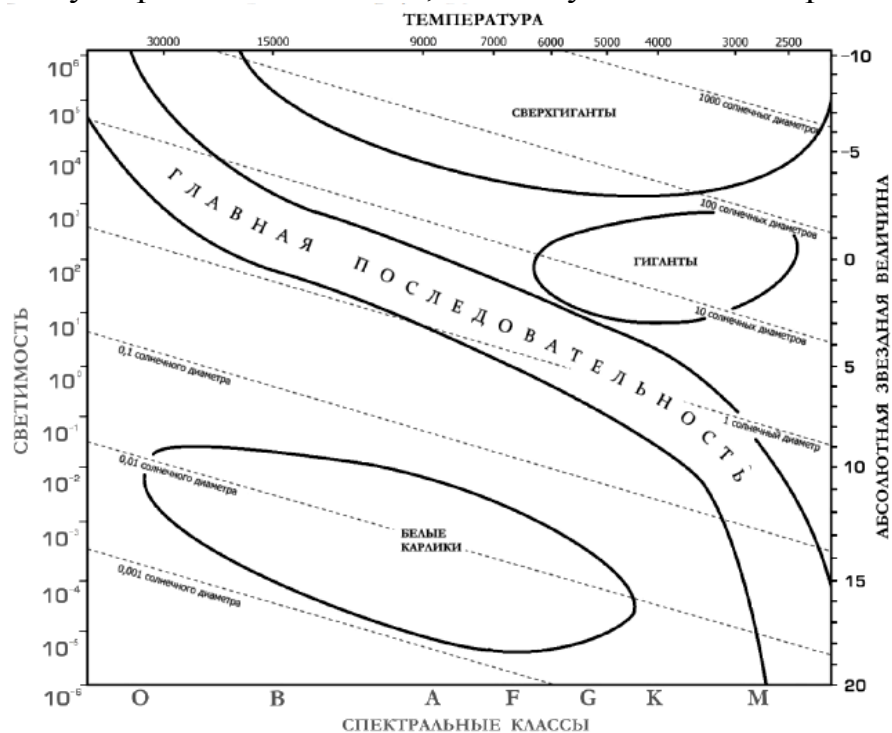
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot n_2 (n_1 - 1)}{n_1 - n_2};$$

$$F_2 = \frac{0,2 \cdot 1,33 \cdot (1,5 - 1)}{1,5 - 1,33} \approx 0,78 \text{ (м)}.$$

Ответ: $F_2 = 0,78 \text{ м}$.

Элементы астрофизики

1. Выберите два утверждения о звёздах, используя данные диаграммы.



Выберите **два** утверждения о звёздах, используя данные диаграммы.

1) Температура звёзд спектрального класса К в 2 раза выше температуры звёзд спектрального класса А.

- 2) Если радиус звезды в 1000 раз превышает радиус Солнца, то она относится к сверхгигантам.
- 3) Плотность белых карликов существенно меньше средней плотности гигантов.
- 4) Если звезда имеет температуру поверхности 3300 К, то она относится к звёздам спектрального класса А.
- 5) «Жизненный цикл» звезды спектрального класса G главной последовательности более длительный, чем звезды спектрального класса O главной последовательности.

Разбор возможных вопросов по теме "Звезды".

Диаграмма Герцшпрунга-Рассела

1) *Классификация по размерам звезд.* Около 90% звезд сконцентрировано в узкой полосе, пересекающей диаграмму по диагонали. Эту полосу называют **главной последовательностью**, на которой находятся звезды размером одного порядка с Солнцем (диаметр Солнца D_0) на *стадии горения водорода*, которая составляет основную часть времени жизни звезды. Солнце находится на главной последовательности.

Следующие по населенности области после главной последовательности - **белые карлики** ($0,01D_0$), **красные гиганты** ($10D_0$ - $100D_0$) и **красные сверхгиганты** ($100D_0$ - $1000D_0$). Красные гиганты и сверхгиганты - это в основном звезды на *стадии горения гелия* и более тяжелых ядер.

2) *Светимость звезды L* - мощность излучения световой энергии по сравнению с мощностью излучения света Солнцем. Как видно из диаграммы, красные сверхгиганты имеют светимость в 100 тысяч раз больше Солнца, а белые карлики в тысячи раз слабее.

Светимость звезды пропорциональна ее площади поверхности (квадрату радиуса) и четвертой степени абсолютной температуры поверхности звезды:

$$L \sim R^2 T^4.$$

3) *Звездная величина (блеск).* Ещё во II веке до н. э. древнегреческий астроном Гиппарх разделил все звёзды на шесть величин. Самые яркие он назвал звёздами первой величины, самые тусклые — звёздами шестой величины, а остальные равномерно распределил по промежуточным величинам. Оказалось, что если величина звезды увеличивается на 5 единиц, то ее мощность (светимость) уменьшается почти в 100 раз.

Общепринятая шкала звездных величин предложена Норманом Погсоном в 1856 г:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \lg \left(\frac{L_1}{L_2} \right),$$

где m — звёздные величины объектов, L — освещённости от объектов.

Данная формула даёт возможность определить только разницу звёздных величин, но не сами величины. Чтобы с её помощью построить абсолютную шкалу, необходимо задать нуль-пункт — блеск, которому соответствует нулевая звездная величина (0^m). Сначала в качестве 0^m был принят блеск [Веги](#). По-

том нуль-пункт был переопределён, но для визуальных наблюдений Вега до сих пор может служить эталоном нулевой видимой звёздной величины

Абсолютная звёздная величина (M) для звёзд определяется как видимая звёздная величина объекта, если бы он был расположен на расстоянии 10 парсек от наблюдателя.

$$M = m - 5 \lg \frac{d}{d_0},$$

где $d_0 = 10$ пк (парсек)

4) Гарвардская спектральная классификация *по температуре*

В России в ходу такое мнемоническое правило: "Один бритый англичанин финики жевал, как морковь" OBAFGKM.

Обозначение	Цвет	Температура
O	Голубой	30 000 - 80 000
B	Голубовато-белый	12 000 - 30 000
A	Белый	8 000 - 11 000
F	Желтовато-белый	6 500 - 7 500
G	Желтый	5 000 - 6 000
K	Оранжевый	4 000 - 5 000
M	Красный	2 000 - 3 500

Чем выше температура, тем интенсивнее идет термоядерная реакция горения топлива - водорода, гелия, а затем и более тяжелых элементов - углерода, кислорода и т.д. "*Жизненный цикл*" звезды - время от рождения до "гибели", основную часть которого составляет горение водорода. Чем выше температура, тем короче "жизненный цикл", так как водород быстрее заканчивается.

5) *Плотность звезд*. Средняя плотность Солнечного вещества 1400 кг/м^3 . Масса *сверхгигантов* в большинстве случаев больше солнечной в $20 \div 40$ раз, а диаметр больше в $100 \div 1000$ раз, а значит объем таких звезд больше солнечного в $10^6 \div 10^9$ раз. Из этих данных можно утверждать, что плотности сверхгигантов меньше солнечной в $10^5 \div 10^8$ раз, что в тысячи раз меньше плотности воздуха на Земле.

Белые карлики представляют собой компактные звёзды с массами, сравнимыми или большими, чем масса Солнца, но с радиусами в 100 раз меньшими. Средняя плотность вещества белых карликов в пределах их фотосфер $10^5 \text{—} 10^9 \text{ г/см}^3$, что почти в миллион раз выше плотности звёзд главной последовательности.

2. Рассмотрите таблицу, содержащую характеристики планет Солнечной системы.

Название планеты	Среднее расстояние от Солнца, а.е.*	Диаметр в районе экватора, км	Наклон оси вращения	Первая космическая скорость, км/с	Средняя плотность, г/см ³
Меркурий	0,39	4878	28°	2,97	5,43
Венера	0,72	12 104	3°	7,25	5,25
Земля	1,00	12 756	23°27'	7,89	5,52
Марс	1,52	6794	23°59'	3,55	3,93
Юпитер	5,20	142 800	3°05'	42,1	1,33
Сатурн	9,54	119 900	26°44'	25,0	0,71
Уран	19,19	51 108	82°05'	15,7	1,24
Нептун	30,52	49 493	28°48'	17,5	1,67

*1 а.е. составляет 150 млн км.

Выберите два утверждения, которые соответствуют характеристикам планет.

- 1) Сатурн имеет самую маленькую массу из всех планет Солнечной системы.
- 2) На Нептуне не может наблюдаться смена времён года.
- 3) Орбита Марса находится на расстоянии примерно 228 млн км от Солнца.
- 4) Ускорение свободного падения на Юпитере составляет 42,1 м/с².
- 5) Ускорение свободного падения на Уране составляет около 9,6 м/с².

Разбор возможных вопросов по теме "Солнечная система".

1) Для расчета массы планеты используем данные из таблицы о плотности и диаметре планеты, считая планету шаром.

$$M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = \rho \frac{\pi D^3}{6}.$$

Составим таблицу масс планет, используя эту формулу.

Замечание: не забудьте перевести плотность из (г/см³) в (кг/м³), а диаметр из (км) в (м)

Меркурий: $\rho = 5,43 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 4,878 \cdot 10^6$ м, $M = 5,43 \cdot 10^3 \cdot 3,14 \cdot (4,878 \cdot 10^6)^3 / 6 = 3,3 \cdot 10^{23}$ кг.

Венера: $\rho = 5,25 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 12,104 \cdot 10^6$ м, $M = 4,87 \cdot 10^{24}$ кг;

Земля: $\rho = 5,52 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 12,756 \cdot 10^6$ м, $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ кг;

Марс: $\rho = 3,93 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 6,794 \cdot 10^6$ м, $M = 6,45 \cdot 10^{23}$ кг;

Юпитер: $\rho = 1,33 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 142,8 \cdot 10^6$ м, $M = 2,03 \cdot 10^{27}$ кг;

Сатурн: $\rho = 0,71 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 119,9 \cdot 10^6$ м, $M = 6,4 \cdot 10^{26}$ кг;

Уран: $\rho = 1,24 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 51,108 \cdot 10^6$ м, $M = 8,66 \cdot 10^{25}$ кг;

Нептун: $\rho = 1,67 \cdot 10^3$ кг/м³, $D = 49,493 \cdot 10^6$ м, $M = 1,06 \cdot 10^{26}$ кг;

Из расчетов видно, что самая малая масса у Меркурия, а самая большая у Юпитера.

2) Смена времен года обусловлена наклоном оси вращения планеты к нормали к плоскости орбиты планеты вокруг Солнца.

Как видно из таблицы, у Земли, Марса, Сатурна и Нептуна наклон оси почти одинаков и достаточно большой (от 23° до 28°). На этих планетах есть смена времен года.

У Венеры и Юпитера наклоном оси можно пренебречь (3°). На этих планетах нет смены времен года. Ось Меркурия практически перпендикулярна плоскости вращения и наклона почти нет, хотя в этой таблице указано ошибочно значение 28°

Ось вращения Урана наклонена на 82° . Это значит, что Уран своим южным полушарием **много десятков лет** обращен к Солнцу и там все время день, а северное полушарие обращено от Солнца, там все время ночь и холодно.

3) Ускорение свободного падения на поверхностях планет можно найти, зная первую космическую скорость $V_1 = \sqrt{g_0 R_0}$, где R_0 - радиус планеты. Рассчитаем ускорения свободного падения на всех планетах по формуле $g_0 = \frac{V_1^2}{R_0} = \frac{2V_1^2}{D}$

Меркурий:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 2970^2}{4,878 \cdot 10^6} = 3,62 \text{ м/с}^2.$$

Земля:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 7890^2}{12,756 \cdot 10^6} = 9,76 \text{ м/с}^2;$$

Юпитер:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 42100^2}{142,8 \cdot 10^6} = 24,8 \text{ м/с}^2;$$

Уран:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 15700^2}{51,108 \cdot 10^6} = 9,65 \text{ м/с}^2;$$

Венера:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 7250^2}{12,104 \cdot 10^6} = 8,69 \text{ м/с}^2;$$

Марс:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 3550^2}{6,794 \cdot 10^6} = 3,7 \text{ м/с}^2;$$

Сатурн:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 25000^2}{119,9 \cdot 10^6} = 14,4 \text{ м/с}^2;$$

Нептун:

$$g_0 = \frac{2 \cdot 17500^2}{49,493 \cdot 10^6} = 12,4 \text{ м/с}^2$$

3. Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о ярких звездах.

Наименование звезды	Температура, К	Масса (в массах Солнца)	Радиус (в радиусах Солнца)	Расстояние до звезды (св. год)
Альдебаран	3500	5	45	68
Альтаир	8000	1,7	1,7	360
Бетельгейзе	3100	20	900	650
Вега	10600	3	3	27
Капелла	5200	3	2,5	45
Кастор	10400	3	2,5	45
Процион	6900	1,5	2	11
Спика	16800	15	7	160

Выберите **два** утверждения, которые соответствуют характеристикам звезд.

- 1) Температура поверхности и радиус Бетельгейзе говорят о том, что эта звезда относится к красным сверхгигантам.
- 2) Температура на поверхности Прокциона в 2 раза ниже, чем на поверхности Солнца.
- 3) Звезды Кастор и Капелла находятся на одинаковом расстоянии от Земли и, следовательно, относятся к одному созвездию.
- 4) Звезда Вега относится к белым звездам спектрального класса А.
- 5) Так как массы звезд Вега и Капелла одинаковы, то они относятся к одному и тому же спектральному классу.

ОСНОВЫ ВЕКТОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Вектором называется количественная характеристика, имеющая не только числовую величину, но и направление. Иногда говорят, что вектор это направленный отрезок.

Векторная система обозначений имеет два существенных преимущества.

1. Формулировки физических законов в векторной форме не зависят от выбора осей координат. Векторная система обозначений представляет собой такой язык, в котором формулировки имеют физическое содержание даже без введения системы координат.

2. Векторная система обозначений является компактной. Многие физические законы выражаются через векторные величины.

Определим основные операции, которые можно производить с векторами.

Равенство двух векторов

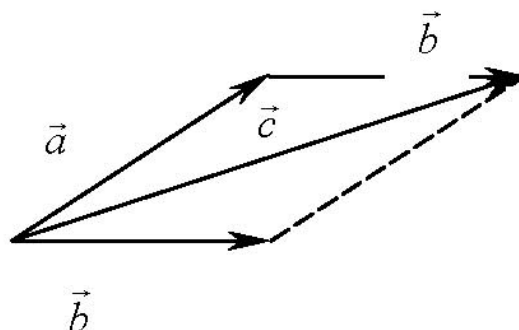
Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны, если они имеют одинаковую абсолютную величину и одинаковое направление. Можно сравнивать два вектора, определенные в разных точках пространства и в разные моменты времени. Параллельный перенос не меняет значения вектора.

Сложение векторов

Суммой двух векторов называют вектор $\vec{c}$, проведенный из начальной точки вектора $\vec{a}$ к конечной точке вектора $\vec{b}$, если вектор $\vec{b}$ перенести параллельно самому себе так, чтобы его начало совпадало с концом вектора $\vec{a}$.

Причем $\vec{c} = \vec{b} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{b}$, если совместить начало векторов $\vec{b}$ и $\vec{a}$, то вектор

$\vec{c} = \vec{b} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{b}$ является диагональю параллелограмма, построенного на векторах $\vec{b}$ и $\vec{a}$ как на его сторонах и выходящий из общего начала. Сумма векторов не зависит от порядка, в котором складываются векторы.



Умножение вектора на скаляр

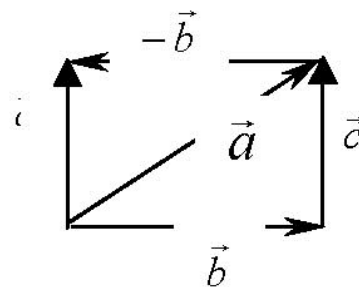
Произведением вектора $\vec{a}$ на число d называется вектор $\vec{c}$, длина которого равна длине первого вектора, умноженной на модуль числа, а направление либо совпадает с начальным вектором, либо противоположно.

$\vec{c} = d \cdot \vec{a}$ $|\vec{c}| = |d| \cdot |\vec{a}|$ вектор $\vec{c}$ сонаправлен с вектором $\vec{a}$, если $d > 0$ (положительно) и направлен противоположно если $d < 0$ (отрицательное).

Произведение числа 0 на любой вектор дает нулевой вектор, который по сути таковым не является ибо он не имеет длины она равна “нулю” и не имеет направления в пространстве. Сумма двух векторов равна нулю тогда и только тогда, когда они равны по модулю и противоположны по направлению. Если k – число, то $k \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = k \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b}$ т. е. умножение вектора на скаляр дистрибутивно.

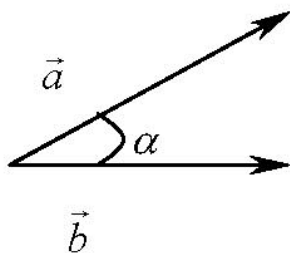
Разность двух векторов

Разность двух векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ можно рассматривать как сумму векторов $\vec{a}$ и $-\vec{b}$. Или является диагональю параллелограмма, построенного на векторах $\vec{b}$ и $\vec{a}$ как на его сторонах и выходящий из конца вычитаемого вектора в начало уменьшаемого.



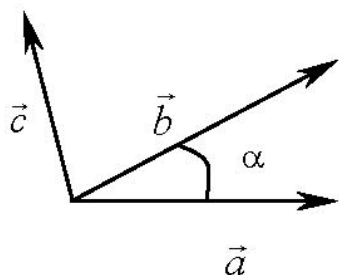
Произведение векторов

Известны два вида произведений двух векторов, широко используемые в физике. Для обоих видов произведений векторов выполняется распределительный (дистрибутивный) закон умножения: произведение вектора $\vec{c}$ на сумму $\vec{a} + \vec{b}$ равно сумме произведений $\vec{c}$ на $\vec{a}$ и $\vec{c}$ на $\vec{b}$. одно из этих произведений представляет собой скаляр, другое вектор.



Скалярное произведение двух векторов

Скалярным произведением двух векторов называется число равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними. $c = \vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$, скалярное произведение коммутативно: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.



Векторное произведение

Векторным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют вектор $\vec{c}$ лежащий в плоскости, перпендикулярной плоскости в которой расположены вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Модуль вектора равен произведению

длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на синус угла между ними $a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$ направление вектора $\vec{c}$ определяется правилом правой руки (правого винта) от первого вектора ко второму. Векторное произведение не коммутативно $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$.

Векторы в декартовой системе координат

Выражение физических законов в векторной форме отличается изяществом и лаконичностью. Однако бывает полезно перейти от векторов к определенным системам координат, из которых наиболее удобной является прямоугольная декартова система координат.

Декартова система координат определяется заданием любой правой тройки взаимно перпендикулярных единичных векторов $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Направление вектора $\vec{k}$ определяется правилом правого винта, т. е. $\vec{k} = \vec{i} \times \vec{j}$.

Любой вектор $\vec{a}$ можно выразить так:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}.$$

Здесь a_x, a_y, a_z – проекции вектора $\vec{a}$ на соответствующие координатные оси:

$$a_x = \vec{a} \cdot \vec{i}, \quad a_y = \vec{a} \cdot \vec{j}, \quad a_z = \vec{a} \cdot \vec{k}.$$

Любой вектор считается заданным тройкой чисел (a_x, a_y, a_z) в данной системе координат.

Найдем скалярное произведение двух векторов в декартовой системе координат, воспользовавшись естественными равенствами:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1, \quad \vec{j} \cdot \vec{j} = 1, \quad \vec{k} \cdot \vec{k} = 1, \quad \vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \quad \vec{i} \cdot \vec{k} = 0, \quad \vec{j} \cdot \vec{k} = 0.$$

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Для квадрата вектора $\vec{a}$ имеем

$$\vec{a}^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2.$$

Векторное произведение единичных векторов равно:

$$\begin{aligned} \vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0, \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}, \\ \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}, \quad \vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}, \quad \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}, \end{aligned}$$

поэтому векторное произведение двух векторов равно:

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \vec{a} \times \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \times (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}\end{aligned}$$

Эквивалентная запись векторного произведения через определитель:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

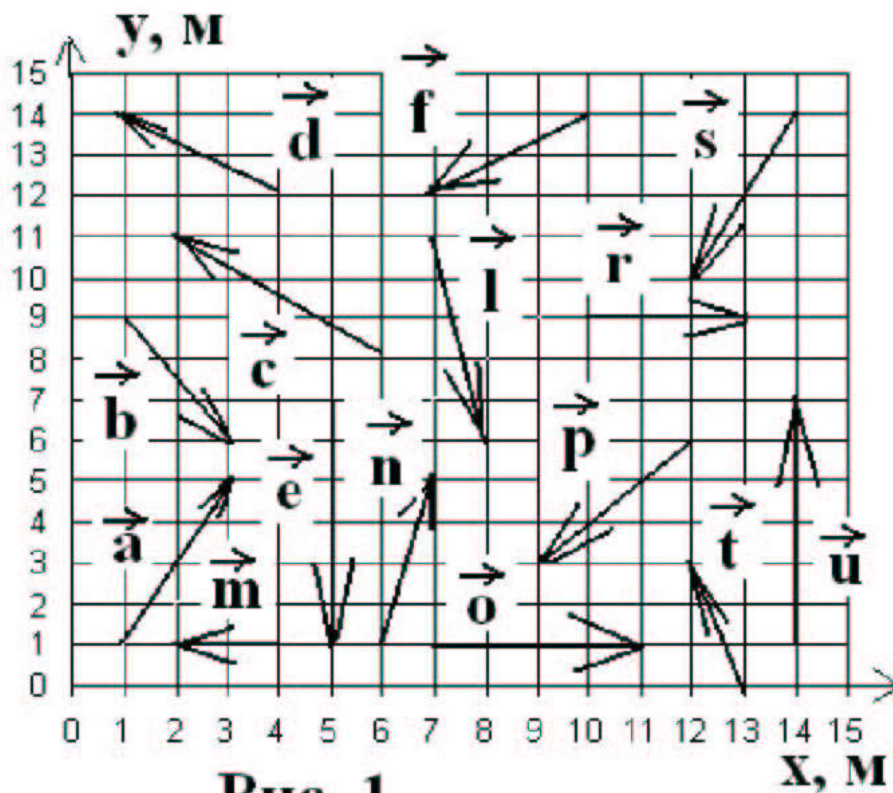


Рис. 1

1.1 Определите проекции на оси OX и OY векторов представленных на рисунке 1.

Пример: $a_x = 2\text{ м}; a_y = 3\text{ м}$

1.2 Запишите векторы представленные на рисунке 1 в декартовой системе координат (через единичные орты осей OX и OY $\vec{i}$ и $\vec{j}$).

Пример: $\vec{a} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$

1.3 Найдите сумму векторов с рисунка 1 графически и аналитически:

- а) $\vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{a} + \vec{c}$; в) $\vec{c} + \vec{d}$; г) $\vec{d} + \vec{l}$; д) $\vec{b} + \vec{f}$; е) $\vec{c} + \vec{e}$; ж) $\vec{m} + \vec{o}$;
з) $\vec{p} + \vec{t}$; и) $\vec{e} + \vec{u}$; к) $\vec{r} + \vec{s}$; л) $\vec{m} + \vec{r}$; м) $\vec{n} + \vec{s}$; н) $\vec{u} + \vec{e}$; о) $\vec{f} + \vec{a}$.

Пример:

$$\vec{t} + \vec{n} = (-1 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) + (1 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}) = (-1 + 1) \cdot \vec{i} + (3 + 4) \cdot \vec{j} = 0 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j} =$$

1.4 Найдите разность векторов с рисунка 1 графически и аналитически:

- а) $\vec{a} - \vec{b}$; б) $\vec{a} - \vec{c}$; в) $\vec{c} - \vec{d}$; г) $\vec{d} - \vec{l}$; д) $\vec{b} - \vec{f}$; е) $\vec{c} - \vec{e}$; ж) $\vec{m} - \vec{o}$;
з) $\vec{p} - \vec{t}$; и) $\vec{e} - \vec{u}$; к) $\vec{r} - \vec{s}$; л) $\vec{m} - \vec{r}$; м) $\vec{n} - \vec{s}$; н) $\vec{u} - \vec{e}$; о) $\vec{f} - \vec{a}$.

Пример:

$$\vec{t} - \vec{n} = (-1 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) - (1 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}) = (-1 - 1) \cdot \vec{i} + (3 - 4) \cdot \vec{j} = -2 \cdot \vec{i} - 1 \cdot \vec{j}$$

1.5 Определите скалярное произведение двух векторов с рисунка 1

- а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) $\vec{a} \cdot \vec{c}$; в) $\vec{c} \cdot \vec{d}$; г) $\vec{d} \cdot \vec{l}$; д) $\vec{b} \cdot \vec{f}$; е) $\vec{c} \cdot \vec{e}$; ж) $\vec{m} \cdot \vec{o}$;
з) $\vec{p} \cdot \vec{t}$; и) $\vec{e} \cdot \vec{u}$; к) $\vec{r} \cdot \vec{s}$; л) $\vec{m} \cdot \vec{r}$; м) $\vec{n} \cdot \vec{s}$; н) $\vec{u} \cdot \vec{e}$; о) $\vec{f} \cdot \vec{a}$.

Пример: $\vec{t} \cdot \vec{n} = (-1 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \cdot (1 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}) = (-1) \cdot (1) + (3) \cdot (4) = 11$

1.6 Определите векторное произведение двух векторов с рисунка 1

- а) $\vec{a} \times \vec{b}$; б) $\vec{a} \times \vec{c}$; в) $\vec{c} \times \vec{d}$; г) $\vec{d} \times \vec{l}$; д) $\vec{b} \times \vec{f}$; е) $\vec{c} \times \vec{e}$; ж) $\vec{m} \times \vec{o}$;
з) $\vec{p} \times \vec{t}$; и) $\vec{e} \times \vec{u}$; к) $\vec{r} \times \vec{s}$; л) $\vec{m} \times \vec{r}$; м) $\vec{n} \times \vec{s}$; н) $\vec{u} \times \vec{e}$; о) $\vec{f} \times \vec{a}$.

Пример:

$$\vec{t} \times \vec{n} = (-1 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \times (1 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}) = (-1) \cdot (4) \cdot \vec{k} + (3) \cdot (1) \cdot (-\vec{k}) = -7 \cdot \vec{k}$$

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Если функция f имеет в точке x производную, то существует предел:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x), \text{ где } \Delta y = f(x + \Delta x) - f(x).$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \varepsilon(\Delta x), \text{ где } \varepsilon(\Delta x) \rightarrow 0 \text{ при } (\Delta x) \rightarrow 0$$

$$\text{Таким образом, } \Delta y = f'(x)\Delta x + o(\Delta x) \quad (\Delta x \rightarrow 0) \quad (1)$$

Если ввести обозначение $A = f'(x)$, то равенство (1) можно записать следующим образом:

$$\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x) \quad (\Delta x \rightarrow 0) \quad (2)$$

говорят, что функция f дифференцируема в точке если ее приращение Δy в этой точке можно записать в виде (2), где A – некоторая константа, не зависящая от Δx , но вообще говоря зависящая от x . Если функция f имеет в точке x производную, то она дифференцируема в этой точке ($A = f'(x)$). Верно и обратное утверждение: если функция дифференцируема в точке x , т. е. ее приращение в точке x представимо в виде (2), то она имеет производную в точке x равную A .

Если $A = f'(x) \neq 0$, то приращение функции эквивалентно при $\Delta x \rightarrow 0$ первому слагаемому правой части (2) $dy \approx A \cdot \Delta x$ ($\Delta x \rightarrow 0$). В этом случае, когда $A \neq 0$, член $A \cdot \Delta x$ называют главным линейным членом приращения. Приблизленно, пренебрегая бесконечно малой $o(\Delta x)$ высшего порядка, при малых Δx можно считать Δy равным главному члену.

Главный линейный член приращения называют дифференциалом функции f в точке x (соответствующим приращению Δx независимой переменной x) и обозначают так:

$$dy = df = f'(x)\Delta x.$$

Приращение Δx независимой переменной обозначают dx ($dx = x' \Delta x = 1 \cdot \Delta x = \Delta x$ для дифференциала функции $y = x$ от x), таким образом дифференциал функции f в точке x записывается так

$$dy = df = f'(x)dx.$$

Отметим очевидные формулы:

$$d(U \pm V) = (U \pm V)' dx = U' dx \pm V' dx = dU \pm dV$$

$$d(UV) = (UV)' dx = (VU' + UV') dx = U dV + V dU$$

$$d\left(\frac{U}{V}\right) = \left(\frac{U}{V}\right)' dx = \frac{V dU - U dV}{V^2}.$$

Производная функции от функции

Пусть задана функция от функции $z = F(x) = f(\varphi(x))$, где $y = \varphi(x)$, $z = f(y)$. При этом функция φ имеет производную в точке x , а функция f имеет производную в точке y . Тогда существует производная от F в точке x , равная:

$$F'(x) = f'(y)\varphi'(x).$$

Таблица производных простейших элементарных функций.

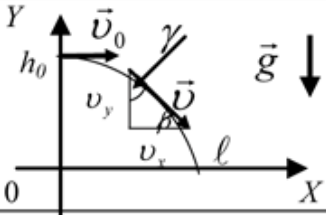
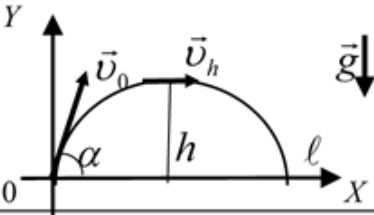
1. $(C)' = 0$ ($C = const$)
2. $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$, a – любое число
3. $(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e$, в частности $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
4. $(a^x)' = a^x \ln a$, в частности, при $a = e$: $(e^x)' = e^x$
5. $(\sin x)' = \cos x$
6. $(\cos x)' = -\sin x$
7. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
8. $(\operatorname{ctg} x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$
9. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10. $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

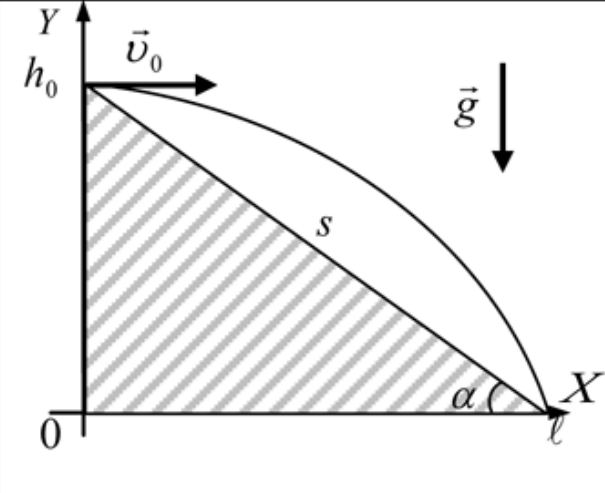
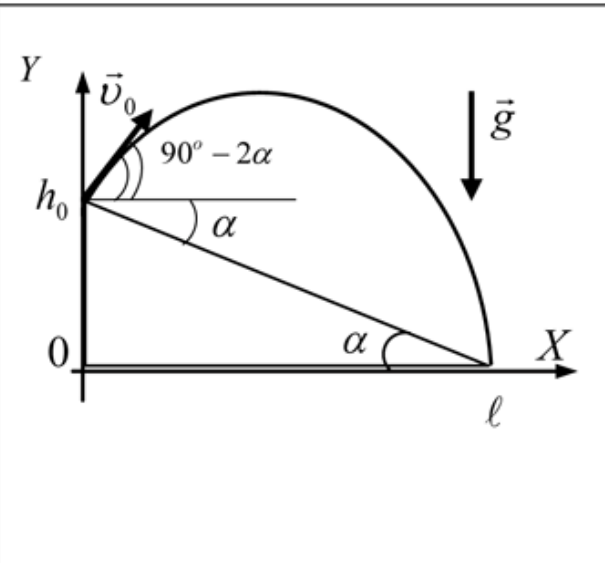
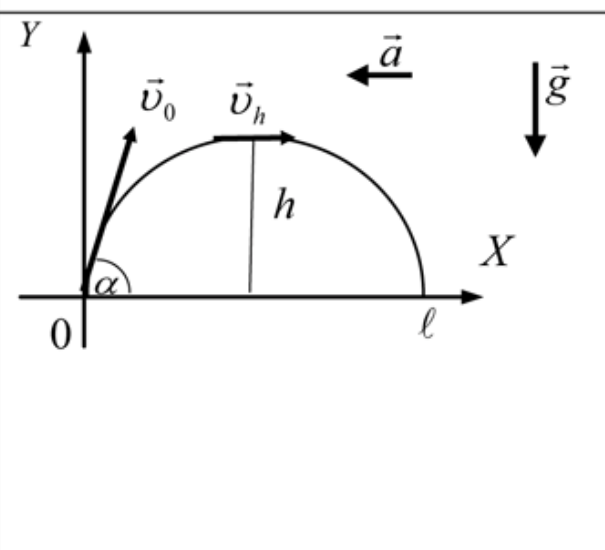
Кинематика

ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ	ПЕРЕПРАВА через реку шириной АВ	ОТНОСИТЕЛЬНАЯ СКОРОСТЬ $\vec{v}_{2отн1} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$
$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$ По течению $v' = v + u$ Против течения $v' = v - u$ Перпендикулярно течению $v' = \sqrt{v^2 + u^2}$ Движение катера $\ell = (v + u)t_1 = (v - u)t_2 = vt_3 = ut_4$	Смещение во время переправы $\frac{AB}{v} = \frac{BC}{u} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot u}{v}$ Минимальное время переправы $\vec{v} \uparrow \uparrow AB$ $t_{\min} = \frac{AB}{v}$ Кратчайший путь переправы $\vec{v}' \uparrow \uparrow AB$ $t = \frac{AB}{\sqrt{v^2 - u^2}}$	Если $\vec{v}_1 \uparrow \uparrow \vec{v}_2$, то $v_{отн} = v_2 - v_1 $ Если $\vec{v}_1 \uparrow \downarrow \vec{v}_2$, то $v_{отн} = v_1 + v_2$ Если $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$, то $v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$
РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ	СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ (вертикальный бросок)	ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ
Ускорение $\pm a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{t}$ Время движения $t = \frac{v - v_0}{\pm a}$ Скорость $v = v_0 \pm at$ Перемещение $\ell = s$ 1. $s = \frac{(v_0 + v)t}{2}$ 2. $s = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2a}$ 3. $s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$ «+» разгон «-» торможение Уравнение координаты $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ Уравнение проекции перемещения $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ Уравнение проекции скорости $v_x = x'(t) = v_{0x} + a_x t$	Ускорение $g = 9,8 \frac{M}{c^2} \approx 10 \frac{M}{c^2}$ Время движения $t = \frac{v - v_0}{\pm g}$ Скорость $v = v_0 \pm gt$ Перемещение $\ell = s = h$ 1. $s = h = \frac{(v + v_0)t}{2}$ 2. $s = h = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2g}$ 3. $s = h = v_0 t \pm \frac{gt^2}{2}$ «+» движение вниз «-» движение вверх Путь в n -ую секунду ($v_0 = 0$) $s_n = s(n) - s(n-1)$, где $s(n) = \frac{gn^2}{2}$; $s(n-1) = \frac{g(n-1)^2}{2}$ Уравнение координаты $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$ Уравнение скорости $v_y = v_{0y} + g_y t$	Период $T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu}$ Частота $\nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$ Линейная скорость $v = \frac{\ell}{t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R \nu = \frac{2\pi R N}{t} = \omega R$ Угловая скорость $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu = \frac{2\pi N}{t} = \frac{v}{R}$ Центростремительное ускорение $a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 R \nu^2$

Свободное падение

		
Проекции начальной скорости	$v_{0x} = v_0; v_{0y} = 0$	$v_{0x} = v_0 \cos \alpha; v_{0y} = v_0 \sin \alpha$
Проекции ускорения свободного падения	$g_x = 0; g_y = -g$	$g_x = 0; g_y = -g$
Проекции мгновенной скорости	$v_x = v_0; v_y = -gt$	$v_x = v_0 \cos \alpha; v_y = v_0 \sin \alpha - gt$
Модуль мгновенной скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$	$v = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 \sin \alpha gt + g^2 t^2}$
Минимальная скорость	Начальная скорость	Скорость в верхней точке траектории $v_{\min} = v_0 \cos \alpha = v_h$
Максимальная скорость	Конечная скорость (при падении на землю)	Начальная скорость = конечной скорости
Угол наклона вектора скорости к горизонту	$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$	$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt_1}{v_0 \cos \alpha}$ $\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-(v_0 \sin \alpha - gt_2)}{v_0 \cos \alpha}$
Угол наклона вектора скорости к вертикали	$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v_0}{gt}$	$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v_0 \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha - gt}$
Тангенциальное ускорение	$a_\tau = g \cos \gamma$	$a_{\tau 1} = -g \cos \gamma; a_{\tau 2} = g \cos \gamma$
Нормальное ускорение	$a_n = g \sin \gamma$	
Горизонт. смещение $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$	$x = v_0 t$	$x = v_0 \cos \alpha t$
Мгновенная высота $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$	$y = h_0 - \frac{gt^2}{2}$	$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$
Время	Время падения ($y=0$) $t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$	Время подъема ($v_y = 0$) $t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ Время полета (полное) $t_{\text{пол}} = 2t_{\text{под}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$
Наибольшая высота подъема	-----	$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
Дальность полета	$\ell = v_0 t_{\text{пад}} = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$	$\ell = \frac{v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$
Уравнение траектории $y(x)$	$y(x) = h_0 - \frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$	$y(x) = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$

Частные случаи горизонтального броска и броска под углом

Бросок с горы (частный случай горизонтального броска) α - угол наклона плоскости к горизонту s - расстояние от места бросания до места падения Дальность полета $\ell = s \cos \alpha$ Начальная высота $h_0 = s \sin \alpha$	
Бросок под углом к горизонту с некоторой высоты (упругое отражение от наклонной плоскости вертикально падающего тела) Уравнение координаты x $x = v_0 \cos \alpha t$ Уравнение координаты y $y = h_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$ Уравнение траектории $y = h_0 + x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$	
Бросок под углом к горизонту с учетом силы сопротивления воздуха Проекция ускорения $a_x = -a; \quad g_y = -g$ Проекция мгновенной скорости $v_x = v_0 \cos \alpha - at; \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ Уравнения координаты $x = v_0 \cos \alpha t - \frac{at^2}{2}$ $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$	

Динамика

ЗАКОНЫ НЬЮТОНА	СИЛА ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ	СИЛА ТЯЖЕСТИ
Первый закон $\Sigma \vec{F}_i = 0; \vec{a} = 0$ Второй закон (ПуПД) $\vec{R} = \Sigma \vec{F}_i = m\vec{a}; \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{R}$ Третий закон $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$	$F_1 = F_2 = F_{тяж} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ r - расстояние между центрами тел $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{K^2}$ гравитационная постоянная	$F_{тяж} = mg$ $F_{тяж} = \frac{GMm}{(R+H)^2} = \frac{GMm}{r^2}$ $r = R + H$ - радиус орбиты

Движение ИСЗ

$$F_{тяж} = ma_{у.с.}$$

ИЛИ

$$\frac{GMm}{(R+H)^2} = ma_{у.с.}$$

	g	v_l	T
$a_{у.с.}$	$a_{у.с.} = g$	$a_{у.с.} = \frac{v^2}{r}$	$a_{у.с.} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$
II З.Н.	$\frac{GMm}{(R+H)^2} = mg$	$\frac{GMm}{(R+H)^2} = \frac{mv_l^2}{R+H}$	$\frac{GMm}{(R+H)^2} = \frac{m4\pi^2(R+H)}{T^2}$
На высоте Н	$g = \frac{GM}{(R+H)^2} = \frac{GM}{r^2}$	$v_l = \sqrt{\frac{GM}{R+H}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ $v_l = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM}{T}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+H)^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$
$H = 0$	$g_0 = \frac{GM}{R^2}$	$v_l = \sqrt{\frac{GM}{R}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$
$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ $H = 0$	$g_0 = \frac{4}{3}G\pi R\rho$	$v_l = 2R\sqrt{\frac{G\rho\pi}{3}}$	$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$
$GM = g_0 R^2$	-----	$v_l = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{(R+H)}} = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+H)^3}{g_0 R^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{g_0 R^2}}$
СИЛА УПРУГОСТИ	СИЛА ТРЕНИЯ		ВЕС ТЕЛА $P = F_{давл.}$
Закон Гука $F_{упр} = kx$, где $x = \Delta \ell = \ell - \ell_0$ - деформация пружины Кoeffициент жесткости $k = \frac{E \cdot S}{\ell_0}$ Параллельное соединение $k_{мпр} = k_1 + k_2$ Последовательное соединение $\frac{1}{k_{посл}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	Трение скольжения $F_{тр.ск.} = \mu N$ или $F_{тр.ск.} = \mu F_{давл.}$ Трение покоя $0 < F_{тр.п} < F_{тр.ск.}$ Трение покоя и приложенная сила $F_{тр.п} = F_{прил.}$ Если $F_{прил.} > \mu N$, то $F_{тр.} = F_{тр.ск.} = \mu N$		$(\vec{a} = 0) P_0 = mg$ Ускорение опоры направленно вверх: $P_{\uparrow} = m(g + a)$ вниз: $P_{\downarrow} = m(g - a)$ Нижняя точка вогн. Моста $P_{\cup} = m(g + a_{у.с.})$ Верхняя точка вып. Моста $P_{\cap} = m(g - a_{у.с.})$ Верхняя точка «мертвой петли» $P = m(a_{у.с.} - g)$ Перегрузка $\frac{P}{P_0} = \frac{P}{mg}$ Невесомость $P = 0$

Статика и гидростатика

ПРАВИЛО МОМЕНТОВ	ДАВЛЕНИЕ	СИЛА ДАВЛЕНИЯ
Момент силы $M = F \cdot d,$ где d - плечо силы Правило моментов $\sum M_{\text{по час.стр.}} = \sum M_{\text{пр.час.стр.}}$ Правило моментов для двух сил $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$	Давление твердого тела $p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}$ Давление жидкости $p = \rho_{\text{ж}} gh,$ h - глубина определяется от поверхности жидкости Атмосферное давление $p = \rho_{\text{рт}} gh$ Давление на глубине $p = p_{\text{атм}} + \rho_{\text{ж}} gh$	$F_{\text{давл}} = pS$ На дно сосуда $F_{\text{давл}} = \rho_{\text{ж}} gh ab$ На боковую грань сосуда $F_{\text{давл}} = \frac{\rho_{\text{ж}} gh}{2} hb$
ГИДРАВЛИЧ. ПРЕСС	АРХИМЕДОВА СИЛА	УСЛОВИЯ ПЛАВАНИЯ ТЕЛ
Закон Паскаля $p_m = p_b$ $\frac{F_m}{S_m} = \frac{F_b}{S_b}$ Работа поршней (без потерь энергии) $A_m = A_b$ $F_m h_m = F_b h_b$ Выигрыш в силе $\frac{F_b}{F_m} = \frac{h_m}{h_b} = \frac{S_b}{S_m}$	Закон Архимеда $F_{\text{Арх}} = P_{\text{жид.}},$ где $P_{\text{жид.}}$ - вес, вытесненной телом жидкости (или газа) $F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} V_{\text{н.ч.}} g,$ где $V_{\text{н.ч.}}$ - объём погруженной части тела $F_{\text{Арх}} = P_{\text{возд}} - P_{\text{ж}}, \quad \text{где}$ $P_{\text{возд}}$ - вес тела в воздухе; $P_{\text{ж}}$ - вес этого тела в жидкости	Тело тонет $F_{\text{тяж.}} > F_{\text{Арх.}}; \rho_t > \rho_{\text{ж}}$ Тело плавает внутри жидкости $F_{\text{тяж.}} = F_{\text{Арх.}}; \rho_t = \rho_{\text{ж}}$ Тело всплывает $F_{\text{тяж.}} < F_{\text{Арх.}}; \rho_t < \rho_{\text{ж}}$ Тело плавает на поверхности $F_{\text{Арх}} = F_{\text{тяж.}} = P_{\text{тела}}$ $\rho_t V_t g = \rho_{\text{ж}} V_{\text{н.ч.}} g$ Часть тела, погруженная в жидкость $\frac{V_{\text{н.ч.}}}{V_t} = \frac{\rho_t}{\rho_{\text{ж}}}$

Законы сохранения

ИМПУЛЬС	II З.НЬЮТОНА В ИМПУЛЬСНОМ ВИДЕ	ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА (ЗСИ)
Определение импульса $\vec{p} = m\vec{v}$ Относительный импульс $\vec{p} = m\vec{v}_{2отн1} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ Изменение импульса $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$	$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$ Реактивная сила $F_p = \frac{\Delta m v}{\Delta t}$ II З.Н. для ракеты $F_p = Ma \text{ или } \frac{\Delta m v}{\Delta t} = Ma$	Полный импульс $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ Закон сохранения импульса $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$
МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА	МОЩНОСТЬ	КПД
$A = F s \cos\alpha$, где F - модуль конкретной силы; s - модуль перемещения; α - угол между $\vec{F}$ и $\vec{s}$	Определение $N = \frac{A}{t}$ Мощность при РмПД $N = F_m v$ Средняя мощность $N_{ср.} = F_m v_{ср.}$ Мгновенная мощность $N_{мгн.} = F_m v_{мгн.}$	Определение $\eta = \frac{A_{пол.зр.}}{A_{полная}} 100\%$ или $\eta = \frac{N_{пол.зр.}}{P_{потреб.}} 100\%$ Наклонной плоскости $\eta = \frac{mgh}{F\ell} 100\%$
ВИДЫ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ	ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ (ЗСЭ)	РАБОТА И ИЗМЕНЕНИЕ ЭНЕРГИИ
Кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2},$ где v - мгновенная скорость Потенциальная энергия поднятого над Землёй тела $E_p = mgh,$ где h - высота центра масс Потенциальная энергия упруго деформированной пружины $E_p = \frac{kx^2}{2}$	Полная энергия $E = E_k + E_p$ Закон сохранения механической энергии $E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$ Упругий центральный удар о неподвижное тело ЗСИ: $m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'$ ЗСЭ: $\frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}$ Итог: $OX: v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$ $OX: v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$	Изменение энергии $\Delta E = E - E_0$ Работа $A = \Delta E$ Работа внешней силы и силы трения $\Delta E = A(F_{вн.с.}) + A(F_{тр.}),$ где $A(F_{тр.}) < 0$ Превращение механической энергии во внутреннюю $E_0 = E + Q$ Энергия, выделяемая при взрыве $E_0 + Q = E$

Молекулярная физика и газовые законы

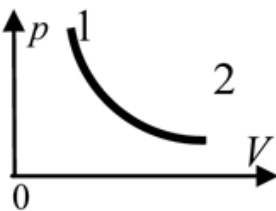
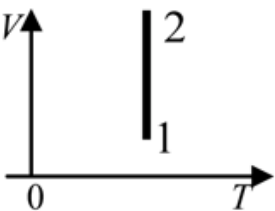
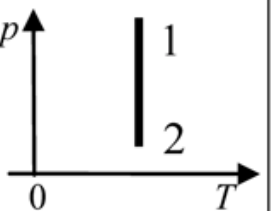
ИЗ ХИМИИ	МОЛЕКУЛЫ	ЧИСЛО ЧАСТИЦ
Относительная атомная масса A_r в т. Менделеева $A_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0C}}, \text{ где}$ $m_0 - \text{масса одного атома,}$ $m_{0C} - \text{масса атома углерода}$ Относительная молекулярная масса $M_r = \sum A_r$ Молярная масса $M = M_r \cdot 10^{-3}$	Масса молекулы $m_0 = \frac{M}{N_A}$ Количество вещества $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$ Концентрация $n = \frac{N}{V}$ Плотность $\rho = \frac{m}{V}$ Масса вещества $m = \rho V = \nu M$	Число частиц $N = nV$ Число молекул $N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A$ Число атомов $N = \nu N_A \cdot k, \text{ где}$ k - количество атомов в молекуле
СЛЕДУЕТ ЗНАТЬ	ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МКТ	УРАВ. СОСТОЯНИЯ <i>При изменении M, m, ν, N</i>
Абсолютная температ. $T = t + 273$ Изменение температуры $\Delta T = \Delta t$ Нормальные условия $T_0 = 273 \text{ K}; p_0 = 10^5 \text{ Па}$ Двухатомные газы $\text{H}_2, \text{O}_2, \text{N}_2, \text{Cl}_2$ Двухатомный газ перешёл в атомарное состояние $M_2 = \frac{M_1}{2}; \nu_2 = 2\nu_1$	1. $p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2}$ 2. $p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$ 3. $p = \frac{2}{3} n \overline{E_k}$ 4. $p = nkT$ Скорость движения частиц $v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \text{ или } v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ Температура и средняя кинетическая энергия $\overline{E_k} = \frac{3}{2} kT \quad T = \frac{2\overline{E_k}}{3k}$	1. $pV = \frac{m}{M} RT$ 2. $pV = \nu RT$ 3. $p = \frac{\rho}{M} RT$ Все величины должны быть выражены в СИ!
ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ <i>При неизменной M, m, ν, N</i>	ЗАКОН ДАЛЬТОНА	НАСЫЩЕННЫЙ ПАР. ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА
Объединенный газовый закон $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ Бойля – Мариотта (Т) $p_1 V_1 = p_2 V_2$ Гей – Люссака (р) $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ Шарля (V) $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ Температура в $[K]$!	Открыли кран, соединяющий сосуды $p = p'_1 + p'_2 = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$ Смесь газов в одном сосуде $p = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$	Давление насыщенного пара $p_{\text{нас}} = f(T); p = nkT$ $p_{\text{нас}} \neq f(V)$ Относительная влажность $\varphi = \frac{p}{p_{\text{нас}}(t)} \cdot 100\%;$ $\varphi = \frac{p}{p_{\text{нас}}(t)} \cdot 100\%$

Термодинамика

КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ	ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ ИД. ГАЗА
Нагревание и охлаждение $Q = cm(t_2 - t_1)$ Теплоемкость и молярная теплоемкость $C = c m$ Сгорание топлива $Q = q m$ Плавление и отвердевание $Q = \pm \lambda m, \quad t_{пл}$ Кипение и конденсация $Q = \pm r m, \quad t_{кип}$ «+» энергия поглощается «-» энергия выделяется Мощность теплопередачи или теплоотвода $P = \frac{Q}{t}$	Внутренняя энергия $U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} pV$ Степень свободы газа i Одноатомного 3, двухатомного 5, трех- и более 6 Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} p \Delta V = \frac{i}{2} \Delta p V$ Работа в термодинамике $A' = p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T = \nu R \Delta T = \Delta p V$ Геометрический смысл работы $A' = S_{\text{фигуры}} \text{ в осях } (p, V)$
ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ	МАКСИМАЛЬНЫЙ КПД тепловой машины
$\pm \Delta U = \pm Q \pm A'$ Изотермический процесс $\Delta U = 0; \quad Q = A'$ Изохорный процесс $A' = 0; \quad \Delta U = Q$ Изобарное расширение газа $\Delta U = Q - A'$ Адиабатный процесс $Q = 0; \quad \Delta U = A'$	$1. \quad \eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} 100\%$ $2. \quad \eta = \frac{A'}{Q_n} 100\% = \frac{A'}{A' + Q_x} 100\%$ $4. \quad \eta = \frac{T_n - T_x}{T_n} 100\%$ $A' = Nt; \quad Q_n = P_n t; \quad Q_x = P_x t$ Температура в $[K]$!
КПД электронагревателей	КПД нагревателей
Чайник $\eta = \frac{cm \Delta t}{Pt} \cdot 100\%$ Кофейник, самовар $\eta = \frac{cm \Delta t + rm}{Pt} \cdot 100\%$	Газовый или спиртовой нагреватель $\eta = \frac{cm \Delta t}{qm_{\text{мон}}} \cdot 100\%$ Плавильная печь $\eta = \frac{cm \Delta t + \lambda m}{qm_{\text{мон}}} \cdot 100\%$

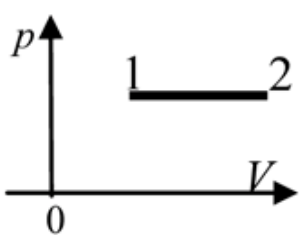
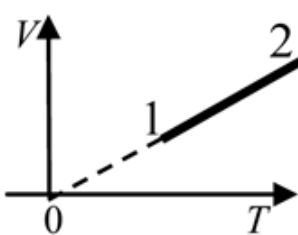
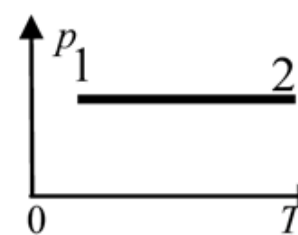
Первое начало термодинамики

Изотермический процесс

$\Delta U = 0; Q = A'$			
Что можно определить по графику	$A = S_{\text{фигуры}}$		

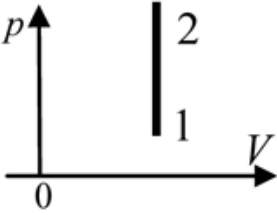
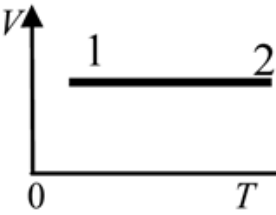
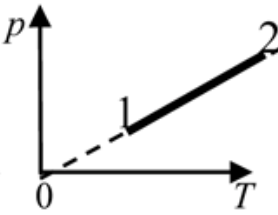
	T	ΔU	V	A'	Первое начало
1-2	$T = \text{const}$	0	$\uparrow$	$A'_{12} < 0$	$0 = Q_{12} - A'_{12}$
2-1	$T = \text{const}$	0	$\downarrow$	$A'_{21} > 0$	$0 = -Q_{21} + A'_{21}$

Изохорный процесс

			
Что можно определить по графику	$A' = p\Delta V$ $\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V$	$A' = \nu R\Delta T$ $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$	$A' = \nu R\Delta T$ $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

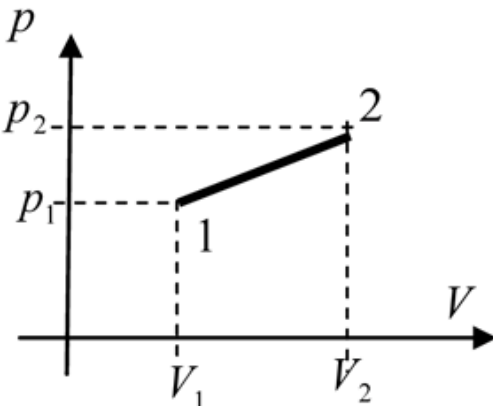
	T	ΔU	V	A'	Первое начало
1-2	$\uparrow$	$\Delta U_{12} > 0$	$\uparrow$	$A'_{12} < 0$	$\Delta U_{12} = Q_{12} - A'_{12}$
2-1	$\downarrow$	$\Delta U_{21} < 0$	$\downarrow$	$A'_{21} > 0$	$-\Delta U_{21} = -Q_{21} + A'_{21}$

Изобарный процесс

$A' = 0; \Delta U = Q$			
Что можно определить по графику	$\Delta U = \frac{3}{2} \Delta p V$	$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$	$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$

	T	ΔU	V	A'	Первое начало
1-2	$\uparrow$	$\Delta U_{12} > 0$	$V = const$	0	$+\Delta U_{12} = +Q_{12}$
2-1	$\downarrow$	$\Delta U_{21} < 0$	$V = const$	0	$-\Delta U_{21} = -Q_{21}$

Произвольный процесс

	$A' = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1); A'_{12} < 0$
	$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T; \Delta U_{12} > 0$ $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$
	$\Delta U_{12} = Q_{12} - A'_{12}$

Электростатика

СИЛА КУЛОНА	ТОЧЕЧНЫЙ ЗАРЯД	СИСТЕМА ЗАРЯДОВ
Закон Кулона $F_K = \frac{k q_1 \cdot q_2 }{\epsilon r^2};$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$ Определение напряженности $\vec{E} = \frac{\vec{F}_K}{q_0} \Rightarrow F_K = q_0 \vec{E}$ Избыток электронов $N = \frac{q}{q_e}$ $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} Кл$	Модуль напряженности $E = \frac{kQ}{r^2}$ где Q - модуль заряда, создающего поле Потенциал (учитывайте знак заряда) $\varphi = Er = \pm \frac{kQ}{r}$ Потенциальная энергия двух зарядов (учитывайте знак заряда) $W_p = \pm \frac{kq_1q_2}{r}$	Результирующая сила $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$ Общая напряженность $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$ Общий потенциал $\varphi = \sum \pm \varphi_i$ Потенциальная энергия $W_p = \sum \pm W_{\text{всех пар}}$
НАПРЯЖЕННОСТЬ СФЕР. ПРОВОДНИКА	ПОТЕНЦИАЛ СФЕР. ПРОВОДНИКА	ОДНОРОДНОЕ ПОЛЕ
Внутри ($r < R$) $E = 0$ На поверхности ($r = R$) $E = \frac{kQ}{R^2}$ Вне ($r > R$) $E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{kQ}{(R+a)^2}$	Внутри и на поверхности ($0 < r \leq R$) $\varphi = \frac{kQ}{R}$ Вне ($r > R$) $\varphi = \frac{kQ}{r} = \frac{kQ}{R+a}$	Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = Er_{12}$ Напряжение $U = Ed$ Сила Кулона $F_K = qE = q \frac{U}{d}$
РАБОТА ЭЛ/СТАТИЧ. ПОЛЯ	КОНДЕНСАТОРЫ	СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ
Учитывайте знак заряда $A = F_K s \cos \alpha$ $A = \pm q E s \cos \alpha$ $A = \pm q E (r_0 - r)$ $A = \mp (qEr - qEr_0) = -\Delta W_p$ $A = \pm q \frac{U}{d} s \cos \alpha$ $A = \pm q \frac{U}{d} (r_0 - r)$ $A = \pm q (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm q U_{12}$ $A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_k$	Емкость $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$ Заряд, напряжение, ёмкость $C = \frac{q}{U}$ «Конденсатор отключен от источника» $q = q'$ «Конденсатор подключен к источнику» $U = U'$ Энергия конденсатора $W_s = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$	Последов. соединение $U = U_1 + U_2$ $q = q_1 = q_2$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ Параллельное соединение $U = U_1 = U_2$ $q = q_1 + q_2$ $C = C_1 + C_2$ Параллельное соединение конденсаторов одноименно («+») и разноименно («-») заряженными пластинами $U' = \frac{q'}{C'} = \frac{C_1 U_1 \pm C_2 U_2}{C_1 + C_2}$

Законы постоянного тока

СИЛА ТОКА, СОПРОТИВЛЕНИЕ, НАПРЯЖЕНИЕ	СОЕДИНЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ	ЗАКОНЫ ОМА
Определение силы тока $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q}{t} = \frac{Nq_e}{t}$ Заряд при равномерном изменении тока $q = \frac{I_1 + I_2}{2} t$ Сила тока и скорость движения электронов $I = nq_e S v$ Определение сопрот. $R = \frac{\rho \ell}{S}$ Зависимость от температуры $R = R_0(1 + \alpha t)$ Напряжение $U = \frac{A_{эл}}{q}$	Последовательное $I = I_1 = I_2$ $U = U_1 + U_2$ $R = R_1 + R_2$ Одинаковые сопротивления $R = nR_0$ Параллельное $I = I_1 + I_2$ $U = U_1 = U_2$ $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ Одинаковые сопротивления $R = \frac{R_0}{n}$	Для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ Для полной цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ ЭДС $\varepsilon = \frac{A_{см}}{q}$ Падение напряжения, напряжение на полюсах источника $U = IR = \varepsilon - Ir$ Ток короткого замыкания $R \rightarrow 0; I_{к.з.} = \frac{\varepsilon}{r}$ КПД источника $\eta = \frac{U}{\varepsilon} \cdot 100\% = \frac{R}{R + r} \cdot 100\%$

	МОЩНОСТЬ	РАБОТА, КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ
На внешней цепи, на нагрузке, полезная	$P_{\text{внеш}} = IU = \frac{U^2}{R} = I^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 R$	$A_{\text{внеш}} = IUt = \frac{U^2}{R} t = I^2 Rt = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 Rt = Q_{\text{внеш}}$
Максимальная на внешней цепи, при $R=r$	$P_{\text{max}} = \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)^2 r = \frac{\varepsilon^2}{4r}$	$A_{\text{max}} = \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)^2 rt = \frac{\varepsilon^2}{4r} t = Q_{\text{max}}$
Внутренней цепи, внутри источника	$P_{\text{внутр}} = I^2 r = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 r$	$A_{\text{внутр}} = P_{\text{внутр}} t = Q_{\text{внутр}}$
Полная	$P_{\text{полн}} = I\varepsilon = I^2 (R + r) = \frac{\varepsilon^2}{R + r}$	$A_{\text{полн}} = P_{\text{полн}} t = Q_{\text{полн}}$
Работа, энергия, количество теплоты, мощность и время $A = W = Q = Pt$ Закон Джоуля – Ленца $Q = I^2 Rt$ КПД электродвигателя $\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{W_{\text{эл.тока}}} 100\% = \frac{F_m \cdot s}{IUt} \cdot 100\%$		

Электромагнетизм

ВЕКТОР МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ	СИЛА АМПЕРА РАБОТА СИЛЫ АМПЕРА	ЧАСТИЦЫ
Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma H}{м}$ Круговой ток $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2r}$ Прямолинейный ток $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$ Соленоид $B = \frac{\mu\mu_0 IN}{\ell} = \frac{\mu\mu_0 I}{d}$	$F_A = BI\ell \sin \alpha$, где α - угол между направлением $\vec{B}$ и условным направлением тока $A = F_A s \cos \alpha'$, где α' - угол между направлением $\vec{F}_A$ и перемещением $\vec{s}$	Протон $q_p > 0$ Электрон $q_e < 0$ Нейтрон $q_n = 0$ α - частица $q_\alpha = 2q_p; m_\alpha = 4m_p$
СИЛА ЛОРЕНЦА $F_L = qvB \sin \alpha$		
Движение заряженной частицы в магнитном поле ($\vec{v} \perp \vec{B}$)		
	$qvB = ma_{ц.с.}$	Итог
v	—	$a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R}$
R	—	$a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R}$
ω	$v = \omega R$	$a_{ц.с.} = \omega^2 R$
T	$v = \frac{2\pi R}{T}$	$a_{ц.с.} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$
ν	$v = 2\pi R \nu$	$a_{ц.с.} = 4\pi^2 R \nu^2$
$p = mv$	—	$a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R}$
$E_k = \frac{mv^2}{2}$	—	$a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R}$
Итог		
$v = \frac{qBR}{m}$		
$R = \frac{mv}{qB}$		
$\omega = \frac{qB}{m}$		
$T = \frac{2\pi m}{qB}$		
$\nu = \frac{qB}{2\pi m}$		
$p = qBR$		
$E_k = \frac{qvBR}{2}$		
МАГНИТНЫЙ ПОТОК	ЗАКОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ	
$\Phi = BS \cos \alpha$ $\Phi = BS \cos(\omega t)$ $\Phi = LI$ $N\Phi = LI$ Максимальный магнитный поток $\Phi_m = BS$ Максимальная ЭДС $e_m = N\omega\Phi_m = N\omega BS$ ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ $W_m = \frac{LI^2}{2}$	Изменение магнитного потока	$\varepsilon_i = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$
	Изменение вектора магнитной индукции	$\varepsilon_i = -N \frac{\Delta B}{\Delta t} S \cos \alpha$
	Изменение площади	$\varepsilon_i = -NB \frac{\Delta S}{\Delta t} \cos \alpha$
	Изменение угла	$\varepsilon_i = -NBS \frac{\Delta \cos \alpha}{\Delta t}$
	ЭДС индукции в движущихся проводниках	$\varepsilon_i = vB\ell \sin \alpha$
	ЭДС самоиндукции	$\varepsilon_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$
	Сила тока и заряд $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_i}{R}$	

Колебания и волны

МЕХ. КОЛЕБАНИЯ	АМПЛИТУДА	ПУТЬ
Уравнение $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ Циклическая частота $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ Период $T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$	Амплитуда скорости $v = x'(t); v_m = \omega X_m$ Амплитуда ускорения $a = x''(t); a_m = \omega^2 X_m$ Амплитуда силы $F_m = ma_m = m\omega^2 X_m$	1. $\ell(T/4) = \ell(\pi/2) = X_m$ 2. $\ell(T/2) = \ell(\pi) = 2X_m$ 3. $\ell(3T/4) = \ell(3\pi/2) = 3X_m$ 4. $\ell(T) = \ell(2\pi) = 4X_m$ Весь путь $L = N4X_m$
МАТЕМ. МАЯТНИК	ПРУЖИН. МАЯТНИК	ЭЛЕКТРИЧ. КОНТУР
Период $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{a_{\text{ном}}}}$ Частота $\nu = \frac{\sqrt{g}}{2\pi\sqrt{\ell}}$ Циклическая частота $\omega = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\ell}}$ Маятник в вертикальном эл. поле $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g \pm qE}}$	Период $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ Частота $\nu = \frac{\sqrt{k}}{2\pi\sqrt{m}}$ Циклическая частота $\omega = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}$ Соединение пружин $k_{\text{нар}} = k_1 + k_2$ $\frac{1}{k_{\text{посл}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	Период $T = 2\pi\sqrt{LC}$ Частота $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Циклическая частота $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ Соединение катушек и конденсаторов $C_{\text{нар}} = C_1 + C_2; \quad \frac{1}{L_{\text{нар}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ $\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}; \quad L_{\text{посл}} = L_1 + L_2$
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ	ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК	ТРАНСФОРМАТОР
Полная энергия колебаний пружинного маятника $E = \frac{kX_m^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_m^2}{2}$ Полная энергия колебательного контура $\frac{q_m^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$ или $\frac{CU_m^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$ Период энергии и период колебаний $T_{\text{эн}} = \frac{T_{\text{кол}}}{2}$	Действующие значения $I_o = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U_o = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ Закон Ома $I_o = \frac{U_o}{Z}; \quad I_m = \frac{U_m}{Z}$ Активное сопротив. R Ёмкостное сопротив. $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}$ Индуктивн. сопротив. $X_L = \omega L = 2\pi\nu L$ Последовательн. соедин. $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ Закон Джоуля – Ленца $Q = I_o^2 R t$ Мощность $P = I_o^2 R = \frac{U_o^2}{R}$	Коэффициент трансформации $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{I_2}{I_1} = k$ КПД $\eta = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1} \cdot 100\%$
		ВОЛНЫ
		Длина мех. волны $\lambda = vT = \frac{v}{\nu} = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega}$ Длина эл/м волны $\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = c \cdot 2\pi\sqrt{LC}$ <u>ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ</u> Условие максимума $\Delta d = n\lambda, \text{ где } n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$ Условие минимума $\Delta d = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА	ЛИНЗЫ
Закон отражения $\alpha = \beta$ Закон преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ Для вакуума $n = 1; \quad v = c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ Полное отражение возможно только при переходе из ОБП в ОМП $\frac{\sin \alpha_{пред}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$	Формула тонкой линзы $\pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$ Увеличение линзы $\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \sqrt{\frac{S_{изобр}}{S_{предм}}}$ Оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{линзы}}{n_{среды}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ Составные линзы $D = D_1 + D_2$
ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА	ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
<u>ПОЛЯРИЗАЦИЯ</u> Доказывает $\vec{U} \perp \vec{B} \perp \vec{E}$ <u>ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА</u> Условие максимума $\Delta d = n\lambda, \text{ где } n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$ 0-первый порядок Условие минимума $\Delta d = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$ «Просветление оптики» - свет проходит через пленку $2h = \frac{\lambda}{2n_{пленки}}$ Максимальное отражение $2h = \frac{\lambda}{n_{пленки}}$ <u>ДИФРАКЦИЯ</u> Максимум дифракционной решетки $d \sin \varphi = n\lambda, \text{ где}$ $n = 0; 1; 2; 3 \dots$ - порядок максимума 0 – центральный максимум $d = \frac{\ell}{N} - \text{период решетки}$ При малых углах $\sin \varphi \approx \tan \varphi = \frac{a}{b}$ Максимальный период, если $\sin \varphi \approx 1$	Релятивистское увеличение массы и времени $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ Уменьшение длины $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ Сложение скоростей $v' = \frac{v + u}{1 + \frac{vu}{c^2}}$ Релятивистский импульс $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_{полн}}{c^2} v$ Полная и кинетическая энергия $E_{полн} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$ $E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$ Энергия и масса. Работа и энергия $E = mc^2 \quad \text{или} \quad \Delta E = \Delta mc^2$ $A = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$

Квантовая физика

КОНСТАНТЫ	ФОТОЭФФЕКТ	ФОТОНЫ
Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ Скорость света $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ Заряд и масса фотоэлектрона $q_e = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ Единицы энергии $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ Постоянная Ридберга $R = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ Атомная единица массы $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	Формула Эйнштейна $E_{\phi} = A_{\text{вых}} + E_k$ Энергия фотона $E_{\phi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ Работа выхода $A_{\text{вых}} = h\nu_{\text{кр}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}}$ Кинетическая энергия электрона $E_k = \frac{m_e v^2}{2} = q_e U_{\text{зод}}$	Энергия одного фотона $E_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = m_0 c^2$ Масса и импульс одного фотона $m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$ $p_0 = m_0 c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}$ Заряд фотона $q = 0$ Число фотонов $N = \frac{E}{E_0} = \frac{Pt}{E_0} = \frac{m_{\text{вещ}}}{m_0}$ Импульс и длина волны де Бройля $p = m\nu = \frac{h}{\lambda_{\text{бр}}}$ Дифракция волн де Бройля $d \sin \varphi = n\lambda_{\text{бр}}$
ИЗЛУЧЕНИЕ	ДАВЛЕНИЕ	АТОМ
Энергия излучения поглощения атома $h\nu = \frac{hc}{\lambda} = E_n - E_k$ Частота излучения $\nu = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad k < n$	Давление света при поглощении $p = \frac{W}{tSc} = \frac{I}{c} [\text{Па}]$ Давление света при зеркальном отражении $p = \frac{2W}{tSc} = \frac{2I}{c} [\text{Па}]$ Сила давления света $F = pS_{\text{поп}} [Н]$	Обозначение атома ${}^A_Z X$ A - атомный вес (число нуклонов) $A = Z + N$ Z - число протонов и электронов; N – число нейтронов
ЧАСТИЦЫ	РАСПАД ЯДЕР	РАДИОАК. РАСПАД
Протон ${}_1^1 p = {}_1^1 H$ Нейтрон ${}_0^1 n$ Электрон ${}_{-1}^0 e$ Позитрон ${}_{+1}^0 e$ α-частица ${}_2^4 He$	α - распад ${}_Z^A X = {}_2^4 He + {}_{Z-2}^{A-4} Y$ β - распад ${}_Z^A X = {}_{-1}^0 e + {}_{Z+1}^A Y$ γ - распад ${}_Z^A X = {}_Z^A X$	Число не распавшихся ядер $N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$ или $m = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}}$ где T- период полураспада Число распавшихся ядер $N_0 - N$
АТОМНОЕ ЯДРО	ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ	ЭНЕРГИЯ РЕАКЦИЙ
Дефект массы ядра $\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}}$ Энергия связи ядра $E_{\text{св.}} = \Delta m c^2$, Удельная энергия связи $\frac{E_{\text{св.}}}{A}$	${}_{Z_1}^{A_1} X + {}_{Z_2}^{A_2} Y = {}_{Z_3}^{A_3} X' + {}_{Z_4}^{A_4} Y'$ Законы сохранения $\Sigma Z = \Sigma Z'; \quad \Sigma A = \Sigma A'$ $\Sigma N = \Sigma N'$ Дефект массы в ядерных реакциях $\Delta m = (m_1 + m_2) - (m'_1 + m'_2)$	Энергия выделяется, если $\Delta m > 0$ Энергия поглощается, если $\Delta m < 0$ Выделяемая или поглощаемая энергия $E = \Delta m c^2$