

КРИТЕРИИ
определения победителей и призёров
олимпиады школьников «Наследники Левши»
по физике

Определение победителей и призёров олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике осуществляется по результатам заключительного этапа, проведённого в очной форме в Тульском государственном университете и на региональных площадках: ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г.Столетовых», ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.Туполева – КАИ», ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет», ФГБОУ ВПО «Государственный университет — учебно-научно-производственный комплекс» (г. Орёл), ФГБОУ ВПО «Самарский государственный технический университет», ФГБОУ ВПО «Тверской государственный университет», ФГБОУ ВПО «Псковский государственный университет» и МБОУ Гимназия г. Гурьевска Калининградской области. Отборочный этап рассматривается жюри олимпиады как квалификационный, набранные на нём баллы используются только для определения участников, вышедших в заключительный этап, и не суммируются с итоговыми баллами заключительного этапа.

Школьникам 8-10 классов предлагается на заключительном этапе для решения эквивалентных 3 варианта, для одиннадцатиклассников — 5 вариантов. В каждом варианте 5 заданий различной сложности. Каждая задача оценивалась в 20 баллов. Общая сумма баллов — 100.

Для каждого задания заключительного этапа определены частные критерии оценивания (приложение).

Утверждены жюри оргкомитета олимпиады (протокол № 1 от 10.02.2014)

Председатель жюри
олимпиады школьников
«Наследники Левши» по физике

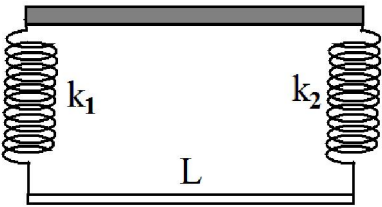
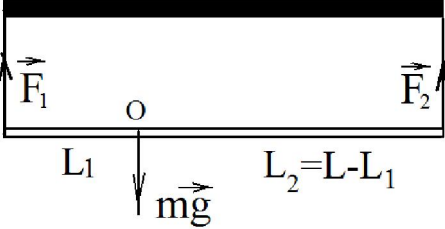


Ю.Н. Колмаков

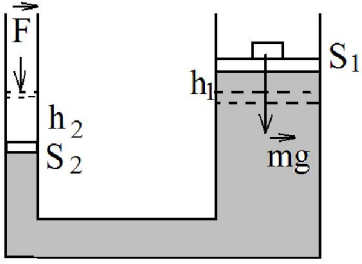
8 класс, 1 вариант

1 задача	Из пункта А в пункт В с интервалом времени $\Delta t_1 = 0,6 \text{ мин}$ вышли два автомобиля с одинаковыми скоростями $v = 72 \text{ км/ч}$. С какой скоростью в том же направлении двигался третий автомобиль, если он нагнал эти автомобили с интервалом времени $\Delta t_2 = 1 \text{ мин}$? (Ответ: 32 м/с)	Баллы
	В момент встречи третьего автомобиля со вторым первый находился на расстоянии $x_1 = v\Delta t_1$. Тогда координата встречи третьего автомобиля с первым будет $x = v\Delta t_1 + v\Delta t_2 = v_3\Delta t_2$. отсюда скорость третьего $v_3 = \frac{v(\Delta t_1 + \Delta t_2)}{\Delta t_2} = \frac{20 \cdot 1,6}{1} = 32 \text{ м/с}.$	5 10 5
	Итого:	20

2 задача	Стальной кубик плавает в воде, погружившись на 75%. Масса кубика $m = 4 \text{ кг}$. Внутри кубика имеется полость. Найти объем этой полости. Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность стали $\rho_2 = 7800 \text{ кг/м}^3$. (Ответ: $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$)	Баллы
	Пусть объем кубика V , а объем полости в нем V_0 . На кубик действуют сила тяжести и сила Архимеда, их векторная сумма равна нулю, т.е. $mg = F_{\text{Ар}},$ $mg = \rho_1 0,75Vg, V = \frac{m}{0,75\rho_1}$ Масса шара равна $m = \rho_2(V - V_0)$, т.е. $V - V_0 = \frac{m}{\rho_2}$ Тогда объём полости $V_0 = m \left(\frac{1}{0,75\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	3 5 5 7
	Итого:	20

3 задача	 Лёгкий стержень длиной $L = 1\text{ м}$ подвешен на двух пружинах одинаковой длины (см. рисунок). Жёсткость первой пружины $k_1 = 6\text{ Н/м}$, второй $k_2 = 4\text{ Н/м}$. На стержень садится воробей. На каком расстоянии от первой пружины он сел, если стержень остался в горизонтальном положении. (Ответ: 0,4 м)	Баллы
	На стержень действуют две силы упругости, равные  $F_1 = k_1 \Delta x$, $F_2 = k_2 \Delta x$ Так как стержень остается в горизонтальном положении, то изменение длины пружины одинаковое. Запишем моменты сил, действующих на стержень относительно точки О $k_1 \Delta x L_1 - k_2 \Delta x L_2 = 0. \quad (\text{момент силы тяжести} = 0)$ $k_1 L_1 - k_2 (L - L_1) = 0 \Rightarrow L_1 = \frac{k_2 L}{k_1 + k_2} = \frac{4}{10} = 0,4\text{ м}$	5 10 5
	Итого:	20

4 задача	В калориметр с $m_1 = 0,10\text{ кг}$ льда при $t_1 = 0^\circ\text{ C}$ впущен пар температура которого $t_2 = 100^\circ\text{ C}$. Какая масса воды окажется в калориметре непосредственно после того как весь лед растает? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. Теплоёмкостью сосуда и потерями теплоты пренебречь. (Ответ: 112г)	Баллы
	Для таяния льда необходимо получить $Q_1 = m_1 \lambda$ тепла. Теплота выделяется при конденсации пара и остывания получившейся из пара воды $Q_2 = m_2 r + m_2 c (0 - t_2)$ Так как потерь тепла нет, то $m_1 \lambda - m_2 r + m_2 c (0 - t_2) = 0$. Отсюда находим массу пара $m_2 = 12\text{ г}$. Общая масса получившейся из пара и льда воды $m = 100 + 12 = 112\text{ г}$.	4 6 6 4
	Итого:	20

5 задача	Какая работа затрачена на подъем груза массой $m = 1500\text{кг}$ с помощью гидравлического пресса, если при этом малый поршень переместился на $\ell_2 = 40\text{см}$? Площадь малого поршня в 20 раз меньше площади большого. Ускорение свободного падения $g = 10\text{м/с}^2$. (300Дж)	Баллы
	 Работа по подъему груза $A = mgh_1$. Из равенства объёмов получаем $S_1 h_1 = S_2 h_2$. Тогда большой поршень поднялся на высоту $h_1 = \frac{S_2 h_2}{S_1} = \frac{0,4}{20} = 0,02\text{м}$ Тогда работа равна $A = 300\text{ Дж}$	5 5 5 5
	Итого:	20

8 класс, 2 вариант

1 задача	Два автомобиля выходят из одного пункта с одинаковыми скоростями $v = 20\text{м/с}$ в одном направлении с интервалом времени $\Delta t_1 = 0,9\text{мин}$. Через некоторое время по тому же маршруту отправился третий автомобиль со скоростью $v_3 = 32\text{м/с}$. Найти время Δt_2 между его встречей со вторым и первым автомобилями. (Ответ: 1,5 мин)	Баллы
	В момент встречи третьего автомобиля со вторым первый находился на расстоянии $x_1 = v\Delta t_1$. Тогда координата встречи третьего автомобиля с первым будет $x = v\Delta t_1 + v\Delta t_2 = v_3 \Delta t_2$. Тогда между его встречей с первым и вторым автомобилями $\Delta t_2 = \frac{v \Delta t_1}{v_3 - v} = \frac{20 \cdot 0,9}{32 - 20} = 1,5\text{мин}$	5 10 5
	Итого:	20

2 задача	Полый шар, отлитый из чугуна, плавает в воде, погрузившись наполовину. Найти объем внутренней полости шара, если масса шара $m = 5 \text{ кг}$, плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность чугуна $\rho_2 = 7800 \text{ кг/м}^3$. (Ответ: $9,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$)	Баллы
	Пусть объем шара V, а объем полости в нем V_0. На шар действуют сила тяжести и сила Архимеда, их векторная сумма равна нулю, т.е. $mg = F_{Ap}$, $mg = \rho_1 \frac{V}{2} g$, отсюда $V = \frac{2m}{\rho_1}$. Масса шара равна $m = \rho_2(V - V_0)$, т.е. $V - V_0 = \frac{m}{\rho_2}$. Тогда объём полости $V_0 = m \left(\frac{2}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) = 5 \left(\frac{2}{10^3} - \frac{1}{7,8 \cdot 10^3} \right) = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.	3 5 5 7
	Итого:	20

3 задача	Три шарика, массы которых равны $m_1 = 1 \text{ г}$, $m_2 = 2 \text{ г}$ и $m_3 = 3 \text{ г}$ укреплены на невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии $a = 12 \text{ см}$ друг от друга. На каком расстоянии от первого шара надо подвесить стержень, чтобы система находилась в равновесии? (Ответ: 16 см)	Баллы
	Действующие на стержень силы приведены на рисунке. Запишем сумму моментов сил относительно точки О $m_1 g(a + x) + m_2 g x - m_3 g(a - x) = 0$ Из этого уравнения выражаем расстояние до точки подвеса $x = \frac{(m_3 - m_1)a}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(3 - 1)12}{1 + 2 + 3} = 4(\text{см})$. Тогда расстояние от первого груза до точки подвеса $\ell_1 = x + a = 16 \text{ см}$.	Рис - 5 10 5
	Итого:	20

4 задача	В сосуд, содержащий $m_1 = 10 \text{ кг}$ воды при температуре $t_1 = 20^\circ \text{C}$ вводится $m_2 = 0,2 \text{ кг}$ пара при температуре $t_2 = 100^\circ \text{C}$, который полностью превращается в воду. Определите конечную температуру воды. Теплоёмкостью сосуда и потерями теплоты пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$. (Ответ: 32°C)	Баллы
	Для нагревания воды до конечной температуры затрачено тепла $Q_1 = m_1(t - t_1)$. При конденсации пара и остывании получившейся из него воды выделяется теплота $Q_2 = -m_2\lambda + m_2(t - t_2) = 0$. Так как потерями тепла пренебрегаем, то $m_1(t - t_1) - m_2\lambda + m_2(t - t_2) = 0$ Отсюда конечная температура $t = 32^\circ \text{C}$	5 5 5 5
	Итого:	20

5 задача	Груз массой $m = 1500 \text{ кг}$ поднимают с помощью гидравлического пресса. Малый поршень переместился на расстояние $\ell_2 = 40 \text{ см}$? Площадь малого поршня в 20 раз меньше площади большого. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Определить силу, приложенную к малому поршню. (Ответ: 750 Н)	Баллы
	Из равенства объёмов получаем $S_1 h_1 = S_2 h_2$. Тогда большой поршень поднялся на высоту $h_1 = \frac{S_2 h_2}{S_1} = \frac{0,4}{20} = 0,02 \text{ м}$ Из равенства давлений следует $\frac{mg}{S_1} = \frac{F}{S_2}$ $F = \frac{S_2}{S_1} mg = \frac{1500 \cdot 10}{20} = 750 \text{ Н}$	5 5 5 5
	Итого:	20

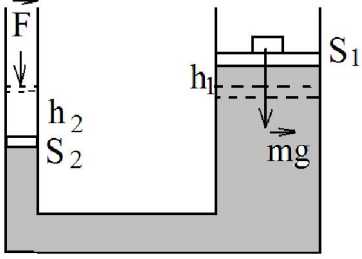
8 класс, 3 вариант

1 задача	Два автомобиля выходят из одного пункта в одном направлении с одинаковыми скоростями с интервалом $\Delta t_1 = 0,8 \text{ мин}$. Третий автомобиль отправляется за ними со скоростью $v_3 = 30 \text{ м/с}$ и нагоняет их с интервалом времени $\Delta t_2 = 1,2 \text{ мин}$. Найти скорости первых двух автомобилей. (Ответ: 18 м/с)	Баллы
	В момент встречи третьего автомобиля со вторым первый находился на расстоянии $x_1 = v \Delta t_1$. Тогда координата встречи третьего автомобиля с первым будет $x = v \Delta t_1 + v \Delta t_2 = v_3 \Delta t_2$. отсюда скорость третьего. $v = \frac{v_3 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{30 \cdot 1,2}{2} = 18 \text{ м/с}$	5 10 5
	Итого:	20

2 задача	Легкий стержень длиной $L = 2 \text{ м}$ подвешен за края на двух пружинах одинаковой длины. При этом стержень расположен горизонтально. На расстоянии $0,8 \text{ м}$ от первой пружины подвешен груз массой 200 г. Жёсткость первой пружины $k_1 = 6 \text{ Н/м}$. Найти жёсткость второй пружины, если стержень после подвешивания груза остался в горизонтальном положении. (Ответ: $k_2 = 4 \text{ Н/м}$)	Баллы
	На стержень действуют две силы упругости, равные $F_1 = k_1 \Delta x$, $F_2 = k_2 \Delta x$ Так как стержень остается в горизонтальном положении, то изменение длины пружины одинаковое. Запишем моменты сил, действующих на стержень относительно точки О: $k_1 \Delta x L_1 - k_2 \Delta x L_2 = 0. \quad (\text{момент}$ силы тяжести = 0) $k_1 L_1 - k_2 (L - L_1) = 0$ Жёсткость второй пружины $k_2 = \frac{k_1 L_1}{L - L_1} = \frac{6 \cdot 0,8}{2 - 0,8} = 4 \text{ Н/м}$	5 10 5
	Итого:	20

Задача 3	Вес некоторого тела в воздухе в три раза больше, чем в воде. Чему равна плотность этого тела, если плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$? ($\rho_2 = 1500 \text{ кг/м}^3$)	Баллы
	Вес тела в воздухе $P_1 = mg = \rho_2 Vg$ Вес тела в жидкости $P_2 = mg - F_{Ap}$ Так как $P_1 = 3P_2$, то $mg = 3mg - 3F_{Ap} \Rightarrow 2mg = 3F_{Ap}$; $2\rho_2 gV = 3\rho_1 gV$. Плотность тела $\rho_2 = \frac{3\rho_1}{2} = 1500 \text{ кг/м}^3$.	5 5 5 5
	Итого:	20

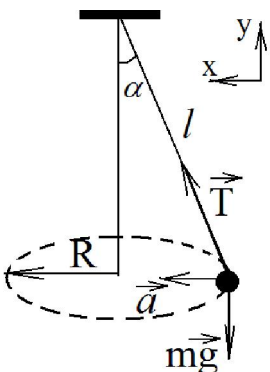
4 задача	В калориметр, содержащий $m_1 = 2 \text{ кг}$ льда при температуре $t_1 = -5^\circ \text{C}$, добавили $m_2 = 0,2 \text{ кг}$ воды при температуре $t_2 = 5^\circ \text{C}$. Определите массу льда в калориметре после установления теплового равновесия. Теплоёмкостью сосуда и потерями теплоты пренебречь. Удельная теплоёмкость льда $c_1 = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, удельная теплоёмкость воды $c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. (Ответ: 2,05 кг)	Баллы
	При нагревании льда до температуры плавления поглощается тепло $Q_1 = m_1 c_1 (0 - t_1) = 2 \cdot 2,1 \cdot 10^3 \cdot 5 = 21 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ При остывании воды до $t = 0^\circ \text{C}$ выделяется теплота $Q_2 = m_2 c_2 (0 - t_2) = -0,2 \cdot 4200 \cdot 5 = -4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ Следовательно, часть воды превратится в лёд $\Delta m = \frac{Q_1 - Q_2 }{r} = 0,05 \text{ кг}$ Масса льда $m = m_1 + \Delta m = 2,05 \text{ кг}$	5 5 5 5
	Итого:	20

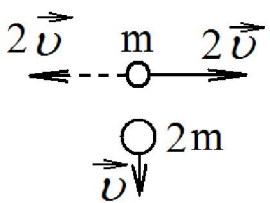
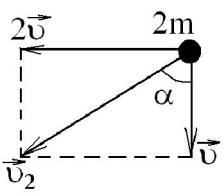
5 задача	На подъем груза массой $m = 1500\text{кг}$ с помощью гидравлического прес-са затрачена работа 300 Дж . Площадь малого поршня в 20 раз меньше площади большого. Ускорение свободного падения $g = 10\text{м/с}^2$. На какое расстояние сместился при этом малый поршень? (Ответ: 40см)	Баллы
	 Работа по подъёму груза $A = mgh_1$ $\Rightarrow h_1 = \frac{A}{mg} = \frac{300}{1500 \cdot 10} = 0,02\text{м}$ Из равенства объёмов получаем $S_1 h_1 = S_2 h_2$. Тогда малый поршень сместился на расстояние $h_2 = \frac{S_1 h_1}{S_2} = 0,02 \cdot 20 = 0,4\text{м} = 40\text{см}$	5 5 5 5
	Итого:	20

9 класс, 1 вариант

1 задача	Жонглер бросает с одного и того же уровня два шарика вертикально вверх с начальными скоростями $v_0 = 5\text{м/с}$ один за другим через промежуток времени $\tau = 0,3\text{с}$. Определить через какое время после броска первого шарика оба шарика окажутся на одной высоте? Уско-рение свободного падения $g = 10\text{м/с}^2$. (Ответ: $0,65\text{с}$)	Баллы
	Запишем координату первого шарика $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Координата второго $y_2 = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}$. Так как шарики встретились, приравниваем эти координаты и после преобразований получаем $t = \left(\frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} \right) = 0,65\text{с}$	5 5 10
	Итого:	20

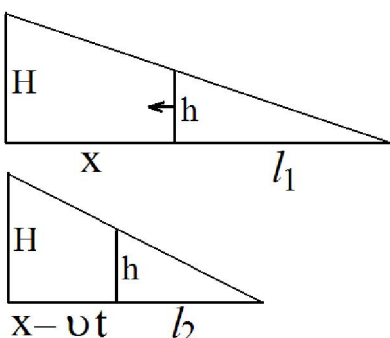
2 задача	Груз, подвешенный на легкой нити, движется по окружности в гори-зонтальной плоскости. Нить отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$. Во сколько раз нужно изменить длину нити, чтобы при той же угловой скорости угол отклонения нити от вертикали составил $\beta = 60^\circ$? (Ответ: в $1,73$ раза)	Баллы
-----------------	--	-------

	 По II закону Ньютона $\begin{cases} T \cos \alpha - mg = 0 \\ T \sin \alpha = ma = m\omega^2 R \end{cases}$ Отсюда $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{\omega^2 \ell \sin \alpha}{g}$ Тогда угловая скорость $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell_1 \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{g}{\ell_2 \cos \beta}}$ $\Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = 1,73$	Рис - 3 4 4 4 5
	Итого:	20

3 задача	 Две частицы массами m и $2m$ движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $2v$ и v. На частицы одновременно начинает действовать одинаковая сила. Определить величину и направление скорости частицы массы $2m$ в момент времени, когда скорость частицы массы m стала такой, как показано пунктиром на рисунке (Ответ: $v\sqrt{5}$, $\arctg 2$)	Баллы
	 Используем закон изменения импульса $\vec{F}\Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$. Тогда для первой частицы $F_x \Delta t = m2v + m2v = 4mv$; $F_y = 0$. Для второй $F_x \Delta t = 2mv_x = 4mv \Rightarrow v_x = 2v$. Из рисунка следует, что её скорость $v_2 = \sqrt{v^2 + (2v)^2} = v\sqrt{5}$. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2v}{v} = 2$; $\alpha = \arctg 2$	Рис - 3 3 3 3 3 5
	Итого:	20

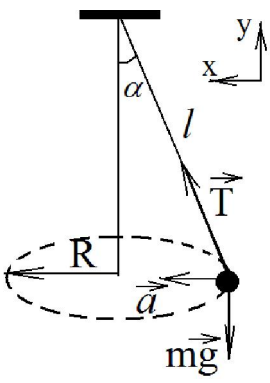
4 задача	При пропускании тока силой $I_1 = 1,4A$ через проволоку, она нагрелась до $t_1 = 55^\circ C$, а при силе тока $I_2 = 2,8A$ - до $t_2 = 160^\circ C$. До какой температуры нагреется проволока при пропускании тока	Баллы
----------	---	-------

	$I_3 = 5,6 A$. Время пропускания тока одинаковое, считать, что сопротивление проволоки не зависит от температуры, теплоотдачей в окружающее пространство пренебречь. (Ответ: $580^\circ C$)	
	При пропускании тока в проводнике выделяется количество теплоты $Q = I^2 R \tau$, где τ - время. Если потери тепла отсутствуют, то оно идет на нагревание проводника, т.е. $Q = cm\Delta t$. Тогда $\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{1}{4},$ Отсюда $t_0 = \frac{4t_1 - t_2}{3} = 20^\circ C$ $\frac{I_1^2}{I_3^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_3 - t_0} = \frac{1}{16}.$ $t_3 = 16 t_1 - 15 t_0 = 580^\circ C$	2 2 4 4 4 4
	Итого:	20

5 задача	Человек ростом $h = 1,70$ м идет со скоростью $v = 1$ м/с по направлению к уличному фонарю. В некоторый момент времени длина тени человека была $\ell_1 = 1,8$ м, а через $t = 2$ с стала $\ell_2 = 1,3$ м. На какой высоте висит фонарь? (Ответ: $8,5$ м)	Баллы
	 Из подобия треугольников $\frac{h}{\ell_1} = \frac{H}{\ell_1 + x} \quad (1)$ $\frac{h}{\ell_2} = \frac{H}{\ell_2 + x - vt} \quad (2)$ Из уравнения (1) получаем $x = \frac{\ell_1(H - h)}{h}$ Из уравнения (2) получаем $h\ell_2 + hx - hvt = H\ell_2$. Подставляем x и находим $H = \frac{h(\ell_2 - \ell_1 - vt)}{\ell_2 - \ell_1} = 8,5 \text{ м}$	5 5 5 5
	Итого:	20

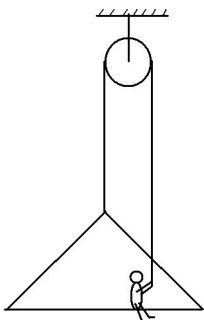
9 класс, 2 вариант

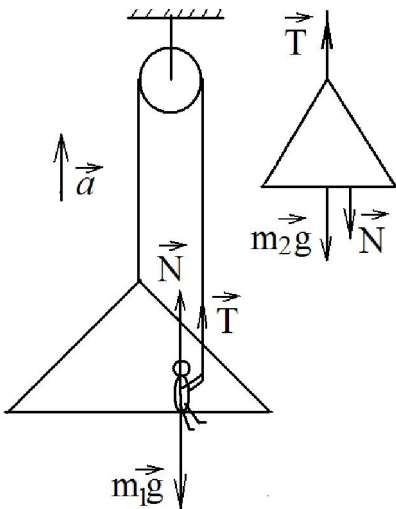
1 задача	Жонглер бросает с одного и того же уровня два шарика вертикально вверх с начальными скоростями $v_0 = 6 \text{ м/с}$ один за другим через промежуток времени τ . Через время $t = 0,8 \text{ с}$ после броска первого шарика оба шарика оказались на одной высоте. С каким интервалом τ жонглер бросает шарики? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Ответ: 0,4 с)	Баллы
	Запишем координату первого шарика $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$.	5
	Координата второго $y_2 = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}$.	5
	Так как шарики встретились, приравниваем эти координаты и после преобразований получаем $\tau = 2\left(t - \frac{v_0}{g}\right) = 2(0,8 - 0,6) = 0,4 \text{ с}$	10
	Итого:	20

2 задача	Груз, подвешенный на легкой нити, движется по окружности в горизонтальной плоскости. Нить отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$. С какой угловой скоростью вращается груз, если длина нити $L = 1 \text{ м}$. ? (Ответ: 3,4 рад/с)	Баллы
	 По II закону Ньютона $\begin{cases} T \cos \alpha - mg = 0 \\ T \sin \alpha = ma = m\omega^2 R \end{cases}$ Отсюда $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g}$ Тогда угловая скорость $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 2}{1 \cdot \sqrt{3}}} = 3,4 \text{ рад/с}$	Рис - 3 4 4 4 5
	Итого:	20

3 задача	Движение тела описывается уравнением $x = 20 + 2t - t^2$. В этом выражении все единицы выражены в системе СИ. Определите изменение импульса тела за первые $t = 8$с, если масса тела $m = 3$ кг. (Ответ: - 48 кг м/с)	Баллы
	Из уравнения $x = 20 + 2t - t^2$ находим уравнение для скорости $v = 2 - 2t$. При $t = 0$ скорость $v_0 = 2$ м/с При $t = 8$с $v = 2 - 2 \cdot 8 = -14$ м/с $\Delta p = m(v - v_0) = 3(-14 - 2) = -48 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$	5 5 5 5
	Итого:	20

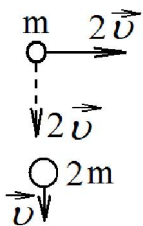
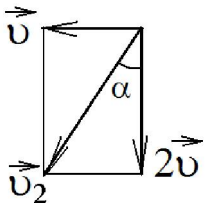
4 задача	При пропускании тока силой $I_1 = 1,2$ А через проволоку, она нагрелась до $t_1 = 40^\circ \text{C}$, а при силе тока $I_2 = 2,4$ А - до $t_2 = 100^\circ \text{C}$. До какой температуры нагреется проволока при пропускании тока $I_3 = 4,8$ А? Время пропускания тока одинаковое, считать, что сопротивление проволоки не зависит от температуры, теплоотдачей в окружающее пространство пренебречь. (Ответ: 340°C)	Баллы
	При пропускании тока в проводнике выделяется количество теплоты $Q = I^2 R \tau$, где τ - время. Если потери тепла отсутствуют, то оно идет на нагревание проводника, т.е. $Q = cm\Delta t$. Тогда $\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{1}{4}$; Отсюда $t_0 = \frac{4t_1 - t_2}{3} = 20^\circ \text{C}$ $\frac{I_1^2}{I_3^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_3 - t_0} = \frac{1}{16}$. $t_3 = 16 t_1 - 15t_0 = 340^\circ \text{C}$	2 2 4 4 4 4
	Итого:	20

5 задача	 Маляр работает в подвесном кресле. С какой силой он должен тянуть за веревку, чтобы подниматься вверх с ускорением $a = \frac{g}{5}$? Чему равна полная нагрузка на блок? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².	Баллы
----------	--	-------

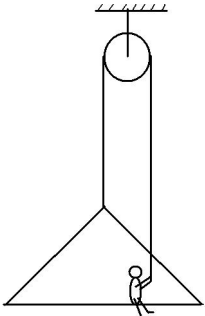
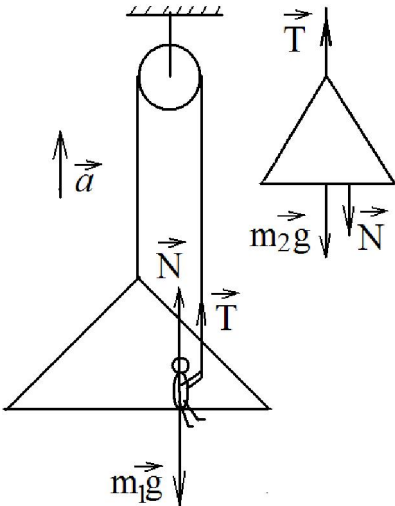
	Масса маляра $m_1 = 76 \text{ кг}$, масса кресла $m_2 = 24 \text{ кг}$. (Ответ: 600Н, 1200 Н)	
	 Рассмотрим силы, действующие на человека и на кресло (см. рисунок) По II закону Ньютона $N + T - m_1 g = m_1 a \quad (1)$ $T - N - m_2 g = m_2 a \quad (2)$ Складывая эти уравнения и подставляя значение ускорения, получим $2T - g(m_1 + m_2) = a(m_1 + m_2)$ $\Rightarrow T = \frac{(m_1 + m_2)6g}{10} = \frac{100 \cdot 6 \cdot 10}{10} = 600 \text{ Н}$ Нагрузка на блок равна $2T = 1200 \text{ Н}$	Рис - 4 3 3 5 5
	Итого:	20

9 класс, 3 вариант

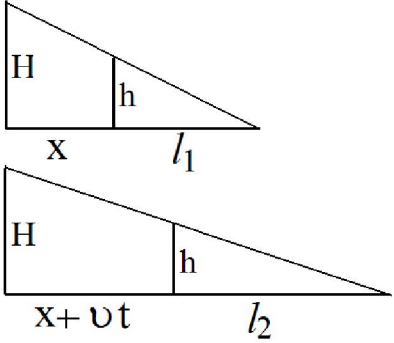
1 задача	Жонглер бросает с одного и того же уровня два шарика вертикально вверх с начальными скоростями $v_0 = 6 \text{ м/с}$ один за другим через промежуток времени $\tau = 0,4 \text{ с}$. На какой высоте относительно точки бросания шарика встретятся? Ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Ответ: 1,6 м)	Баллы
	Запишем координату первого шарика $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. (1) Координата второго $y_2 = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}$. Так как шарика встретились, приравниваем эти координаты и после преобразований получаем время полета первого шарика до встречи $t = \left(\frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} \right) = 0,8 \text{ с}.$ Подставим это время в уравнение (1) и получим высоту $h = 6 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,64}{2} = 1,6 \text{ м}$	5 5 5 5
	Итого:	20

2 задача	 Две частицы массами m и $2m$ движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $2v$ и v. На частицы одновременно начинает действовать одинаковая сила. Определить величину и направление скорости частицы массы $2m$ в момент времени, когда скорость частицы массы m стала таковой, как показано пунктиром на рисунке (Ответ: $v\sqrt{5}$, $\arctg 0,5$)	Баллы
	 Обозначим время действия силы τ. Используем закон изменения импульса для первой частицы $F_x \tau = p_{2x} - p_{1x} = m 2v$ $F_y \tau = p_{2y} - p_{1y} = m 2v$ На вторую частицу действует та же сила в течение того же времени $F_x \tau = p_{2x} - p_{1x} = 2m v_x = m 2v \Rightarrow v_x = v$ $F_y \tau = p_{2y} - p_{1y} = 2m v_y - 2m \cdot v = m 2v \Rightarrow v_y = 2v$ Тогда скорость частицы массы $2m$ равна $v_2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v\sqrt{5}$ $\tg \alpha = \frac{v_x}{v_y} = 0,5 \Rightarrow \alpha = \arctg 0,5$	Рис - 3 3 3 3 3 3 2
	Итого:	20

3 задача	При пропускании тока силой $I_1 = 1,2A$ через проволоку, она нагрелась до $t_1 = 40^\circ C$, а при силе тока $I_2 = 3,6A$ - до $t_2 = 200^\circ C$. До какой температуры нагреется проволока при пропускании тока $I_3 = 7,2A$. Время пропускания тока одинаковое, считать, что сопротивление проволоки не зависит от температуры, теплоотдачей в окружающее пространство пренебречь. (Ответ: $740^\circ C$)	Баллы
	При пропускании тока в проводнике выделяется количество теплоты $Q = I^2 R \tau$, где τ - время. Если потери тепла отсутствуют, то оно идет на нагревание проводника, т.е. $Q = cm\Delta t$. Тогда $\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{1}{9} \Rightarrow t_0 = 20^\circ C$ $\frac{I_2^2}{I_3^2} = \frac{t_2 - t_0}{t_3 - t_0} = \frac{1}{4}$ Тогда $t_3 = 740^\circ C$	4 4 6 3 3
	Итого:	20

4 задача	 Маляр работает в подвесном кресле. С какой силой он должен тянуть за веревку, чтобы подниматься вверх с ускорением $a = \frac{g}{5}$? Чему равно давление маляра на кресло? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Масса маляра $m_1 = 76 \text{ кг}$, масса кресла $m_2 = 24 \text{ кг}$. (Ответ: 600Н, 312 Н)	Баллы
	 Рассмотрим силы, действующие на человека и на кресло (см. рисунок) По II закону Ньютона $N + T - m_1 g = m_1 a \quad (1)$ $T - N - m_2 g = m_2 a \quad (2)$ Складывая эти уравнения и подставляя значение ускорения, получим $2T - g(m_1 + m_2) = a(m_1 + m_2)$ $\Rightarrow T = \frac{(m_1 + m_2)6g}{10} = \frac{100 \cdot 6 \cdot 10}{10} = 600 \text{ Н}$ Сила, с которой маляр давит на кресло, по величине равна силе, с которой кресло действует на маляра, т.е. N. Из уравнения (1) $N = m_1(g + a) - T = 76(10 + 2) - 600 = 312 \text{ Н}$	Рис - 4 3 3 5 5
	Итого:	20

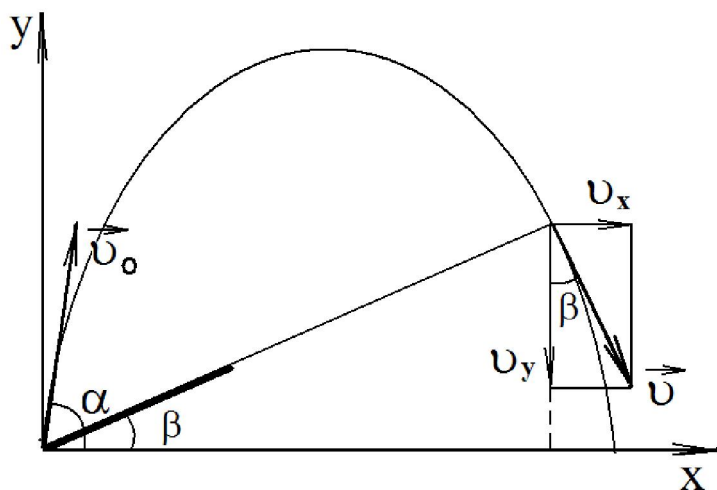
5 задача	Человек ростом $h = 1 \text{ м } 80 \text{ см}$ удаляется от уличного фонаря висящего на высоте $H = 8 \text{ м}$ со скоростью $v = 1 \text{ м/с}$. В некоторый момент времени длина тени человека была $\ell_1 = 1,8 \text{ м}$. Найти длину тени человека через $t = 2 \text{ с}$. (Ответ: 2,38 м)	Баллы
----------	---	-------

	 Из подобия треугольников $\frac{h}{l_1} = \frac{H}{l_1 + x} \quad (1)$ $\frac{h}{l_2} = \frac{H}{l_2 + x + vt} \quad (2)$ Из уравнения (1) получаем $x = \frac{l_1(H - h)}{h} = 6,2 \text{ м}$ Из уравнения (2) получаем $l_2 = \frac{(x + vt)h}{H - h} = 2,38 \text{ м}$	Рис - 4 4 4 4 4
	Итого:	20

10 класс, 1 вариант

1 задача. Тело брошено со скоростью $v_0 = 150 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3}$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания. Через какое время скорость тела будет перпендикулярна оси трубы? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. **(Ответ: 21 с)**

Из рисунка видно, что



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{y}{x} \quad (1)$$

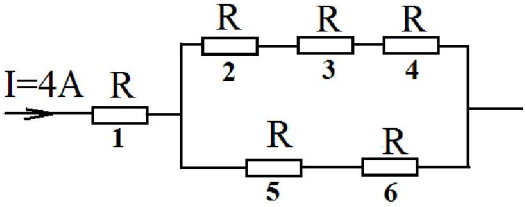
$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{8}{9}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{9} \quad (4)$$

Уравнения (2) и (3) ставим в (1) и получаем

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{|v_0 \sin \alpha - gt|} = \frac{v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}}{v_0 \cos \alpha t}. \quad (5)$$

3 задача	Несколько сопротивлений соединены так, как показано на схеме. При пропускании тока через некоторое время температура первого сопротивления возросла на $\Delta t_1 = 50^\circ \text{C}$. Как изменилась за это время температура второго сопротивления? (Ответ: $\Delta t_2 = 8^\circ \text{C}$)	Баллы
	 Через сопротивления 2,3,4 течет одинаковый ток $I_1 = \frac{2}{5}I = 1,6 \text{ A}$, а через 5,6 ток $I_2 = \frac{3}{5}I = 2,4 \text{ A}$. Тогда отношение выделившегося тепла $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I_1^2 R t}{I_2^2 R t} = \frac{cm\Delta t_1}{cm\Delta t_2}$ $\Delta t_2 = \frac{I_1^2 \Delta t_1}{I_2^2} = \frac{2,56 \cdot 50}{16} = 8^\circ \text{C}$	5 10 5
	Итого:	20

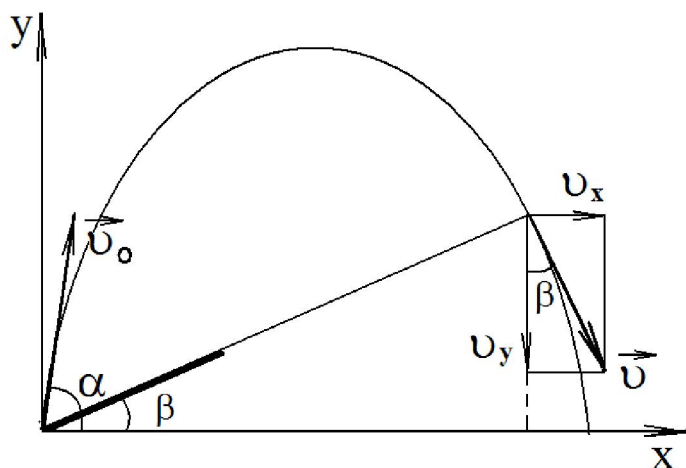
4 задача	В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находятся $m = 3 \text{ кг}$ воды при температуре $t = 20^\circ \text{C}$. Площадь поршня $S = 3 \text{ дм}^2$. При нагревании воде было сообщено $Q = 1017 \text{ кДж}$ тепла. На какую высоту h поднимается поршень? Изменением объема воды при нагревании, а также её тепловым расширением пренебречь. Атмосферное давление $P = 10^5 \text{ Па}$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$. (Ответ: 23 см)	Баллы
	Количество теплоты, необходимое на нагревание воды до температуры кипения равно $Q_1 = cm\Delta t = 3 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (100 - 20) = 1008 \cdot 10^3 \text{ Дж}$	

	Тогда масса испарившейся воды $m_1 = \frac{Q - Q_1}{r} = 3,98 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.	5
	Давление паров воды под поршнем будет равно атмосферному, т.к. поршень легкий, тогда для пара $\frac{m_1}{\mu} RT = PV$.	5
	Высота, на которую поднимется поршень $h = \frac{V}{S} = \frac{m_1 RT}{\mu PS} = 0,288(\text{м}) \approx 23 \text{ см}$	5
	Или в общем виде $h = \frac{Q - mc\Delta t}{r\mu PS} RT$	
	Итого:	20

5 задача	Небольшой шар массой $M = 1 \text{ кг}$ лежит на подставке в виде кольца. Снизу в шар попадает летящая вертикально пуля массой $m = 0,01 \text{ кг}$, пробивает его и поднимается на высоту $h = 20 \text{ м}$ над подставкой. На какую максимальную высоту H над подставкой поднимется шар, если скорость пули перед ударом о шар была равна $v = 100 \text{ м/с}$? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Ответ: 3,2 см)	Баллы
	По закону сохранения импульса $mv = mv_1 + Mv_2$. Скорость пули после удара найдем, зная высоту её подъёма $mgh = \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} = 20 \text{ м/с}$.	5
	Тогда скорость шара $v_2 = \frac{m(v - v_1)}{M} = 0,8 \text{ м/с}$.	5
	Высота подъёма шара $H = \frac{v_2^2}{2g} = 0,032 \text{ м} = 3,2 \text{ см}$	5
	Итого:	20

10 класс, 2 вариант

1 задача. Тело брошено со скоростью $v_0 = 150 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3}$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания. Через некоторое время скорость тела оказалась перпендикулярна оси трубы. Под каким углом к горизонту направлена в этот момент ось трубы? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Ответ: $\beta = \arctg 0,72$)



Из рисунка видно, что

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{y}{x} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{8}{9}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{9} \quad (4)$$

Уравнения (2) и (3) ставим в (1) и получаем

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha - gt} = \frac{v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}}{v_0 \cos \alpha t}. \quad (5)$$

После преобразований и подстановки (4) получаем $\frac{g^2 t^2}{2} - gt v_0 \sqrt{2} + v_0^2 = 0$

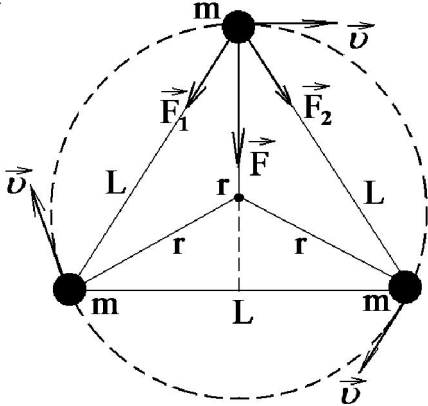
(6)

Решая это уравнение, получаем $t = 21$ с.

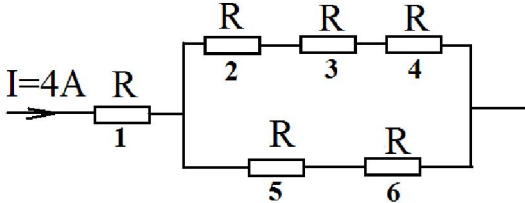
Из уравнения (1) получаем $\operatorname{tg} \beta = 0,73 \Rightarrow \beta = \operatorname{arctg} 0,72$

Критерии:

- 1) правильное выполнение рисунка - 3
- 2) наличие формулы (1) - 3
- 3) наличие формул (2) - 3
- 4) наличие формул (3) - 3
- 5) наличие формул (4) - 2
- 6) получено выражение (6) - 2
- 7) найдено время и угол - 4.

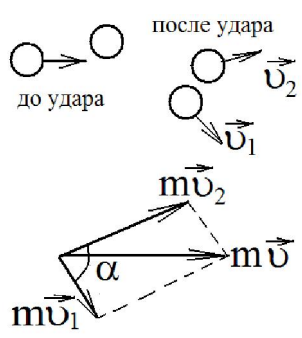
2 задача	Три звезды, удаленные от других небесных тел, массы m каждая сохраняют при своем движении конфигурацию равностороннего треугольника. Период вращения звезд вокруг центра масс системы T. Чему равна сторона треугольника? Гравитационная постоянная G. (Ответ: $L = \sqrt[3]{\frac{T^2 3Gm}{4\pi^2}}$)	Баллы
	Силы взаимодействия  $F_1 = F_2 = \frac{Gm^2}{L^2} \quad (1)$ Результирующая сила, действующая на звезду, направлена к центру окружности и равна $F = 2 \frac{Gm^2}{L^2} \cos 30^\circ = ma \quad (2)$ Радиус орбиты $r = \frac{2}{3}h$, где h – высота равностороннего треугольника $h = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \frac{L}{\sqrt{3}} \quad (3)$ Подставляя в (2) центростремительное ускорение получаем $2 \frac{Gm^2}{L^2} \cos 30^\circ = m \frac{v^2}{r} \quad \text{или} \quad 2 \frac{Gm^2}{L^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = m \frac{v^2 \sqrt{3}}{L}$ Скорость вращения $v = \sqrt{\frac{Gm}{L}}$. Период равен $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi L \sqrt{\frac{L}{3Gm}}$. Сторона треугольника $L = \sqrt[3]{\frac{T^2 3Gm}{4\pi^2}}$	Рис-3 3 3 3 3 3 2 Итого: 20

3 задача	Несколько сопротивлений соединены так, как показано на схеме. При пропускании тока через некоторое время температура первого сопротивления возросла на $\Delta t_1 = 50^\circ C$. Как изменилась за это время температура четвертого сопротивления? (Ответ: $\Delta t_2 = 8^\circ C$)	Баллы
----------	--	-------

	 Через сопротивления 2,3,4 течет одинаковый ток $I_1 = \frac{2}{5}I = 1,6A$, а через 5,6 ток $I_2 = \frac{3}{5}I = 2,4A$. Тогда отношение выделившегося тепла $\frac{Q_1}{Q_4} = \frac{I_1^2 R t}{I_1^2 R t} = \frac{cm\Delta t_1}{cm\Delta t_4}$ $\Delta t_4 = \frac{I_1^2 \Delta t_1}{I^2} = \frac{2,56 \cdot 50}{16} = 8^\circ C$	5 10 5
	Итого:	20

4 задача	В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находятся $m = 3,5$ кг воды при температуре $t = 20^\circ C$. При нагревании воде было сообщено $Q = 1185$ кДж тепла. На какую высоту поднимется поршень? Площадь поршня $S = 3$ дм². Изменением объема воды при нагревании, а также её тепловым расширением пренебречь. Атмосферное давление $P = 10^5$ Па. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot K}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{Дж}{кг}$, молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$. (Ответ: $h = 23$ см)	Баллы
	Количество теплоты, необходимое на нагревание воды до температуры кипения равно $Q_1 = cm\Delta t = 3,5 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (100 - 20) = 1176 \cdot 10^3 Дж$ Тогда масса испарившейся воды $m_1 = \frac{Q - Q_1}{r} = 3,98 \cdot 10^{-3}$ кг. Давление паров воды под поршнем будет равно атмосферному, т.к. поршень легкий, тогда для пара $\frac{m_1}{\mu} RT = PV$. Высота, на которую поднимется поршень	5 5 5

	$h = \frac{V}{S} = \frac{m_1 RT}{\mu PS} = 0,288(\text{м}) \approx 23\text{см}$ Или в общем виде $h = \frac{Q - mc\Delta t}{r\mu PS} RT$	5
	Итого:	20

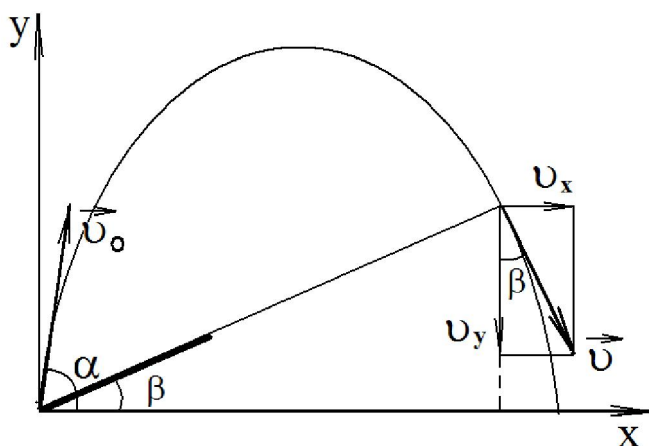
5 задача	Два одинаковых гладких шара массой $m = 0,2 \text{ кг}$ испытывают упругий нецентральный удар (скорости шаров не лежат на прямой, соединяющей их центры). Скорость первого шара $v = 10 \text{ м/с}$. Второй шар до столкновения покоился. Определить угол разлета шаров. Ответ аргументировать. (Ответ: 90°)	Баллы
	 По закону сохранения импульса $m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$ $(mv)^2 = (mv_1)^2 + (mv_2)^2 + 2m^2 v_1 v_2 \cos \alpha$ или $v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha$ (1) По закону сохранения энергии $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$ или $v^2 = v_1^2 + v_2^2$ (2). Выражения (1) и (2) совпадают при $\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$	Рис-5 5 5 5
	Итого:	20

10 класс, 3 вариант

1 задача. Тело брошено под углом $\alpha = \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3}$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания. Через $t = 2 \text{ с}$ скорость тела оказалась направлена перпендикулярно оси трубы.

С какой скоростью брошено тело? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Из рисунка видно, что $\operatorname{tg} \beta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{y}{x}$



$$(1) \quad \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (3) \quad \sin^2 \alpha = \frac{8}{9}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{9} \quad (4)$$

Уравнения (2) и (3) ставим в (1) и получаем

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{|v_0 \sin \alpha - gt|} = \frac{v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}}{v_0 \cos \alpha t}. \quad (5)$$

После преобразований и подстановки (4) получаем

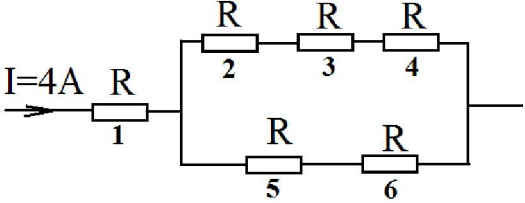
$$\frac{g^2 t^2}{2} - gt v_0 \sqrt{2} + v_0^2 = 0 \quad (6)$$

Решая это уравнение, получаем $v_0 = 150 \text{ м/с}$.

Критерии:

- 1) правильное выполнение рисунка - 3
- 2) наличие формулы (1) - 3
- 3) наличие формул (2) - 3
- 4) наличие формул (3) - 3
- 5) наличие формул (4) - 2
- 6) получено выражение (5) - 3
- 7) получен правильный ответ – 3.

2 задача	Три звезды, удаленные от других небесных тел, одинаковой массы сохраняют при своем движении конфигурацию равностороннего треугольника со стороной L. Период вращения звезд вокруг центра масс системы равен T. Определить массу этих звёзд. Гравитационная постоянная G. Ответ: $\left(m = \frac{4\pi^2 L^3}{3GT^2}\right)$	Баллы
	Силы взаимодействия $F_1 = F_2 = \frac{Gm^2}{L^2} \quad (1)$ Результирующая сила, действующая на звезду, направлена к центру окружности и равна $F = 2 \frac{Gm^2}{L^2} \cos 30^\circ = ma \quad (2)$ Радиус орбиты $r = \frac{2}{3}h$, где h – высота равностороннего треугольника равна $h = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \frac{L}{\sqrt{3}}$ (3) Подставляя в (2) центростремительное ускорение получаем $2 \frac{Gm^2}{L^2} \cos 30^\circ = m \frac{v^2}{r} \quad \text{или} \quad 2 \frac{Gm^2}{L^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = m \frac{v^2 \sqrt{3}}{L}$ Скорость вращения $v = \sqrt{\frac{Gm}{L}}$. Период равен $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi L \sqrt{\frac{L}{3Gm}}$. Масса каждой звезды $\left(m = \frac{4\pi^2 L^3}{3GT^2}\right)$	Рис-3 3 3 3 3 3 2
	Итого:	20

3 задача	Несколько сопротивлений соединены так, как показано на схеме. При пропускании тока через некоторое время температура первого сопротивления возросла на $\Delta t_1 = 50^\circ \text{C}$. Как изменилась за это время температура пятого сопротивления? (Ответ: $\Delta t_5 = 18^\circ \text{C}$)	Баллы
	 Через сопротивления 2,3,4 течет одинаковый ток $I_1 = \frac{2}{5} I = 1,6 \text{ A},$ а через 5,6 ток $I_2 = \frac{3}{5} I = 2,4 \text{ A}.$ Тогда отношение выделившегося тепла $\frac{Q_1}{Q_5} = \frac{I_1^2 R t}{I_2^2 R t} = \frac{cm \Delta t_1}{cm \Delta t_5}$ $\Delta t_5 = \frac{I_2^2 \Delta t_1}{I_1^2} = \frac{5,76 \cdot 50}{16} = 18^\circ \text{C}$	5 10 5
	Итого:	20

4 задача	В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находятся $m = 3,5 \text{ кг}$ воды при температуре $t = 20^\circ \text{C}$. При нагревании воде было сообщено $Q = 1185 \text{ кДж}$ тепла. В результате этого поршень поднимается на высоту $h = 23 \text{ см}$. Чему равна площадь поршня? Изменением объема воды при нагревании, а также её тепловым расширением пренебречь. Атмосферное давление $P = 10^5 \text{ Па}$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$. (Ответ: $S = 3 \text{ дм}^2$)	Баллы
	Количество теплоты, необходимое на нагревание воды до температуры кипения равно $Q_1 = cm \Delta t = 3 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (100 - 20) = 1008 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ Тогда масса испарившейся воды $m_1 = \frac{Q - Q_1}{r} = 3,98 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$. Давление паров воды под поршнем будет равно атмосферному, т.к.	5 5

	поршень легкий, тогда для пара $\frac{m_1}{\mu} RT = PV$.	5
	Площадь поршня $S = \frac{V}{h} = \frac{m_1 RT}{\mu Ph} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 3 \text{ см}^2$	5
	Или в общем виде $S = \frac{Q - mc\Delta t}{r\mu Ph} RT$	
	Итого:	20

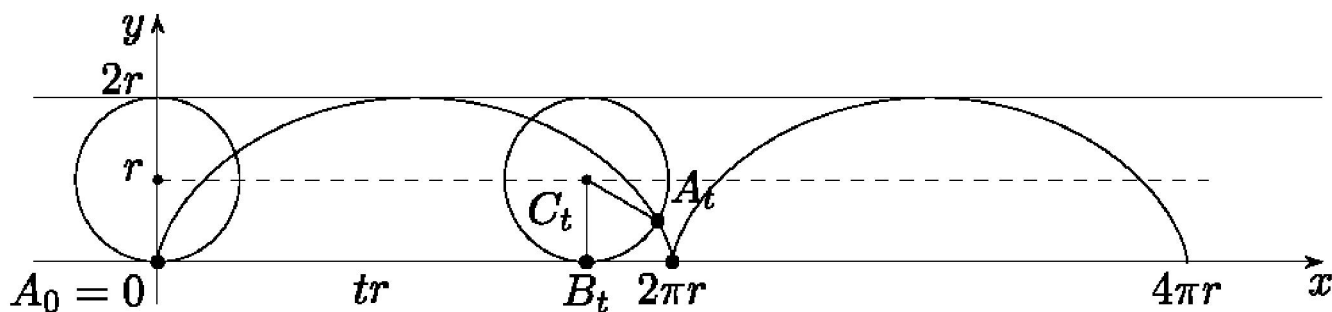
5 задача	Ядро, летящее горизонтально со скоростью $v = 20 \text{ м/с}$, на высоте 20 м разорвалось на два осколка массами $m_1 = 10 \text{ кг}$ и $m_2 = 5 \text{ кг}$. Скорость меньшего осколка после разрыва $v_2 = 90 \text{ м/с}$ и направлена так же, как и скорость ядра до разрыва. На каком расстоянии друг от друга осколки упадут на землю? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Ответ: 210 м)	Баллы
	Из закона сохранения импульса следует, что если скорость второго направлена так же, как и скорость ядра до разрыва, то скорость первого направлена по горизонтали в противоположную сторону. В проекции на ось X: $(m_1 + m_2)v = -m_1 v_1 + m_2 v_2$ Скорость первого осколка $v_1 = \frac{-(m_1 + m_2)v + m_2 v_2}{m_1} = 15 \text{ м/с}$ Определим время падения осколков $h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \text{ с}$ Так как скорость по оси X остается постоянной, то расстояние между точками падения осколков $S = (S_1 + S_2)t = 210 \text{ м}$	Рис-3 4 3 5 5
	Итого:	20

11 класс

Кинематика

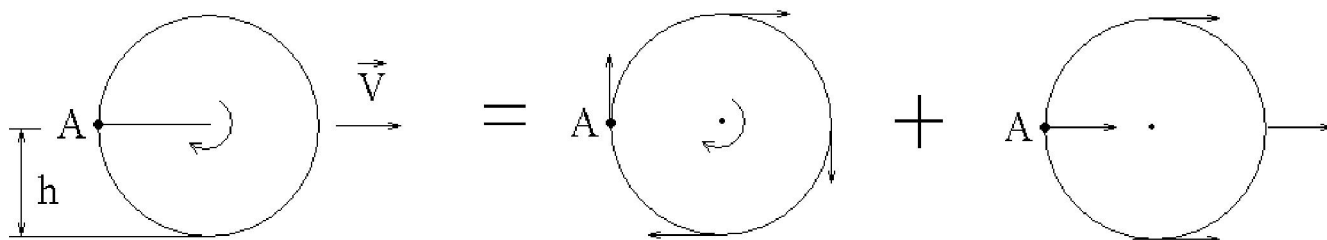
1.1. Рулетка (циклоида) является линией столь обычной, что после прямой и окружности нет более часто встречающейся линии; она так часто вычерчивается перед глазами каждого, что надо удивляться тому, как не рассмотрели ее древние, ибо это не что иное, как путь, описываемый в воздухе гвоздем колеса, когда оно катится своим движением с того момента, как гвоздь начал подниматься от земли, до того, когда непрерывное качение колеса не приводит его опять к земле после окончания целого оборота.

Паскаль



Колесо радиуса $r = 1$ м катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания со скоростью $V = 3,14$ м/с. В какой-то момент $t_0 = 0$ некоторая точка А на ободе колеса находится на высоте $h = r$ от земли и движется по циклоиде *вверх*. во сколько раз изменится скорость точки А относительно земли через $t = 0,5$ с?

Решение:



Движение колеса, катящегося без проскальзывания можно разложить на два независимых движения: вращательное относительно оси с угловой скоростью $\omega = \frac{V}{r}$ и поступательное со скоростью V .

В начальный момент точка А по условию находится на левом конце горизонтального диаметра (см.рис.). Векторно складывая скорости двух этих независимых движений точки, получим скорость относительно стола в начальный момент:

$$V_1 = \sqrt{V^2 + V^2} = V\sqrt{2}$$

За время $t = 0,5$ с колесо повернется на угол $\Delta\varphi = \omega t = \frac{V}{r} t = \frac{3,14 \cdot 0,5}{1} = \frac{\pi}{2}$, то есть на 90° , и точка А окажется в верхней точке колеса.

Аналогично просуммируем векторы скоростей независимых движений точки А в этот момент времени:

$$V_2 = 2V.$$

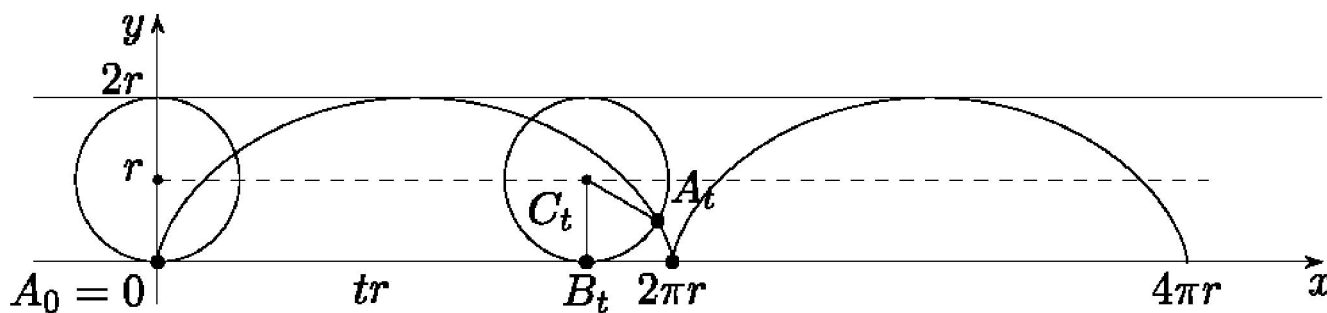
Таким образом, скорость увеличилась в $\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{2}$ раз

Ответ: в 1,41 раз увеличилась.

	Критерии оценки	Балл
1	Показано, что скорость точки А можно представить в виде двух слагаемых вращательной составляющей скорости и поступательного движения колеса как целого $\vec{V} = \vec{V}_{\text{вращ}} + \vec{V}_{\text{поступат}}$ Определена угловая скорость вращения колеса $\omega = \frac{V}{r} = \pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ (или вычислен период $T=2\text{сек}$)	5
2	Определена скорость точки А в начальный момент времени а) выполнен рисунок показывающий направление скорости точки А в начальный момент времени (1-4 баллов) б) определена скорость $V_1 = \sqrt{V^2 + V^2} = V\sqrt{2}$ (2 балла)	6
3	Определен угол, на который повернется колесо $\Delta\varphi = \omega \cdot t = 90^\circ$	2
4	Определено положение точки А скорость этой точки в момент времени $t = 0,5 \text{ с}$ а) выполнен рисунок показывающий направление скорости точки А в этот момент времени (1-4 баллов) б) определена скорость $V_2 = 2V$ (2 балла)	6
5	Дан ответ на вопрос задачи : скорость увеличилась в 1,41 раза	1

1.2. Рухляк (циклоида) является линией столь обычной, что после прямой и окружности нет более часто встречающейся линии; она так часто вычерчивается перед глазами каждого, что надо удивляться тому, как не рассмотрели ее древние, ибо это не что иное, как путь, описываемый в воздухе гвоздем колеса, когда оно катится своим движением с того момента, как гвоздь начал подниматься от земли, до того, когда непрерывное качение колеса не приводит его опять к земле после окончания целого оборота.

Паскаль

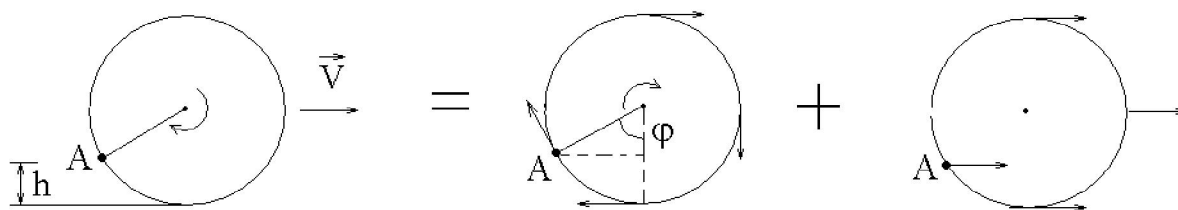


Колесо радиуса $r = 1 \text{ м}$ катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания со скоростью $V = 6,28 \text{ м/с}$.

В какой-то момент $t_0 = 0$ некоторая точка А на ободе колеса находится на высоте $h = \frac{r}{2}$ от земли и движется

по циклоиде *вверх*. во сколько раз изменится скорость точки А относительно земли через $t = \frac{1}{3} \text{ с}$?

Решение:



Движение колеса, катящегося без проскальзывания можно разложить на два независимых движения: вращательное относительно оси с угловой скоростью $\omega = \frac{V}{r}$ и поступательное со скоростью V .

В начальный момент радиус, проведенный к точке A составляет угол $\varphi = 60^\circ$ с вертикалью, так как $\cos = \frac{r-h}{r} = \frac{1}{2}$ (см.рис.). Складывая проекции скоростей двух этих независимых движений точки, получим скорость относительно стола в начальный момент:

$$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{(V - V\cos\varphi)^2 + (V\sin\varphi)^2} = V$$

За время $t = 0,5$ с колесо повернется на угол $\Delta\varphi = \omega t = \frac{V}{r}t = \frac{6,28}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2\pi}{3}$, то есть на 120° , и точка A окажется в верхней точке колеса.

Просуммируем векторы скоростей независимых движений точки A в этот момент времени:

$$V_2 = 2V. \quad \text{Таким образом, скорость увеличилась в } \frac{V_2}{V_1} = 2 \text{ раза}$$

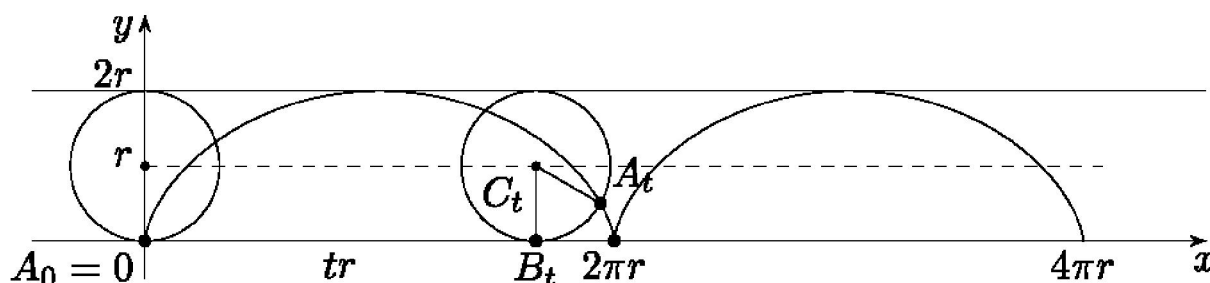
Ответ: увеличилась в 2 раза.

	Критерии оценки	Балл
1	Показано, что скорость точки A можно представить в виде двух слагаемых вращательной составляющей скорости и поступательного движения колеса как целого $\vec{V} = \vec{V}_{\text{вращ}} + \vec{V}_{\text{поступат}}$ Определена угловая скорость вращения колеса $\omega = \frac{V}{r} = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ (или вычислен период $T=1$ сек)	5
2	Определена скорость точки A в начальный момент времени а) выполнен рисунок показывающий направление скорости точки A в начальный момент времени (1-5 баллов) б) определена скорость относительно поверхности $V_1 = \sqrt{(V - V\cos(\varphi))^2 + (V\sin(\varphi))^2} = V$ (2 балла)	6
3	Определен угол, на который повернется колесо $\Delta\varphi = \omega \cdot t = 120^\circ$	2
4	Определено положение точки A скорость этой точки в момент времени $t = 1/3$ с а) выполнен рисунок показывающий направление скорости точки A в этот момент времени (1-4 баллов)	6

	б) определена скорость $V_2 = 2V$ (2 балла)	
5	Дан ответ на вопрос задачи : скорость увеличилась в 2 раза	1

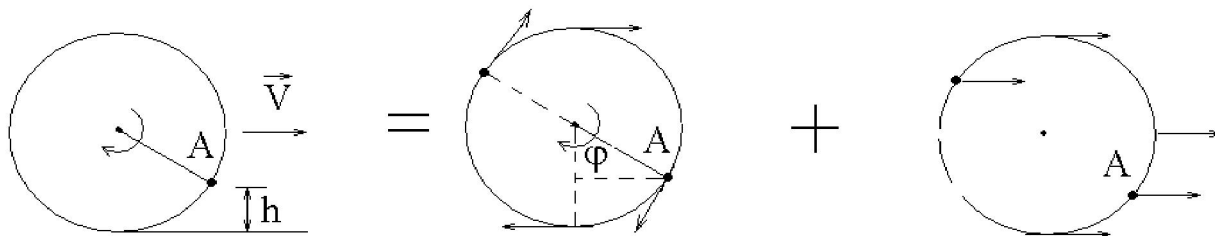
1.3. Рулетка (циклоида) является линией столь обычной, что после прямой и окружности нет более часто встречающейся линии; она так часто вычерчивается перед глазами каждого, что надо удивляться тому, как не рассмотрели ее древние, ибо это не что иное, как путь, описываемый в воздухе гвоздем колеса, когда оно катится своим движением с того момента, как гвоздь начал подниматься от земли, до того, когда непрерывное качение колеса не приводит его опять к земле после окончания целого оборота.

Паскаль



Колесо радиуса $r = 2$ м катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания со скоростью $V = 1,57$ м/с. В какой-то момент $t_0 = 0$ некоторая точка А на ободу колеса находится на высоте $h = 1$ м от земли и движется по циклоиде вниз. Во сколько раз изменится скорость точки А относительно земли через $t = 4$ с?

Решение:



Движение колеса, катящегося без проскальзывания можно разложить на два независимых движения: вращательное относительно оси с угловой скоростью $\omega = \frac{V}{r}$ и поступательное со скоростью V .

В начальный момент радиус, проведенный к точке А составляет угол $\varphi = 60^\circ$, так как

$\cos = \frac{r-h}{r} = \frac{1}{2}$ (см.рис.). Складывая проекции скоростей двух этих независимых движений точки, получим скорость относительно стола в начальный момент:

$$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{(V - V\cos\varphi)^2 + (V\sin\varphi)^2} = V$$

За время $t = 4$ с колесо повернется на угол $\Delta\varphi = \omega t = \frac{V}{r}t = \frac{1,57}{2} \cdot 4 = 3,14 = \pi$, то есть на 180° , и точка А окажется в диаметрально противоположной точке колеса.

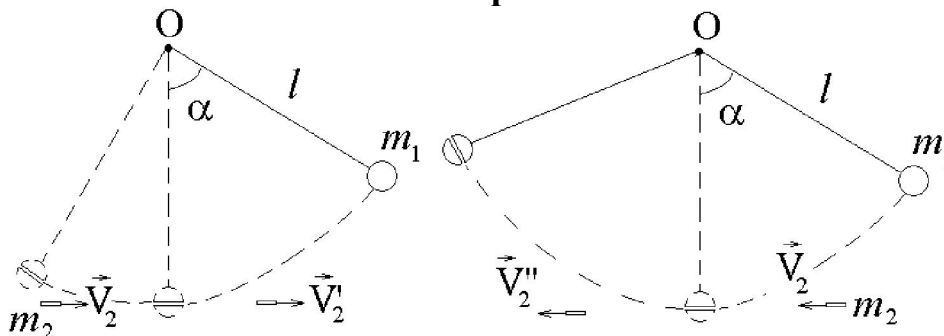
Складывая проекции скоростей двух независимых движений точки, получим скорость относительно стола в момент $t = 4$ с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \sqrt{(V + V\cos\varphi)^2 + (V\sin\varphi)^2} = V \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = V\sqrt{3}$$

Ответ: увеличится в $\sqrt{3}$ раз

	Критерии оценки	Балл
1	Показано, что скорость точки А можно представить в виде двух составляющих вращательной составляющей скорости и поступательного движения колеса как целого $\vec{V} = \vec{V}_{\text{вращ}} + \vec{V}_{\text{поступат}}$ Определена угловая скорость вращения колеса $\omega = \frac{V}{r} = 0,25\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ (или вычислен период $T=8\text{сек}$)	5
2	Определена скорость точки А в начальный момент времени а) выполнен рисунок показывающий направление скорости точки А в начальный момент времени (1-5 баллов) б) определена скорость относительно поверхности $V_1 = \sqrt{(V - V \cos(\varphi))^2 + (V \sin(\varphi))^2} = V$ (2 балла)	6
3	Определен угол, на который повернется колесо $\Delta\varphi = \omega \cdot t = 180^\circ$	2
4	Определено положение точки А скорость этой точки в момент времени $t = 0,5 \text{ с}$ а) выполнен рисунок показывающий направление скорости точки А в этот момент времени (1-4 баллов) б) определена скорость $V_1 = \sqrt{(V + V \cos(\varphi))^2 + (V \sin(\varphi))^2} = V\sqrt{3}$ (2 балла)	6
5	Дан ответ на вопрос задачи: скорость увеличилась в $\sqrt{3}$ раз	1

Законы сохранения



2.1 Два шара массой $m_1 = 1 \text{ кг}$ каждый, подвешенные на нитях длиной $l = 90 \text{ см}$, отводят от положения равновесия на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпускают. В момент прохождения шарами положения равновесия в них попадают пули массами $m_2 = 10 \text{ г}$ каждая – одна, летящая навстречу шару со скоростью $V_2 = 300 \text{ м/с}$, а вторая, летящая с такой же скоростью, но догоняя шар. Они пробивают эти шары и вылетают горизонтально со скоростями первая $V_2' = 200 \text{ м/с}$, а вторая с некоторой скоростью V_2'' , после чего шары продолжают движение в прежнем направлении, поднимаясь на некоторую высоту h_1 и h_2 . Во сколько раз высота подъема h_2 больше h_1 , если потери энергии на тепло при столкновении шаров с пулями были одинаковыми? Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение:

Найдем скорость шаров в положении равновесия (из закона сохранения энергии):

$$m_1 gl(1 - \cos \alpha) = \frac{m_1 V_1^2}{2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9 \cdot (1 - 0,5)} = 3 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения импульса найдем скорость первого шара после встречи с пулей:

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = m_1 V_1' - m_2 V_2' \Rightarrow V_1' = \frac{m_1 V_1 - m_2 V_2 + m_2 V_2'}{m_1} = \frac{1 \cdot 3 - 0,01 \cdot 300 + 0,01 \cdot 200}{1} = 2 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения энергии найдем высоту подъема шара h_1

$$\frac{m_1 V_1'^2}{2} = m_1 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1'^2}{2g} = \frac{2^2}{20} = 0,2 \text{ м}$$

При пробивании шара часть энергии шара и пули перешла в тепло

$$Q = \left(\frac{m_1 V_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2} \right) - \left(\frac{m_1 V_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2} \right) =$$

$$= \left(\frac{1 \cdot 3^2}{2} + \frac{0,01 \cdot 300^2}{2} \right) - \left(\frac{1 \cdot 2^2}{2} + \frac{0,01 \cdot 200^2}{2} \right) = 454,5 - 202 = 252,5 \text{ Дж}$$

При пробивании второго шара выделится столько же тепла

$$Q = \left(\frac{m_1 V_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2} \right) - \left(\frac{m_1 V_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2} \right) = 454,5 - \left(\frac{1 \cdot V_1'^2}{2} + \frac{0,01 \cdot V_2'^2}{2} \right) = 252,5 \text{ Дж}$$

$$\Rightarrow V_1'^2 + 0,01 \cdot V_2'^2 = 2 \cdot (454,5 - 252,5) = 404 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

Из закона сохранения импульса

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 V_1' + m_2 V_2' \Rightarrow V_2' = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2 - m_1 V_1'}{m_2} = \frac{1 \cdot 3 + 0,01 \cdot 300 - 1 \cdot V_1'}{0,01} = 600 - 100 V_1'$$

Подставим это выражение в предыдущее уравнение и найдем V_1'

$$V_1'^2 + 0,01 \cdot (600 - 100 V_1')^2 = 404 \text{ м}^2/\text{с}^2 \Rightarrow V_1'^2 + 3600 - 1200 V_1' + 100 V_1'^2 = 404$$

$$101 V_1'^2 - 1200 V_1' + 3196 = 0 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1200^2 - 4 \cdot 101 \cdot 3196} = \sqrt{148816} = 385,8 \text{ м/с}$$

$$V_1' = \frac{1200 - 385,8}{202} = 4,03 \text{ м/с} . \text{ Второе решение } V_1' = \frac{1200 + 385,8}{202} = 7,85 \text{ м/с} \text{ не подходит, так как в этом}$$

случае скорость пули $V_2' = 600 - 100 V_1' = -185 \text{ м/с}$ будет отрицательной, что не удовлетворяет условию движения пули в том же направлении, что и до попадания в шар.

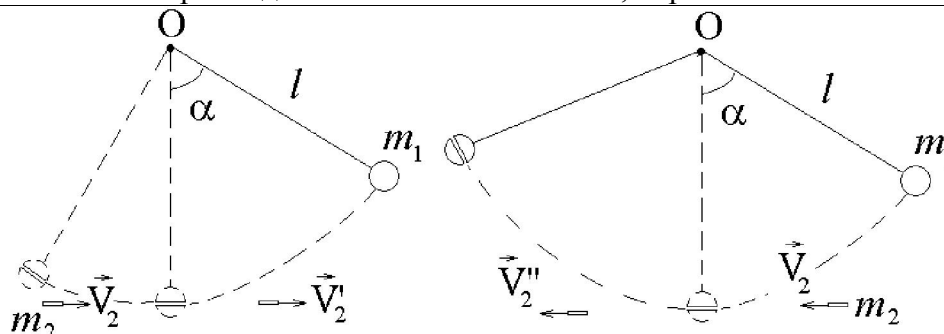
По закону сохранения энергии найдем h_2 :

$$\frac{m_1 V_1'^2}{2} = m_1 g h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{V_1'^2}{2g} = \frac{4,03^2}{20} = 0,812 \text{ м}$$

Ответ: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{0,812}{0,2} = 4,06 \text{ раз}$

	Критерии оценки	Балл
1	Записан закон сохранения энергии для определения скорости шаров в нижнем положении $\vec{V}_1' = 3 \text{ м/с}$	2
2	Для первого шара записан закон сохранения импульса, определена его скорость после столкновения $\vec{V}_1' = 2 \text{ м/с}$	2
3	Определена энергия, перешедшая в тепло (252,5 Дж)	2
4	Для первого шара записан закон сохранения энергии для определения высоты h_1	2
5	Найдена высота h_1 (0,2) на которую поднимется шар после столкновения с пулей	3
6	Для второго шара записан закон сохранения импульса	2
7	Для второго шара записан закон сохранения энергии для определения высоты h_2	2
8	Найдена высота h_2 (0,812м) на которую поднимется шар после столкно-	3

	вения с пулей	
9	Дан ответ на вопрос задачи – отношение высот 4,06 раз	2



2.2 Два шара массой $m_1 = 1$ кг каждый, подвешенные на нитях длиной $l = 90$ см, отводят от положения равновесия на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпускают. В момент прохождения шарами положения равновесия в них попадают пули массами $m_2 = 10$ г каждая – одна, летящая навстречу шару со скоростью $V_2 = 400$ м/с, а вторая, летящая с такой же скоростью, но догоняя шар. Они пробивают эти шары и вылетают горизонтально со скоростями первая $V_2' = 300$ м/с, а вторая с некоторой скоростью V_2'' , после чего шары продолжают движение в прежнем направлении, а их нити отклоняются на некоторые углы β_1 и β_2 от вертикали. На сколько градусов больше отклонится нить второго шара от вертикали, если потери энергии на тепло при столкновении шаров с пулями были одинаковыми? Принять $g = 10$ м/с².

Решение:

Найдем скорость шаров в положении равновесия (из закона сохранения энергии):

$$m_1 gl(1 - \cos \alpha) = \frac{m_1 V_1^2}{2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9 \cdot (1 - 0,5)} = 3 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения импульса найдем скорость первого шара после встречи с пулей:

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = m_1 V_1' - m_2 V_2' \Rightarrow V_1' = \frac{m_1 V_1 - m_2 V_2 + m_2 V_2'}{m_1} = \frac{1 \cdot 3 - 0,01 \cdot 400 + 0,01 \cdot 300}{1} = 2 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения энергии найдем высоту подъема шара h_1

$$\frac{m_1 V_1'^2}{2} = m_1 gh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1'^2}{2g} = \frac{2^2}{20} = 0,2 \text{ м} \quad \cos \beta = \frac{l - h_1}{l} = \frac{0,9 - 0,2}{0,9} = 0,778 \Rightarrow \beta_1 = 38,9^\circ$$

При пробивании шара часть энергии шара и пули перешла в тепло

$$Q = \left(\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} \right) - \left(\frac{m_1 V_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2} \right) =$$

$$= \left(\frac{1 \cdot 3^2}{2} + \frac{0,01 \cdot 400^2}{2} \right) - \left(\frac{1 \cdot 2^2}{2} + \frac{0,01 \cdot 300^2}{2} \right) = 804,5 - 450 = 354,5 \text{ Дж}$$

При пробивании второго шара выделится столько же тепла

$$Q = \left(\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} \right) - \left(\frac{m_1 V_1''^2}{2} + \frac{m_2 V_2''^2}{2} \right) = 804,5 - \left(\frac{1 \cdot V_1''^2}{2} + \frac{0,01 \cdot V_2''^2}{2} \right) = 354,5 \text{ Дж}$$

$$\Rightarrow V_1''^2 + 0,01 \cdot V_2''^2 = 2 \cdot (804,5 - 354,5) = 900 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

Из закона сохранения импульса

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 V_1'' + m_2 V_2'' \Rightarrow V_2'' = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2 - m_1 V_1''}{m_2} = \frac{1 \cdot 3 + 0,01 \cdot 400 - 1 \cdot V_1''}{0,01} = 700 - 100 V_1''$$

Подставим это выражение в предыдущее уравнение и найдем V_1''

$$V_1'^2 + 0,01 \cdot (700 - 100V_1'')^2 = 900 \text{ м}^2/\text{с}^2 \Rightarrow V_1'^2 + 4900 - 1400V_1'' + 100V_1''^2 = 900$$

$$101V_1''^2 - 1400V_1'' + 4000 = 0 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1400^2 - 4 \cdot 101 \cdot 4000} = \sqrt{344000} = 586,5 \text{ м/с}$$

$$V_1'' = \frac{1400 - 3586,5}{202} = 4,03 \text{ м/с}. \text{ Второе решение } V_1'' = \frac{1400 + 586,5}{202} = 9,83 \text{ м/с} \text{ не подходит, так как в}$$

этом случае скорость пули $V_2'' = 700 - 100V_1'' = -283 \text{ м/с}$ будет отрицательной, что не удовлетворяет условию движения пули в том же направлении, что и до попадания в шар.

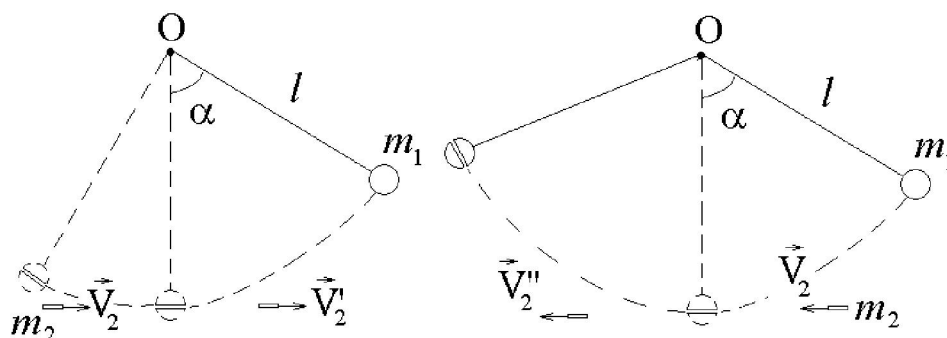
По закону сохранения энергии найдем h_2 :

$$\frac{m_1 V_1''^2}{2} = m_1 g h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{V_1''^2}{2g} = \frac{4,03^2}{20} = 0,812 \text{ м}$$

$$\cos \beta_2 = \frac{l - h_2}{l} = \frac{0,9 - 0,812}{0,9} = 0,0978 \Rightarrow \beta_2 = 84,4^\circ$$

Ответ: $\beta_2 - \beta_1 = 84,4 - 38,9 = 45,5^\circ$

	Критерии оценки	Балл
1	Записан закон сохранения энергии для определения скорости шаров в нижнем положении $\vec{V}_1' = 3 \text{ м/с}$	2
2	Для первого шара записан закон сохранения импульса, определена его скорость после столкновения $\vec{V}_1'' = 2 \text{ м/с}$	2
3	Определена энергия, перешедшая в тепло (354,5 Дж)	2
4	Для первого шара записан закон сохранения энергии для определения высоты h_1	2
5	Найдена высота h_1 (0,2) на которую поднимется шар после столкновения с пулей Определен угол отклонения первого шара после столкновения $\cos \beta = 0,778 (\beta = 38,9^\circ)$	3
6	Для второго шара записан закон сохранения импульса	2
7	Для второго шара записан закон сохранения энергии для определения высоты h_2	2
8	Найдена высота h_2 (0,812 м) на которую поднимется шар после столкновения с пулей. Определен угол отклонения второго шара после столкновения $\cos \beta = 0,0978 (\beta = 84,4^\circ)$	3
9	Дан ответ на вопрос задачи – разность углов $45,5^\circ$	2



2.3 Два шара массой $m_1 = 1$ кг каждый, подвешенные на легких нерастяжимых стержнях длиной $l = 90$ см, отводят от положения равновесия на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпускают. В момент прохождения шарами положения равновесия в них попадают пули массами $m_2 = 10$ г каждая – одна, летящая навстречу шару со скоростью $V_2 = 500$ м/с, а вторая, летящая с такой же скоростью, но догоняя шар. Они пробивают эти шары и вылетают горизонтально со скоростями первая $V_2' = 300$ м/с, а вторая с некоторой скоростью V_2'' , после чего шары продолжают движение в прежнем направлении, поднимаясь на некоторую высоту h_1 и h_2 . Во сколько раз высота подъема h_2 больше h_1 , если в обоих случаях считать одинаковыми время взаимодействия и среднюю силу взаимодействия между пулей и шарами? Принять $g = 10$ м/с².

Решение:

Найдем скорость шаров в положении равновесия (из закона сохранения энергии):

$$m_1 gl(1 - \cos \alpha) = \frac{m_1 V_1^2}{2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9 \cdot (1 - 0,5)} = 3 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения импульса найдем скорость первого шара после встречи с пулей:

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = m_1 V_1' - m_2 V_2' \Rightarrow V_1' = \frac{m_1 V_1 - m_2 V_2 + m_2 V_2'}{m_1} = \frac{1 \cdot 3 - 0,01 \cdot 500 + 0,01 \cdot 300}{1} = 1 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения энергии найдем высоту подъема шара h_1

$$\frac{m_1 V_1'^2}{2} = m_1 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1'^2}{2g} = \frac{1^2}{20} = 0,05 \text{ м}$$

Импульс силы, уменьшающий импульс первого шара равен $|\Delta \vec{p}| = F_{cp} \cdot \Delta t = |m_1 V_1' - m_1 V_1| = 2 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$

Если средняя сила и время удара во втором случае такие же, то и импульс силы будет такой же, но теперь он будет увеличивать импульс второго шара, т.е.

$m_1 V_1'' = m_1 V_1 + |\Delta \vec{p}| = 5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Таким образом, после удара второй шар приобретет скорость 5 м/с и подни-

мется на высоту $h_2 = \frac{V_1''^2}{2g} = \frac{5^2}{20} = 1,25 \text{ м}$

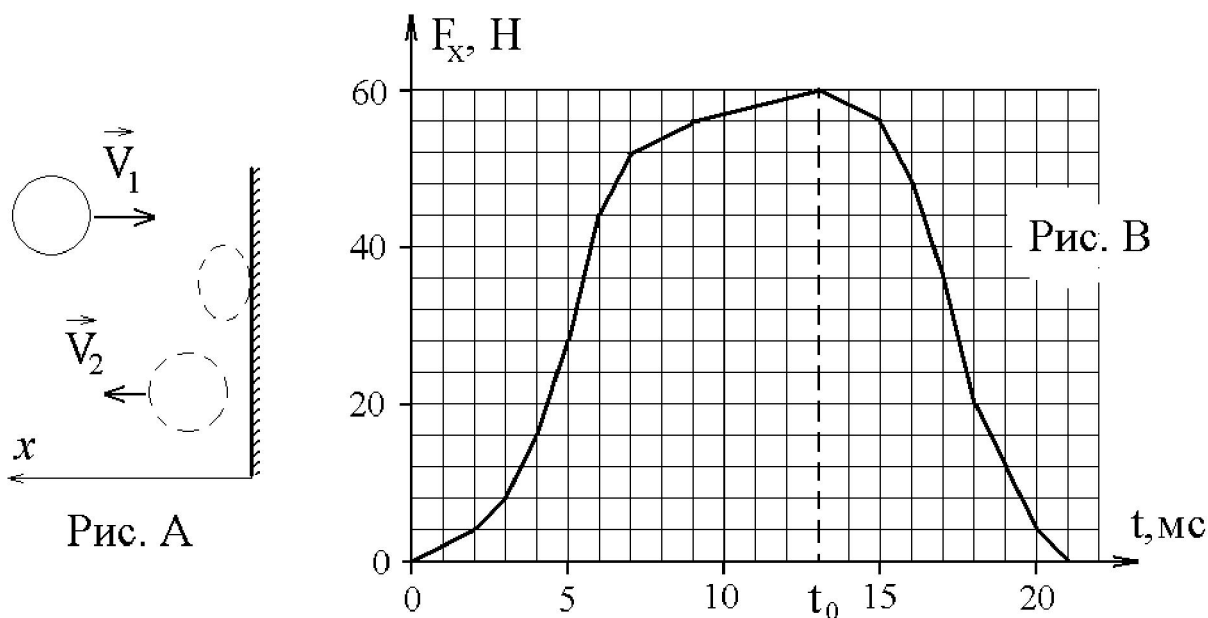
Ответ $\frac{h_2}{h_1} = \frac{1,25}{0,05} = 25$ раз

	Критерии оценки	Балл
1	Записан закон сохранения энергии для определения скорости шаров в нижнем положении $\vec{V}_1 = 3 \text{ м/с}$	2
2	Для первого шара записан закон сохранения импульса, определена его скорость после столкновения $\vec{V}_1' = 1 \text{ м/с}$	2
3	Показано, что, так как время удара и средняя сила изменяющая импульс в двух случаях одинаковы, изменение импульса шаров будет одинаковым и равно $2 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$	2
4	Для первого шара записан закон сохранения энергии для определения высоты h_1	2
5	Найдена высота h_1 (0,05) на которую поднимется шар после столкновения с пулей	3

6	Для второго шара найден импульс после столкновения с пулей $5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ и найдена его скорость 5 м/с	2
7	Для второго шара записан закон сохранения энергии для определения высоты h_2	2
8	Найдена высота h_2 (1,25 м) на которую поднимется шар после столкновения с пулей	3
9	Дан ответ на вопрос задачи – отношение высот 25 раз	2

2.4. По горизонтальной гладкой плоскости перпендикулярно к вертикальной стене движется шайба массы $m = 100 \text{ г}$ с некоторой скоростью V_1 (см. рис. А). После неупругого удара о стенку шайба отскочила со скоростью V_2 . На рисунке В приведен график зависимости проекции на ось x силы давления стенки на шайбу. Используя график на рис. В, найдите

- 1) во сколько раз изменилась скорость шайбы при ударе;
- 2) тепло, выделившееся при ударе шайбы о стенку. Ответ дать в миллиджоулях, округлив до целых



Решение:

Чем больше деформация шайбы, тем больше сила давления, следовательно, в момент времени $t_0 = 13 \text{ мс}$ шайба была деформирована максимально, то есть приблизилась к стене максимально и остановилась.

Используем понятие импульса силы $\Delta p_x = \sum F_x \cdot \Delta t$, разбив интервал времени взаимодействия на очень малые промежутки времени Δt . Но $\sum F_x \cdot \Delta t$ есть площадь под графиком $F_x(t)$.

Найдем площади под графиком в интервале от 0 до $t_0 = 13 \text{ мс}$ и от t_0 до 21 мс.

$S_1 = 0,468 \text{ Н} \cdot \text{с}$; $S_2 = 0,264 \text{ Н} \cdot \text{с}$. С другой стороны эти площади равны изменению проекции импульсов на этих интервалах времени:

$\Delta p_{x1} = 0 - (-mV_1) = p_1$; $\Delta p_{x2} = mV_2 - 0 = p_2$ Отсюда можно найти начальную и конечную скорости шайбы:

$$V_1 = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{468}{10} = 46,8 \text{ м/с}; \quad V_2 = \frac{\Delta p_{x2}}{m} = \frac{264}{10} = 26,4 \text{ м/с}$$

Тепло, выделившееся при ударе равно

$$Q = \frac{p_1^2}{2m} - \frac{p_2^2}{2m} = \frac{0,468^2}{2 \cdot 0,1} - \frac{0,264^2}{2 \cdot 0,1} = 0,7466 \text{ Дж} \approx 747 \text{ мДж}$$

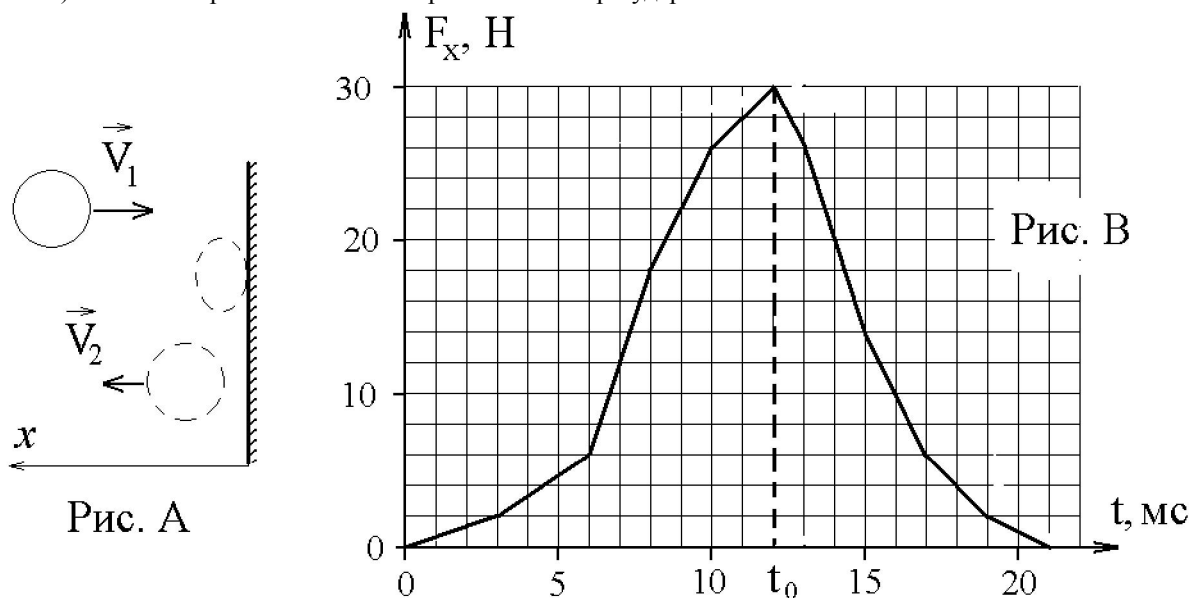
Скорость уменьшилась в $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{0,468}{0,264} \approx 1,8$ раза

	Критерии оценки	Балл
1	Показано: Чем больше деформация шайбы, тем больше сила давления, следовательно, в момент времени $t_0 = 13$ мс шайба была деформирована максимально, то есть приблизилась к стене максимально и остановилась.	2
2	Из второго закона Ньютона получено выражение для изменения импульса $\Delta p_x = F_x \cdot \Delta t$	2
3	Так как сила переменная, за равные промежутки времени импульс меняется не равномерно и суммарное изменение импульса $\Delta p_x = \sum F_x \cdot \Delta t$, а $\sum F_x \cdot \Delta t$ есть площадь под графиком $F_x(t)$	4
4	Найдены площади под графиком в интервале от 0 до $t_0 = 13$ мс и от t_0 до 21 мс. $S_1 = 0,468$ Н·с; $S_2 = 0,264$ Н·с.	4
5	Найдены конечная и начальная скорость $V_1 = \frac{\Delta p_1}{m} = \frac{S_1}{m} = 46,8 \text{ м/с}$; $V_2 = \frac{\Delta p_2}{m} = \frac{S_2}{m} = 26,4 \text{ м/с}$	4
6	Тепло выделившееся при ударе: $Q = \frac{p_1^2}{m} - \frac{p_2^2}{m} = \frac{S_1^2 - S_2^2}{m}$	2
7	Дан ответ на вопрос задачи – скорость уменьшилась в 1,8 раза	1
8	Дан ответ на вопрос задачи – тепло выделившееся при ударе $Q = 747$ мДж	1

2.5. По горизонтальной гладкой плоскости перпендикулярно к вертикальной стене движется шайба массы m с некоторой скоростью V_1 (см. рис.А). После неупругого удара о стенку шайба отскочила со скоростью V_2 . На рисунке В приведен график зависимости проекции на ось x силы давления стенки на шайбу. Используя график на рис.В, найдите

1) массу шайбы, если тепло выделившееся при ударе шайбы о стенку равно $Q = 8$ мДж. Ответ дать в граммах, округлив до целых.

2) Во сколько раз изменилась скорость шайбы при ударе?



Решение:

Чем больше деформация шайбы, тем больше сила давления, следовательно, в момент времени $t_0 = 12$ мс шайба была деформирована максимально, то есть приблизилась к стене максимально и остановилась.

Используем понятие импульса силы $\Delta p_x = \sum F_x \cdot \Delta t$, разбив интервал времени взаимодействия на очень малые промежутки времени Δt . Но $\sum F_x \cdot \Delta t$ есть площадь под графиком $F_x(t)$.

Найдем площади под графиком в интервале от 0 до $t_0=12$ мс и от t_0 до 21 мс.

$S_1 = 0,139$ Н·с; $S_2 = 0,098$ Н·с. С другой стороны эти площади равны изменению проекции импульсов на этих интервалах времени:

$$\Delta p_{x1} = 0 - (-mV_1) = mV_1 = p_1; \Delta p_{x2} = mV_2 - 0 = mV_2 = p_2.$$

Тепло, выделившееся при ударе равно $Q = \frac{p_1^2}{2m} - \frac{p_2^2}{2m}$, откуда можно найти массу шайбы:

$$m = \frac{p_1^2 - p_2^2}{2Q} = \frac{0,139^2 - 0,098^2}{2 \cdot 0,008} = 0,6073 \text{ кг} \approx 607 \text{ г}$$

Скорость шайбы уменьшилась в $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{0,139}{0,098} \approx 1,4$ раза

	Критерии оценки	Балл
1	Показано: <i>Чем больше деформация шайбы, тем больше сила давления, следовательно, в момент времени $t_0 = 12$ мс шайба была деформирована максимально, то есть приблизилась к стене максимально и остановилась.</i>	2
2	Из второго закона Ньютона получено выражение для изменения импульса $\Delta p_x = F_x \cdot \Delta t$	2
3	Так как сила переменная, за равные промежутки времени импульс меняется не равномерно и суммарное изменение импульса $\Delta p_x = \sum F_x \cdot \Delta t$, а $\sum F_x \cdot \Delta t$ есть площадь под графиком $F_x(t)$	4
4	Найдены площади под графиком в интервале от 0 до $t_0=13$ мс и от t_0 до 21 мс. $S_1 = 0,139$ Н·с; $S_2 = 0,098$ Н·с.	4
	Тепло выделившееся при ударе: $Q = \frac{p_1^2}{2m} - \frac{p_2^2}{2m} = \frac{S_1^2 - S_2^2}{2m}$ следовательно, масса $m = \frac{2Q}{S_1^2 - S_2^2} = 0.607 \text{ кг}$	4
5	Найдены конечный и начальный импульс: $\Delta p_1 = S_1 = 0 - (-p_1) = p_1$, $\Delta p_2 = S_2 = p_2 - 0 = p_2$, получено соотношение скоростей $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{S_2}{S_1}$	2
6	Дан ответ на вопрос задачи – скорость уменьшилась в 1,4 раза	1
7	Дан ответ на вопрос задачи – масса шайбы 607 г	1

2.6. По горизонтальной гладкой плоскости движутся навстречу друг другу очень массивная плита со скоростью $U = 0,3$ м/с и перпендикулярно к поверхности плиты шайба массы $m = 0,5$ кг с некоторой скоростью V_1 (см. рис.А). После неупругого удара о плиту шайба отскочила со скоростью V_2 . На рисунке В приведен график зависимости проекции на ось x силы давления плиты на шайбу. Используя график на рис.В, найдите

- 1) работу, совершенную плитой над шайбой;
- 2) тепло, выделившееся при ударе. Ответ дать мДж, округлив до целых.
- 3) во сколько раз изменилась скорость шайбы при ударе о плиту?

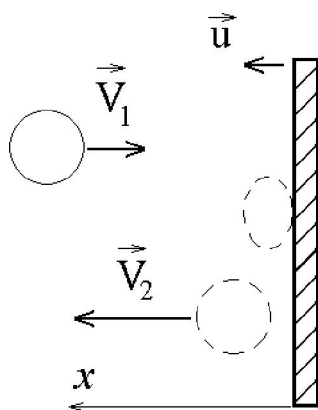
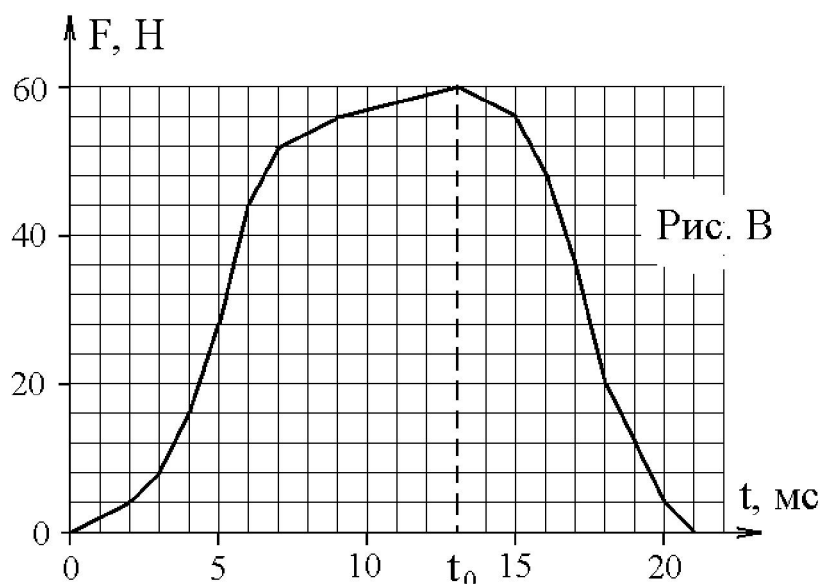


Рис. А



Решение:

Чем больше деформация шайбы, тем больше сила давления, следовательно, в момент времени $t_0 = 13$ мс шайба была деформирована максимально, то есть приблизилась к плите максимально и остановилась относительно плиты.

Перейдем в инерциальную систему отсчета, связанную с плитой, изменением скорости которой можно пренебречь из-за массивности плиты. В этой системе отсчета скорость приближения шайбы к плите будет равна $V_1 + u$, а скорость удаления от плиты $V_2 - u$. Кроме того в любой инерциальной системе координат график зависимости силы от времени будет такой же.

Используем понятие импульса силы $\Delta p_x = \sum F_x \cdot \Delta t$, разбив интервал времени взаимодействия на очень малые промежутки времени Δt . Но $\sum F_x \cdot \Delta t$ есть площадь под графиком $F_x(t)$.

Найдем площади под графиком в интервале от 0 до $t_0 = 13$ мс и от t_0 до 21 мс.

$S_1 = 0,468$ Н·с; $S_2 = 0,264$ Н·с.

С другой стороны эти площади равны изменению проекции импульсов на этих интервалах времени в инерциальной системе отсчета:

$$\Delta p'_{1x} = 0 - (-p'_{1x}) = p'_{1x} = m(V_1 + u) \quad \Delta p'_{2x} = p'_{2x} - 0 = p'_{2x} = m(V_2 - u)$$

В системе отсчета, где плита покоится, она не совершает работу. Тепло, выделившееся при этом

$$Q = \frac{p_1'^2}{2m} - \frac{p_2'^2}{2m} = \frac{0,468^2}{2 \cdot 0,5} - \frac{0,264^2}{2 \cdot 0,5} \approx 0,149 \text{ Дж}$$

В системе отсчета, связанной с неподвижным полом, сила давления на шайбу совершает над ней работу, равную: $A = \sum F_x \Delta x = \sum F_x \cdot u \Delta t = u \sum F_x \Delta t = u(S_1 + S_2) = 0,3 \cdot (0,468 + 0,264) = 0,2196 \text{ Дж} \approx 220 \text{ мДж}$

$$\text{Скорость шайбы до удара } V_1 = \frac{p_1'}{m} - u = \frac{0,468}{0,5} - 0,3 = 0,636 \text{ м/с}$$

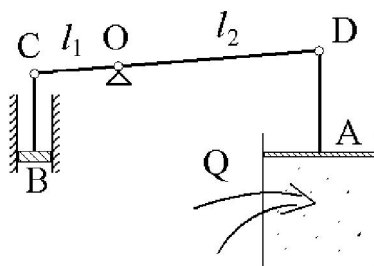
$$\text{Скорость шайбы после удара } V_2 = \frac{p_2'}{m} + u = \frac{0,264}{0,5} + 0,3 = 0,828 \text{ м/с}$$

$$\text{Скорость увеличилась в } \frac{V_2}{V_1} = \frac{0,828}{0,636} = 1,3 \text{ раза}$$

	Критерии оценки	Балл
1	Показано: Чем больше деформация шайбы, тем больше сила давления, следовательно, в момент времени $t_0 = 13$ мс шайба была деформирована максимально, то есть приблизилась к стене максимально и остановилась.	2
2	Из второго закона Ньютона получено выражение для изменения импульса $\Delta p_x = F_x \cdot \Delta t$	2

3	Так как сила переменная, за равные промежутки времени импульс меняется не равномерно и суммарное изменение импульса $\Delta p_x = \sum F_x \cdot \Delta t$, а $\sum F_x \cdot \Delta t$ есть площадь под графиком $F_x(t)$	2
4	Найдены площади под графиком в интервале от 0 до $t_0=13$ мс и от t_0 до 21 мс. $S_1 = 0,468$ Н·с; $S_2 = 0,264$ Н·с.	2
5	. В инерциальной системе отсчета связанной с плитой, скорость приближения шайбы к плите будет равна $V_1 + u$, а скорость удаления от плиты $V_2 - u$. Найдены конечная и начальная скорость $V_1 = \frac{\Delta p_1}{m} - u = \frac{S_1}{m} - u = 0.636$ м/с; $V_2 = \frac{\Delta p_2}{m} + u = \frac{S_2}{m} + u = 0.828$ м/с	4
6	Тепло выделившееся при ударе: $Q = \frac{p_1^2}{m} - \frac{p_2^2}{m} = \frac{S_1^2 - S_2^2}{m}$	2
7	Найдена работа над шайбой $A = \sum F_x \Delta x = \sum F_x \cdot u \Delta t = u \sum F_x \Delta t = u(S_1 + S_2) = 0,3 \cdot (0,468 + 0,264) = 0,2196$ Дж	3
8	Дан ответ на вопрос задачи – скорость увеличилась в 1,3 раза	1
9	Дан ответ на вопрос задачи – тепло выделившееся при ударе $Q=149$ мДж	1
10	Дан ответ на вопрос задачи – работа силы давления над шайбой при ударе $A=220$ мДж	1

Термодинамика



3.1. В горизонтальной трубе застряла пробка, которую надо вытащить. Юный экспериментатор Андрей выяснил, что для того, чтобы вытолкнуть пробку, необходимо приложить постоянную минимальную силу $F = 200$ Н вдоль оси трубы. Ему показалось это слишком трудным, и он решил создать установку для выталкивания пробок. Для этого он использовал горизонтальный цилиндр с поршнем А сечением $S_A = 10$ см² с гладкими стенками и жесткий рычаг CD, который мог вращаться без трения вокруг закрепленного шарнира О в горизонтальной плоскости. Точка О делила рычаг CD в соотношении $l_1 : l_2 = 1 : 2$. После подсоединения стержней AD и CB к шарнирам D и C в

сосуде был воздух при атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па и занимал объем $V = 3$ л, а стержни AD и CB параллельны. Далее Андрей подал с помощью нагревателя тепло $Q = 757$ Дж, и пробка, переместившись на некоторое расстояние Δx , выскочила из трубы.

1) Найти КПД такой установки, округлив результат до сотых процента.

2) Предложите Андрею способы увеличения КПД. Обоснуйте.

Примечание: воздух – в основном двухатомный газ (78% азота и 21% кислорода), который можно считать идеальным при давлениях, не очень сильно превышающих атмосферное. Для двухатомного идеального газа

внутренняя энергия вычисляется по формуле $U = \frac{5}{2} \nu RT$

Решение:

1) Сначала надо выяснить, какой избыток давления в цилиндре должен быть, чтобы пробка сдвинулась с места. Пусть сила, действующая на поршень В со стороны стержня СВ равна $F_B = F = 200$ Н. Тогда на поршень А будет действовать сила F_A со стороны стержня DA. По закону моментов сил:

$$F_A \cdot l_2 = F_B \cdot l_1 \Rightarrow F_A = F_B \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2} F_B = \frac{1}{2} F = 100 \text{ Н} \quad \Delta P = P - P_0 = \frac{F_A}{S_A} = \frac{100}{10 \cdot 10^{-4}} = 10^5 \text{ Па.}$$

Таким образом, для того, чтобы пробка смогла сдвинуться, надо нагреть воздух в цилиндре **изохорически** и довести его давление до значения $P = P_0 + \Delta P = 2 \cdot 10^5$ Па.

На это потребуется количество тепла $Q_1 = \Delta U = \frac{5}{2} \Delta(PV) = \frac{5}{2} V \Delta P = \frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 750$ Дж.

Затем осуществляется **изобарическое** расширение газа при $P = 2 \cdot 10^5$ Па, при этом поршень А должен переместиться на расстояние $\Delta x_A = \frac{l_2}{l_1} \cdot \Delta x_B = 2 \Delta x$.

На этом этапе был подведен остаток тепла $Q_2 = Q - Q_1 = 7$ Дж

$$Q_2 = \frac{5}{2} P \Delta V + P \Delta V = \frac{7}{2} P \Delta V = \frac{7}{2} P \cdot S_A \cdot 2 \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{Q_2}{7 P S_A} = \frac{7}{7 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0,005 \text{ м}$$

Таким образом, пробка переместилась на 5 мм, при этом была совершена работа

$$A = F \cdot \Delta x = 200 \cdot 0,005 = 1 \text{ Дж. Это полезная работа. КПД равен } \eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\% = \frac{1}{757} \cdot 100\% = 0,13\%$$

2) Полезную работу изменить нельзя, так как она зависит от трения в трубе с пробкой, а на это повлиять нельзя. Зато можно уменьшить полученное тепло Q.

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{5}{2} V \Delta P + \frac{7}{2} P S_A \Delta x_A = \frac{5}{2} V \frac{F_A}{S_A} + \frac{7}{2} \left(P_0 + \frac{F_A}{S_A} \right) S_A \Delta x_A = \frac{5}{2} V \frac{l_1}{l_2} \frac{F}{S_A} + \frac{7}{2} \left(P_0 S_A + \frac{l_1}{l_2} F \right) \frac{l_2}{l_1} \Delta x = \frac{5}{2} V \frac{l_1}{l_2} \frac{F}{S_A} + \frac{7}{2} \left(\frac{l_2}{l_1} P_0 S_A + F \right) \Delta x$$

1) можно уменьшить начальный объем воздуха

2) Можно изменить соотношение $\frac{l_2 S_A}{l_1} = \alpha$, но необходимо исследовать зависимость теплоты от α , так как в одном слагае-

мом α стоит в знаменателе, а в другом – в числителе.

	Критерии оценки	Балл
1	Записано уравнение моментов и определена сила, действующая на поршень $F_A = 100$ Н.	2
2	Определено избыточное давление, которое надо создать, чтобы вытолкнуть пробку. $\Delta p = p - p_0 = \frac{F}{S} = 10^5 \text{ Па}$ ($p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$)	2
3	Определено количество тепла, необходимое для достижения такого давления в изохорном процессе $Q = \Delta U = 750 \text{ Дж}$	4
4	По достижении такого давления начинается извлечение пробки при изобарном расширении газа в котором расходуется оставшееся количество тепла. $Q = \frac{7}{2} p \Delta V = 7 \text{ Дж}$, что позволяет найти $\Delta V = 10^{-5} \text{ м}^3$	4
5	При смещении пробки на Δx поршень должен сместиться на $2 \Delta x$ (правило рычага), изменение объема при этом равно $\Delta V = S \cdot 2 \cdot \Delta x$, что позволяет найти $\Delta x = 0,005 \text{ м}$	2
6	Определена полезная работа $A = F \cdot \Delta x = F_A \cdot 2 \cdot \Delta x = 1 \text{ Дж}$	2
7	Вычислен КПД 0,13%.	1
8	Предложены и обоснованы способы повышения КПД	3

сосуде был воздух при атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па, а стержни AD и CB параллельны. Далее Андрей подал с помощью нагревателя некоторое тепло Q , и пробка, переместившись на расстояние $\Delta x = 4$ мм, выскочила из трубы.

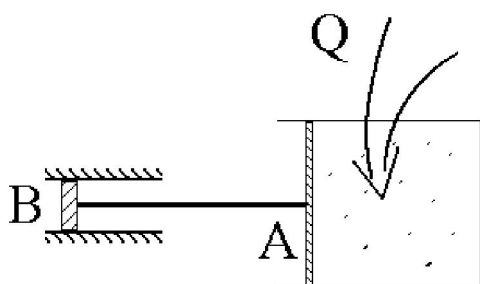
- внутренняя энергия вычисляется по формуле $U = \frac{5}{2} \nu RT$

$$F_A \cdot l_2 = F_B \cdot l_1 \Rightarrow F_A = F_B \frac{l_1}{l_2} = \frac{2}{1} F_B = 2F = 400 \text{ Н}$$

$$\Delta P = P - P_0 = \frac{F_A}{S_A} = \frac{400}{100 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

зависимость теплоты от α , так как в одном слагаемом α стоит в знаменателе, а в другом – в числителе.

	Критерии оценки	Балл
1	Записано уравнение моментов и определена сила, действующая на поршень $F_A=400$ Н.	2
2	Определено избыточное давление, которое надо создать чтобы вытолкнуть пробку. $\Delta p = p - p_0 = \frac{F_A}{S} = 4 \cdot 10^4$ Па ($p = 1,4 \cdot 10^5$ Па)	2
3	Определено количество тепла, необходимое для достижения такого давления в изохорном процессе $Q_1 = \Delta U = 3,5 \cdot 10^5$ В	3
4	При смещении пробки на Δx поршень должен сместиться на $0,5\Delta x$ (правило рычага), что позволяет найти изменение объема $\Delta V = S_A \cdot 0,5\Delta x = 2 \cdot 10^{-5}$ м ³	2
5	По достижении такого давления начинается извлечение пробки при изобарном расширении газа в котором расходуется оставшееся количество тепла. $Q_2 = \frac{7}{2} p \Delta V = 9,8$ Дж	2
6	Определена полезная работа $A = F \cdot \Delta x = F_A \cdot 0,5 \cdot \Delta x = 0,8$ Дж	2
7	Определено тепло, необходимое для нагрева газа и извлечения пробки $Q = Q_1 + Q_2 = \frac{A \cdot 100\%}{\eta} = 80$ Дж , и найдено $Q_1 = 70,2$ Дж	3
8	Определен первоначальный объем воздуха – 0,2 литра	1
9	Предложены и обоснованы способы повышения КПД	3



3.3. В горизонтальной трубе застряла пробка, которую надо вытащить. Юный экспериментатор Андрей выяснил, что для того, чтобы вытолкнуть пробку, необходимо приложить постоянную минимальную силу $F = 200$ Н вдоль оси трубы. Ему показалось это слишком трудным, и он решил создать установку для выталкивания пробок. Для этого он использовал горизонтальный цилиндр с поршнем А сечением S_A с гладкими стенками. После подсоединения стержня АВ в сосуде был воздух при атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па и занимал объем $V = 1$ л, а стержень АВ параллелен оси трубы и перпендикулярен поршню А. Далее Андрей подал с

помощью нагревателя некоторое тепло Q , и пробка, переместившись на расстояние $\Delta x = 10$ мм, выскочила из трубы. Подбирая цилиндры с воздухом одинакового начального объема $V = 1$ л, но разных сечений S_A , Андрей добился максимального КПД установки.

1) Чему равен этот максимальный КПД? Ответ дать в процентах, округлив до десятых.

2) Чему равна при этом площадь поршня А? Ответ дать в см², округлив до целых.

Примечание: воздух – в основном двухатомный газ (78% азота и 21% кислорода), который можно считать идеальным при давлениях, не очень сильно превышающих атмосферное. Для двухатомного идеального газа

внутренняя энергия вычисляется по формуле $U = \frac{5}{2} \nu RT$

Решение:

1) Чтобы пробка сдвинулась с места, необходимо создать избыток давления в цилиндре: $\Delta P = \frac{F}{S_A}$. Увеличение давления при этом будет проходить изохорически, так как пробка пока не движется. В этом процессе подано тепло: $Q_1 = \Delta U = \frac{5}{2} \Delta(PV) = \frac{5}{2} V \Delta P = \frac{5}{2} V \frac{F}{S_A}$

2) При достижении давления $P = P_0 + \Delta P$ пробка начинает медленно (без ускорения) двигаться, причем давление в цилиндре можно считать постоянным, то есть процесс изобарный. В этом процессе подается тепло:

$Q_2 = \Delta U + A = \frac{5}{2} \Delta(PV) + P\Delta V = \frac{5}{2} P\Delta V + P\Delta V = \frac{7}{2} P\Delta V$. Подставим в эту формулу давление газа $P = P_0 + \frac{F}{S_A}$ и

изменение объема $\Delta V = S_A \Delta x$. Таким образом $Q_2 = \frac{7}{2} \left(P_0 + \frac{F}{S_A} \right) S_A \Delta x = \frac{7\Delta x}{2} (P_0 S_A + F)$

Полное тепло, данное воздуху в этих процессах $Q = Q_1 + Q_2$, полезная работа по выталкиванию пробки $A = F\Delta x$,

так что КПД равен $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{F\Delta x}{Q(S_A)}$, где $Q(S_A) = \frac{5}{2} V \frac{F}{S_A} + \frac{7\Delta x}{2} (P_0 S_A + F)$ – тепло, как функция от S_A

Как видно из формулы, работа не зависит от выбора цилиндра, а тепло зависит. Найдем площадь S_A , при которой будет минимум теплоты, взяв производную от теплоты по площади и приравняв нулю:

$$Q'(S_A) = -\frac{5VF}{2S_A^2} + \frac{7\Delta x P_0}{2} = 0 \Rightarrow S_A = \sqrt{\frac{5VF}{7\Delta x P_0}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 200}{7 \cdot 10^{-2} \cdot 10^5}} = 0,011952 \text{ м}^2 \approx 120 \text{ см}^2$$

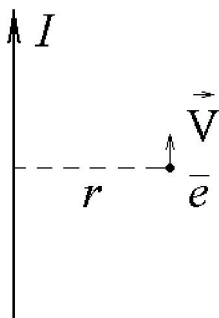
При этом тепло равно $Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{10^{-3} \cdot 200}{0,011952} + \frac{7 \cdot 10^{-2}}{2} (10^5 \cdot 0,011952 + 200) = 41,8 + 48,8 = 90,6 \text{ Дж}$, а работа

$$A = F\Delta x = 200 \cdot 10^{-2} = 2 \text{ Дж}$$

Ответ: При такой площади $S_A = 120 \text{ см}^2$ КПД будет равен $\eta = \frac{2}{90,6} \cdot 100\% = 2,2\%$

	Критерии оценки	Балл
1	Определено избыточное давление, которое надо создать, чтобы вытолкнуть пробку. $\Delta p = p - p_0 = \frac{F}{S}$	2
2	Определено количество тепла, необходимое для достижения такого давления в изохорном процессе $Q_1 = \Delta U = \frac{5}{2} V \cdot \Delta p = \frac{5}{2} V \cdot \frac{F}{S}$	2
3	По достижении такого давления начинается извлечение пробки при изобарном расширении газа в котором расходуется количество тепла. $Q_2 = \frac{7}{2} p\Delta V = \frac{7}{2} (p_0 + \frac{F}{S}) \cdot S \cdot \Delta x$	4
4	Количество тепла необходимое для извлечения пробки $Q_1 + Q_2$	1
5	Определена полезная работа $A = F \cdot \Delta x = 2 \text{ Дж}$	2
6	Получена зависимость КПД от площади поршня $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{F\Delta x}{Q(S_A)}$	4
7	Определена площадь поршня, при которой КПД максимален $S = 120 \text{ см}^2$	3
8	Вычислен КПД 2,2%.	2

Магнетизм

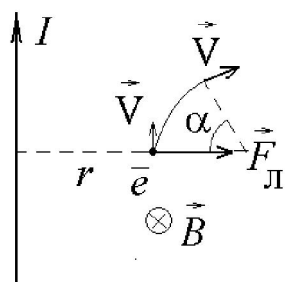


4.1. На расстоянии $r = 2 \text{ м}$ от бесконечного прямого провода параллельно нему движется электрон со скоростью $V = 4,23 \text{ м/с}$. На очень короткое время $\Delta t = 11,25 \text{ мкс}$ по проводу пропускают импульс постоянного тока $I = 35,7 \text{ А}$ в направлении движения электрона. На каком расстоянии от провода окажется электрон через 2 с после окончания импульса тока?

Замечание: бесконечный прямой провод с током создает на расстоянии r от себя индукцию магнитного поля $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная, При-

нять $\pi = 3,14$, масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Решение:

Найдем индукцию магнитного поля провода на расстоянии r :

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 35,7}{2\pi \cdot 2} = 3,57 \cdot 10^{-6} \text{ Тл. По правилу правого винта найдем направление}$$

индукции: перпендикулярно плоскости рисунка от нас. По правилу левой руки определяем направление силы Лоренца на отрицательную частицу: вправо по рисунку. Электрон будет двигаться по дуге окружности радиусом

$$R = \frac{mV}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,23}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,57 \cdot 10^{-6}} = 6,74 \cdot 10^{-6} \text{ (м) практически будет находиться}$$

$$\text{на одном месте. Период } T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,57 \cdot 10^{-6}} = 10^{-5} \text{ (с)} = 10$$

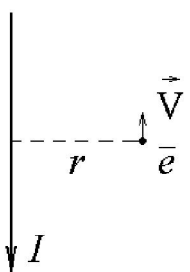
мкс

За 11,25 мкс электрон сделает один оборот и еще одну восьмую оборота, при этом скорость электрона отклонится на 45° от вертикали. Перпендикулярная проводу составляющая скорости электрона будет равна

$$V_r = V \cdot \cos 45^\circ = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{4,23}{1,41} = 3 \text{ м/с}$$

За 2 с электрон станет дальше от провода на $V_r \cdot t = 3 \cdot 2 = 6 \text{ м}$, то есть окажется на расстоянии 8 м от провода.

	Критерии оценки	Балл
1	Определена индукция магнитного поля $B=3,57\text{мкТл}$ и направление в точке нахождения электрона	3
2	Определен радиус окружности, по которой будет двигаться электрон $R=6,74 \text{ мкм}$, сделан вывод о том, что магнитное поле при таком движении по окружности малого радиуса можно считать однородным, и определено направление вращения	3
3	Определен период обращения электрона $T=10 \text{ мкс}$	5
4	Показано, что за это время вектор скорости отклонится на 45° от вертикали	4
5	Показано что электрон будет удаляться от провода и за две секунды переместится на 6 метров	4
6	Дан ответ на вопрос задачи – электрон окажется на расстоянии 8 метров от провода.	1



4.2. На расстоянии $r = 3 \text{ м}$ от бесконечного прямого провода параллельно нему движется электрон со скоростью $V = 4,23 \text{ м/с}$. На очень короткое время $\Delta t = 62,5 \text{ мкс}$ по проводу пропускают импульс постоянного тока $I = 26,8 \text{ А}$ в направлении, противоположном движению электрона. На каком расстоянии от провода окажется электрон через 1 с после окончания импульса тока?

Замечание: бесконечный прямой провод с током создает на расстоянии r от себя индукцию

$$\text{магнитного поля } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ где } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м – магнитная постоянная, Принять } \pi =$$

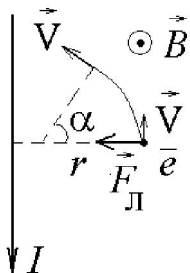
$$3,14, \text{ масса электрона } m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг, заряд электрона } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Решение:

Найдем индукцию магнитного поля провода на расстоянии r :

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 26,8}{2\pi \cdot 3} = 1,787 \cdot 10^{-6} \text{ Тл. По правилу правого винта найдем направление индук-$$

ции: перпендикулярно плоскости рисунка к нам. По правилу левой руки определяем направление силы Лоренца на отрицательную частицу: влево по рисунку. Электрон будет двигаться



по дуге окружности радиусом $R = \frac{mV}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,23}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,787 \cdot 10^{-6}} = 1,35 \cdot 10^{-5}$ (м) (практически будет находиться-

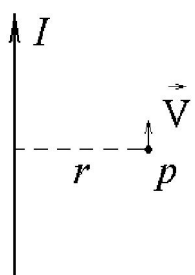
ся на одном месте). Период $T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,787 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-5}$ (с) = 20 мкс

За 62,5 мкс электрон сделает три оборота и еще одну восьмую оборота, при этом скорость электрона отклонится на 45° от вертикали. Перпендикулярная проводу составляющая скорости электрона будет равна

$$V_r = V \cdot \cos 45^\circ = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{4,23}{1,41} = 3 \text{ м/с}$$

За 1 с электрон станет ближе к проводу на $V_r \cdot t = 3 \cdot 1 = 3$ м, то есть окажется на расстоянии 0 м от провода, столкнется с ним.

	Критерии оценки	Балл
1	Определена индукция магнитного поля $B=1,79 \text{ мкТл}$ и направление в точке нахождения электрона	3
2	Определен радиус окружности, по которой будет двигаться электрон $R=13,5 \text{ мкм}$, сделан вывод о том, что магнитное поле при таком движении по окружности малого радиуса можно считать однородным, и определено направление вращения	3
3	Определен период обращения электрона $T=20 \text{ мкс}$	5
4	Показано, что за это время вектор скорости отклонится на 45° от вертикали	4
5	Показано что электрон будет приближаться к проводу и за одну секунду переместится на 3 метра	4
6	Дан ответ на вопрос задачи – электрон окажется на расстоянии 0 метров от провода, т.е столкнется с ним.	1



4.3. На расстоянии $r = 4$ м от бесконечного прямого провода параллельно нему движется протон со скоростью $V = 3,46 \text{ см/с}$. На очень короткое время $\Delta t = 65 \text{ мс}$ по проводу пропускают импульс постоянного тока $I = 43,8 \text{ А}$ в направлении движения протона. На каком расстоянии от провода окажется протон через 1 мин после окончания импульса тока?

Замечание: бесконечный прямой провод с током создает на расстоянии r от себя индукцию

магнитного поля $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная, Принять $\pi =$

3,14, масса протона $m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, заряд протона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Решение:

Найдем индукцию магнитного поля провода на расстоянии r :

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 43,8}{2\pi \cdot 4} = 2,19 \cdot 10^{-6} \text{ Тл. По правилу правого винта найдем направление}$$

индукции: перпендикулярно плоскости рисунка от нас. По правилу левой руки определяем направление силы Лоренца на положительно заряженную частицу: влево по рисунку. Протон будет двигаться по дуге окружности радиусом

$$R = \frac{mV}{qB} = \frac{1,673 \cdot 10^{-27} \cdot 3,46 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,19 \cdot 10^{-6}} = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ (м) (практически будет находиться}$$

$$\text{на одном месте). Период } T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,19 \cdot 10^{-6}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ (с)} = 30$$

За 65 мс протон сделает два оборота и еще одну шестую оборота, при этом скорость протона отклонится на 60° от вертикали. Перпендикулярная проводу составляющая скорости протона будет равна

$$V_r = V \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} V = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3,46 \cdot 10^{-2} = 0,03 \text{ м/с}$$

За 1 мин протон станет ближе к проводу на $V_r \cdot t = 0,03 \cdot 60 = 1,8$ м, то есть окажется на расстоянии 2,2 м от провода.

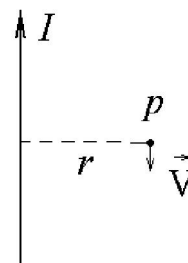
	Критерии оценки	Балл
1	Определена индукция магнитного поля $B=2,19 \text{ мкТл}$ и направление в точке нахождения электрона	3
2	Определен радиус окружности, по которой будет двигаться электрон $R=0,165$ мм, сделан вывод о том, что магнитное поле при таком движении по окружности малого радиуса можно считать однородным, и определено направление вращения	3
3	Определен период обращения электрона $T=30$ мс	5
4	Показано, что за это время вектор скорости отклонится на 60° от вертикали	4
5	Показано что электрон будет приближаться к проводу и за минуту переместится на 1,8 метр	4
6	Дан ответ на вопрос задачи – электрон окажется на расстоянии 2,2 метра от провода.	1

4.4. На расстоянии $r = 5$ м от бесконечного прямого провода параллельно нему движется протон со скоростью $V = 4,62$ см/с. На очень короткое время $\Delta t = 120$ мс по проводу пропускают импульс постоянного тока $I = 36,5$ А в направлении, противоположном движению протона. На каком расстоянии от провода окажется протон через 1 мин после окончания импульса тока?

Замечание: бесконечный прямой провод с током создает на расстоянии r от себя индукцию

магнитного поля $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, Принять $\pi =$

3,14, масса протона $m = 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд протона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл



Решение:

Найдем индукцию магнитного поля провода на расстоянии r :

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36,5}{2\pi \cdot 5} = 1,46 \cdot 10^{-6} \text{ Тл.}$$

По правилу правого винта найдем направление индукции: перпендикулярно плоскости рисунка от нас. По правилу левой руки определяем направление силы Лоренца на положительно заряженную частицу: вправо по рисунку. Протон будет двигаться по дуге окружности радиусом

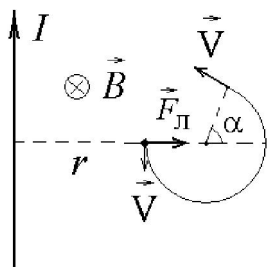
$$R = \frac{mV}{qB} = \frac{1,673 \cdot 10^{-27} \cdot 4,62 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,46 \cdot 10^{-6}} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{ (м)}$$

(практически будет находиться на одном месте). Период $T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,46 \cdot 10^{-6}} = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ (с)} = 45 \text{ мс}$

За 120 мс протон сделает два целых и две трети оборота, при этом скорость протона будет направлена под углом 60° к вертикали. Перпендикулярная проводу составляющая скорости протона будет равна

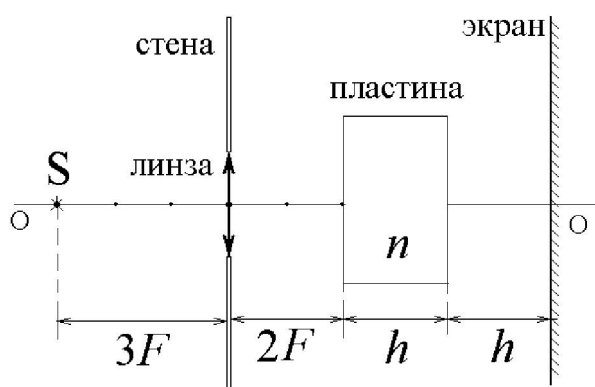
$$V_r = V \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} V = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4,62 \cdot 10^{-2} = 0,04 \text{ м/с}$$

За 1 мин электрон станет ближе к проводу на $V_r \cdot t = 0,04 \cdot 60 = 2,4$ м, то есть окажется на расстоянии 2,6 м от провода.



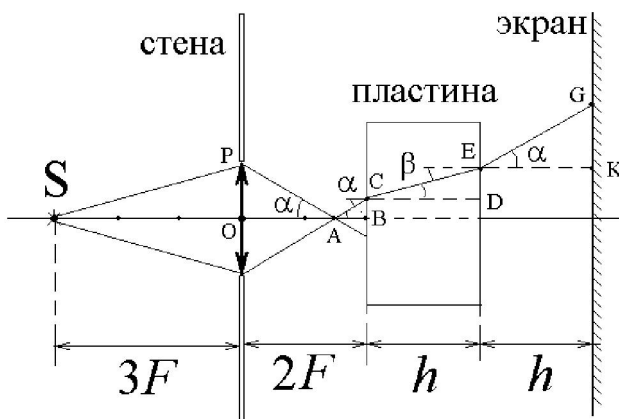
	Критерии оценки	Балл
1	Определена индукция магнитного поля $B=1,46\text{ мкТл}$ и направление в точке нахождения протона	3
2	Определен радиус окружности, по которой будет двигаться протон $R=0,33\text{ мм}$, сделан вывод о том, что магнитное поле при таком движении по окружности малого радиуса можно считать однородным, и определено направление вращения	3
3	Определен период обращения протона $T=45\text{ мс}$	5
4	Показано, что за это время вектор скорости отклонится на 60° от вертикали	4
5	Показано что протон будет приближаться к проводу и за одну минуту переместится на $2,4\text{ метра}$	4
6	Дан ответ на вопрос задачи – протон окажется на расстоянии $2,6\text{ метра}$ от провода.	1

Оптика



5.1. В непрозрачной стене сделано маленькое круглое отверстие диаметром $d = 3\text{ см}$, в которое вставлена собирающая линза такого же диаметра с оптической силой $D = 1\text{ дптр}$. На расстоянии трех фокусных расстояний от центра линзы на главной оптической оси разместили точечный источник света S, освещающий линзу. За линзой на двойном фокусном расстоянии расположена стеклянная плоскопараллельная пластина с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $h = 30\text{ см}$, а за ней на расстоянии h расположен экран. И пластина и экран параллельны стене и плоскости линзы. Найти радиус светлого пятна на экране. При малых углах принять $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha$.

Решение:



Фокусное расстояние линзы равно $F = \frac{1}{D} = 1\text{ м}$.

По формуле тонкой линзы определим местоположение изображения источника.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{SO} + \frac{1}{OA} \Rightarrow \frac{1}{OA} = \frac{1}{F} - \frac{1}{3F} = \frac{2}{3F} \Rightarrow OA = 1,5F = 1,5\text{ м}.$$

Значит $AB = 2F - OA = 0,5F = 0,5\text{ м}$.

$$\text{Из рисунка найдем } \text{tg } \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{d/2}{1,5F} = \frac{0,015}{1,5} = 0,01.$$

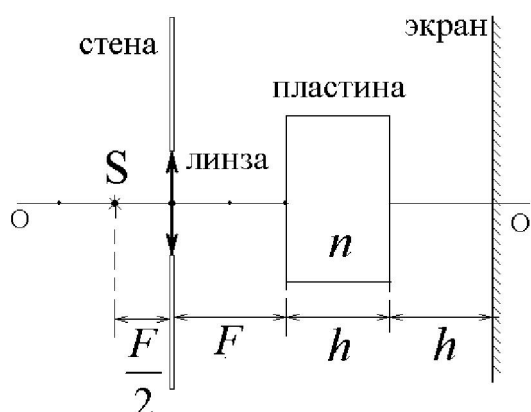
Из закона преломления найдем

$$\text{tg } \beta \approx \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \approx \frac{\text{tg } \alpha}{n} = \frac{0,01}{1,5}$$

Радиус пятна на экране

$$R = BC + DE + KG = AB \cdot \text{tg } \alpha + h \cdot \text{tg } \beta + h \cdot \text{tg } \alpha = 0,5 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot \frac{0,01}{1,5} + 0,3 \cdot 0,01 = 0,01\text{ м} = 1\text{ см}.$$

	Критерии оценки	Балл
1	Показан ход лучей после преломления в линзе и пластине, определено положение светлого пятна на экране, записана формула позволяющая вычислить его радиус $R = AB \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + h \cdot \operatorname{tg}(\beta) + h \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$	6
2	Определено фокусное расстояние линзы $F = \frac{1}{D} = 1$ м	1
3	По формуле тонкой линзы определено положение изображения источника в линзе 1,5 м от неё, и расстояние от этого изображения до пластины $AB=0,5$ м	5
4	Из рисунка найден тангенс угла $\alpha : \operatorname{tg} \alpha = 0,01$	2
5	Из закона преломления определен тангенс угла $\beta : \operatorname{tg} \beta = \frac{0,01}{1,5}$	5
6	Дан ответ на вопрос задачи – радиус пятна на экране – 1 см	1



5.2. В непрозрачной стене сделано маленькое круглое отверстие диаметром $d = 2$ см, в которое вставлена собирающая линза такого же диаметра с оптической силой $D = 0,5$ дптр. На расстоянии половины фокусного расстояния от центра линзы на главной оптической оси разместили точечный источник света S , освещающий линзу. За линзой на фокусном расстоянии расположена стеклянная плоскопараллельная пластина с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $h = 60$ см, а за ней на расстоянии h расположен экран. И пластина и экран параллельны стене и плоскости линзы. Найти радиус светлого пятна на экране. При малых углах принять $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$.

Решение:

Фокусное расстояние линзы равно $F = \frac{1}{D} = 2$ м.

По формуле тонкой линзы определим местоположение изображения источника.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{SO} + \frac{1}{OA} \Rightarrow \frac{1}{OA} = \frac{1}{F} - \frac{2}{F} = -\frac{1}{F} \Rightarrow |OA| = F = 1 \text{ м.}$$

Значит $AB = OA + F = 2F = 4$ м.

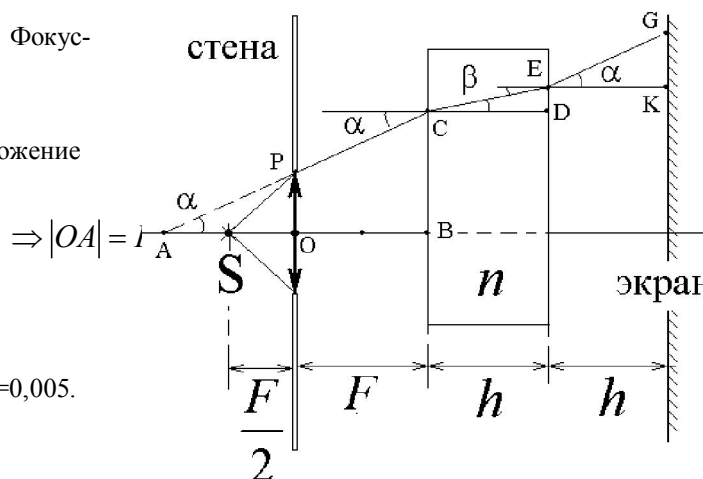
Из рисунка найдем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{d/2}{F} = \frac{0,01}{2} = 0,005$.

Из закона преломления найдем

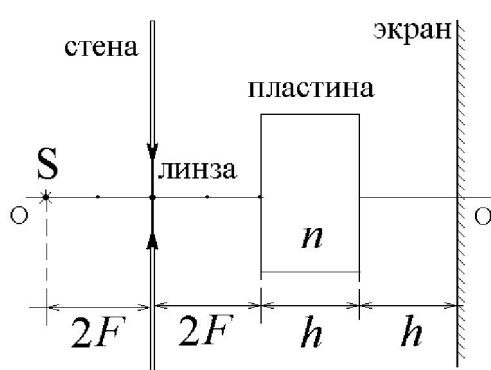
$$\operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{n} = \frac{0,005}{1,5}$$

Радиус пятна на экране

$$R = BC + DE + KG = AB \cdot \operatorname{tg} \alpha + h \cdot \operatorname{tg} \beta + h \cdot \operatorname{tg} \alpha = 4 \cdot 0,005 + 0,6 \cdot \frac{0,005}{1,5} + 0,6 \cdot 0,005 = 0,025 \text{ м.}$$



	Критерии оценки	Балл
1	Показан ход лучей после преломления в линзе и пластине, определено положение светлого пятна на экране, записана формула позволяющая вычислить его радиус $R = AB \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + h \cdot \operatorname{tg}(\beta) + h \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$	6
2	Определено фокусное расстояние линзы $F = \frac{1}{D} = 2$ м	1
3	По формуле тонкой линзы определено положение изображения источника в линзе 1 м от неё, и расстояние от этого изображения до пластины $AB=4$ м	5
4	Из рисунка найден тангенс угла $\alpha : \operatorname{tg} \alpha = 0,005$	2
5	Из закона преломления определен тангенс угла $\beta : \operatorname{tg} \beta = \frac{0,005}{1,5}$	5
6	Дан ответ на вопрос задачи – радиус пятна на экране – 2,5 см	1



5.3. В непрозрачной стене сделано маленькое круглое отверстие диаметром $d = 4$ см, в которое вставлена рассеивающая линза такого же диаметра с оптической силой $D = -\frac{2}{3}$ дптр. На расстоянии

двух фокусных расстояний от центра линзы на главной оптической оси разместили точечный источник света S, освещающий линзу. За линзой на двойном фокусном расстоянии расположена стеклянная плоскопараллельная пластина с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $h = 90$ см, а за ней на расстоянии h расположен экран. И пластина и экран параллельны стене и плоскости линзы. Найти радиус светлого пятна на экране. При малых углах принять $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$.

Решение:

Фокусное расстояние линзы равно $F = \frac{1}{D} = -1,5$ м.

По формуле тонкой линзы определим местоположение изображения источника.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{SO} + \frac{1}{OA} \Rightarrow \frac{1}{OA} = \frac{1}{-|F|} - \frac{1}{2|F|} = -\frac{3}{2|F|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |OA| = \frac{2}{3}|F| = 1 \text{ м}$$

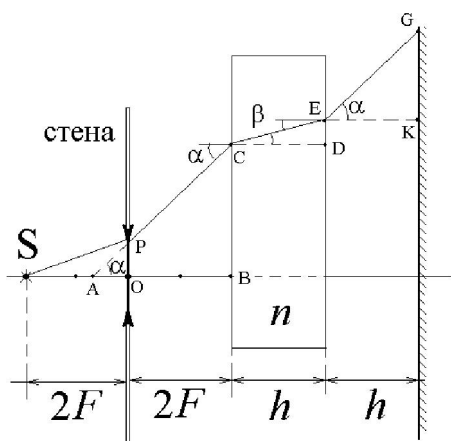
Значит $AB = OA + 2|F| = 4$ м.

Из рисунка найдем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{d/2}{2|F|/3} = \frac{0,02}{1} = 0,02$.

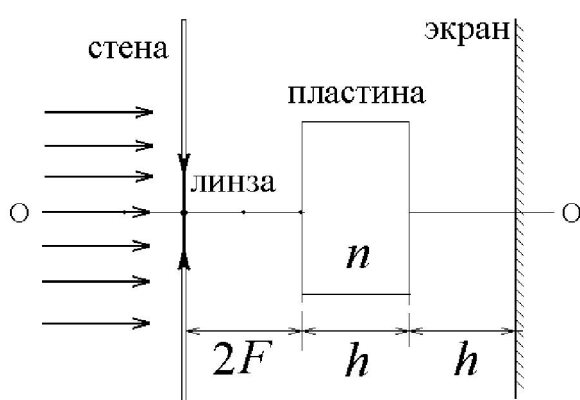
Из закона преломления найдем $\operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{n} = \frac{0,02}{1,5}$

Радиус пятна на экране

$$R = BC + DE + KG = AB \cdot \operatorname{tg} \alpha + h \cdot \operatorname{tg} \beta + h \cdot \operatorname{tg} \alpha = 4 \cdot 0,02 + 0,9 \cdot \frac{0,02}{1,5} + 0,9 \cdot 0,02 = 0,11 \text{ м.}$$



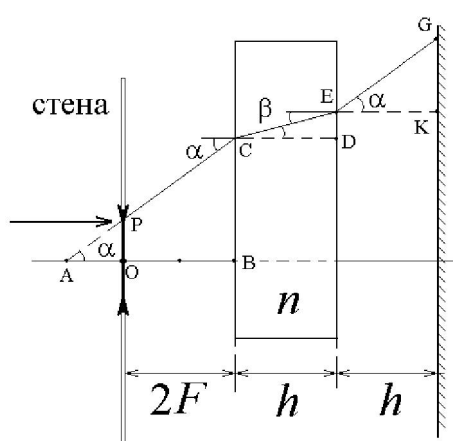
	Критерии оценки	Балл
1	Показан ход лучей после преломления в линзе и пластине, определено положение светлого пятна на экране, записана формула позволяющая вычислить его радиус $R = AB \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + h \cdot \operatorname{tg}(\beta) + h \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$	6
2	Определено фокусное расстояние линзы $F = \frac{1}{D} = -1,5$ м	1
3	По формуле тонкой линзы определено положение изображения источника в линзе 1 м от неё, и расстояние от этого изображения до пластины $AB=4$ м	5
4	Из рисунка найден тангенс угла $\alpha : \operatorname{tg} \alpha = 0,02$	2
5	Из закона преломления определен тангенс угла $\beta : \operatorname{tg} \beta = \frac{0,02}{1,5}$	5
6	Дан ответ на вопрос задачи – радиус пятна на экране – 11 см	1



5.4. В непрозрачной стене сделано маленькое круглое отверстие диаметром $d = 6$ см, в которое вставлена рассеивающая линза такого же диаметра с оптической силой $D = -\frac{1}{3}$ дптр. За линзой на двойном фокусном расстоянии расположена стеклянная плоскопараллельная пластина с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $h = 120$ см, а за ней на расстоянии h расположен экран. И пластина и экран параллельны стене и плоскости линзы. Линзу освещают параллельным главной оптической оси широким пучком света. Найти радиус светлого пятна на экране. При малых углах принять $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$.

Решение:

Фокусное расстояние линзы равно $F = \frac{1}{D} = -3$ м.



Параллельный пучок света, пройдя через рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, далее рассеивается так, как будто лучи выходят из мнимого фокуса слева от линзы из точки А, т.е.

$$OA = |F| = 3 \text{ м}$$

Таким образом $AB = OA + 2|F| = 9$ м.

$$\text{Из рисунка найдем } \operatorname{tg} \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{d/2}{|F|} = \frac{0,03}{3} = 0,01.$$

$$\text{Из закона преломления найдем } \operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{n} = \frac{0,01}{1,5}$$

Радиус пятна на экране

$$R = AB \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + h \cdot \operatorname{tg}(\beta) + h \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = 9 \cdot 0,01 + 1,2 \cdot \frac{0,01}{1,5} + 1,2 \cdot 0,01 = 0,114$$

	Критерии оценки	Балл
1	Показан ход лучей после преломления в линзе и пластине, определено положение светлого пятна на экране, записана формула позволяющая вычислить его радиус $R = AB \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + h \cdot \operatorname{tg}(\beta) + h \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$	6
2	Определено фокусное расстояние линзы $F = \frac{1}{D} = -3$ м	1
3	По формуле тонкой линзы определено положение изображения источника в линзе 3 м слева от неё, и расстояние от этого изображения до пластины АВ=9 м	5
4	Из рисунка найден тангенс угла $\alpha : \operatorname{tg} \alpha = 0,01$	2
5	Из закона преломления определен тангенс угла $\beta \operatorname{tg} \beta = \frac{0,01}{1,5}$	5
6	Дан ответ на вопрос задачи – радиус пятна на экране – 11 см	1