

Министерство образования и науки
Российской Федерации



Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Тульский государственный университет»

**ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ»
ПО ФИЗИКЕ**

*Информационно-методическое пособие
для участников олимпиады школьников*

Тула 2013

Олимпиада школьников «Наследники Левши» по физике: Информационно-методическое пособие для участников олимпиады школьников/Составитель А.С. Пустовгар, под ред. В.В.Котова. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. — 58 с.

В настоящем сборнике излагается 19-летняя история олимпиады школьников «Наследники Левши» Тульского государственного университета, приводятся статистические данные об участниках, победителях и призёрах олимпиады. В сборник включены большое количество задач разной степени сложности, предлагавшиеся в последние два года на отборочном и заключительном этапах олимпиады «Наследники Левши». Некоторые наиболее интересные задачи приводятся с решениями.

Широта спектра задач позволяет использовать настоящий сборник как пособие в работе физико-математических школ и кружков, а также для самостоятельной подготовки к олимпиадам по физике и математике.

Авторский коллектив:

Ю.В. Бурцева, С.Е. Кажарская, В.В. Котов,
А.С. Пустовгар, В.А. Семин, Е.В. Якунова

ИСТОРИЯ ОЛИМПИАДНОГО ДВИЖЕНИЯ В ТУЛЬСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Олимпиада школьников Тульского государственного университета проводится ежегодно, начиная с 1995 года. До 2003 года она носила название областной олимпиады и проводилась в один тур. С 2003 года в соответствии с действовавшим тогда «Порядком приема в государственные образовательные учреждения высшего профессионального образования (высшие учебные заведения) Российской Федерации, учрежденные федеральными органами исполнительной власти» олимпиада получила название региональной и стала проводиться под эгидой Совета ректоров вузов и департамента образования Тульской области. По структуре олимпиада в этот период стала двухтуревой — в дополнение к первому туру, проводившемуся по оригинальным заданиям, соответствующим специфике секций, был добавлен второй тур, представляющий собой компьютерное тестирование. В предыдущие годы олимпиада проводилась по математике, физике, архитектуре, техническому творчеству, физической культуре и спорту, химии, экономике.

После создания Российского совета олимпиад школьников и утверждения Порядка проведения олимпиад школьников (приказ Минобрнауки № 285 от 22 октября 2007 года) олимпиада стала проводиться непосредственно Тульским государственным университетом по физике, по математике и получила сегодняшнее название «Наследники Левши». Структурно она сохранила два этапа: отборочный и заключительный. Отборочный этап проводится оргкомитетами секций, формируемыми из ведущих представителей профессорско-преподавательского состава кафедр университета. Результаты отборочных туров рассматриваются как квалификационные, позволяющие провести предварительный отбор из общего контингента участников олимпиады наиболее подготовленных участников заключительного тура. Заключительный этап проводится по единым для всех участников оригинальным заданиям олимпиадного типа в Тульском государственном университете. В 2009-2010 учебном году олимпиада школьников «Наследники Левши» по физике впервые вошла в Перечень олимпиад школьников (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 21 декабря 2009 г. № 777). В последующие годы она традиционно входит в Перечень олимпиад школьников и ей присваивается третий уровень (табл. 1).

Главной целью проведения олимпиады является выявление и развитие у школьников творческих способностей к физико-математическим наукам, создание необходимых условий для поддержки одаренных школьников, распространение и популяризация математических знаний среди молодежи. В последние годы наблюдается постоянный рост интереса школьников к олимпиаде (табл. 1).

Таблица 1

<i>Учебные годы</i>	<i>Число регионов России</i>	<i>Число участников</i>	<i>Число победителей и призёров</i>	<i>Уровень олимпиады</i>
2001-2002	1	331	33	-
2002-2003	1	445	41	-
2003-2004	1	386	27	-
2004-2005	1	434	42	-
2005-2006	1	340	30	-
2006-2007	1	501	48	-
2007-2008	1	607	61	-
2008-2009	4	883	13	-
2009-2010	8	1232	164	3
2010-2011	9	2147	153	3
2011-2012	12	3582	207	3
2012-2013	14	4342	330	3

География олимпиады постоянно расширяется. Если до 2008-2009 учебного года основной контингент участников проживал и обучался в Туле и Тульской области, то уже в 2008-2009 учебном году в ней приняли участие школьники 10 и 11 классов средних общеобразовательных учебных заведений из четырех областей Центрального Федерального округа. В 2009-2010 учебном году таких регионов уже стало 8: Калужская, Липецкая, Московская, Нижегородская, Орловская, Рязанская, Тамбовская и Тульская. В 2011-2012 учебном году уже 12 регионов Российской Федерации приняли участие в олимпиаде: 9 регионов ЦФО: Владимирская область, Калужская область, г. Москва, Московская область, Орловская область, Рязанская область, Тамбовская область, Тверская область, Тульская область и 3 региона ПФО: Нижегородская область, Республика Марий Эл и Республика Татарстан. В 2012-2013 учебном году к этим регионам добавились Ивановская и Липецкая области. Впервые в этом году олимпиада проводилась за пределами Российской Федерации: в городах Гомель и Могилев Республики Беларусь.

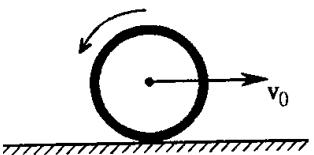
**ЗАДАНИЯ,
предлагавшиеся на олимпиаде «Наследники Левши» по физике
в 2011-2012 учебном году**

Отборочный этап

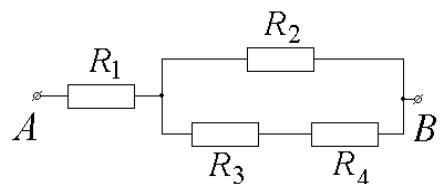
8 класс

1. Обручу, закрученному вокруг горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно плоскости обруча через его центр, сообщают вдоль горизонтальной поверхности стола скорость $v_0 = 2 \text{ м/с}$, направленную перпендикулярно оси вращения, как показано на рисунке. Обруч сначала удаляется, а затем из-за трения о стол возвращается к месту начала движения со скоростью $v_1 = v_0/4$, катясь без проскальзывания. Коэффициент трения скольжения между обручем и столом $\mu = 0,2$. Найдите время движения до места максимального удаления.

Ответ: 1 с.

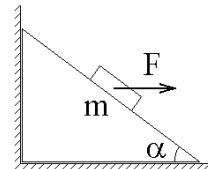


2. Между точками А и В схемы (см. рис.) приложено некоторое постоянное напряжение U . Какое тепло выделяется в со- противлении R_1 за время $t = 4 \text{ с}$, если за это время через со- противление R_4 протек заряд $q = 6 \text{ Кл}$? $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$.



Ответ: 288 Дж

3. Призма находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упи- рается в гладкую стенку. На гладкую поверхность призмы, наклоненную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, положили шайбу массой $m = 200 \text{ г}$ и стали тянуть ее с постоянной горизонтальной силой $F = 3 \text{ Н}$. Найти силу давления призмы **на стенку** при движении шайбы по призме.



Ответ: 0,116 Н

4. Какова площадь поперечного сечения никромового проводника длиной 20м, если его сопро- тивление при 20°C равно 40 Ом? Удельное электрическое сопротивление никрома $1,1 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$. Ответ выразите в мм^2 .

Ответ: $0,55 \text{ мм}^2$.

5. Какое количество теплоты выделяется при конденсации водяного пара массой 10 кг при тем- пературе 100°C и охлаждении образовавшейся воды до 20°C ?

Ответ: 26360 кДж

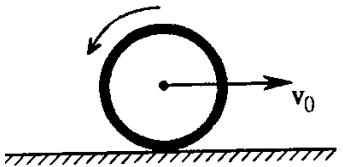
6. Луч света падает на плоскость зеркала. Угол падения равен 40° . Угол между отраженным лу- чом и зеркалом равен....

Ответ: 50°

9 класс

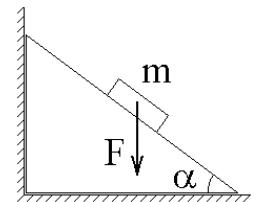
1. Обручу, закрученному вокруг горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно плоскости обруча через его центр, сообщают вдоль горизонтальной поверхности стола скорость $v_0 = 3$ м/с, направленную перпендикулярно оси вращения, как показано на рисунке. Обруч сначала удаляется, а затем из-за трения о стол возвращается к месту начала движения со скоростью $v_1 = v_0/3$, катясь без проскальзывания. Коэффициент трения скольжения между обручем и столом $\mu = 0,1$. Через какое время, считая от начала движения, обруч возвратится назад?

Ответ: 8 с.



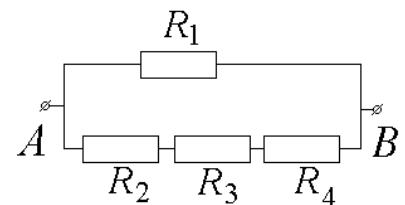
2. Призма массой $M = 250$ г находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упирается в гладкую стенку. На гладкую поверхность призмы, наклоненную под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, положили шайбу массой $m = 400$ г и стали давить на нее вниз с постоянной вертикальной силой $F = 6$ Н. Найти силу давления призмы **на стол** при движении шайбы по призме.

Ответ: 2,828 Н



3. Между точками А и В схемы (см. рис.) приложено некоторое постоянное напряжение U . Чему равно сопротивление R_2 , если $R_1 = 3$ Ом, $R_3 = 4$ Ом, $R_4 = 1$ Ом и тепло, выделившееся на сопротивлении R_1 за время $t = 4$ с в три раза больше тепла, выделившегося на сопротивлении R_3 за то же время.

Ответ: 648 Дж



4. Маленький стальной шарик упал с высоты 45 м. Какое перемещение он совершил за первую и последнюю секунду своего движения.

Ответ: 4,9 м; 24,5 м

5. За два часа пробега автомобиля, к.п.д. которого равен 25%, израсходовал 16 кг бензина. Какую среднюю мощность развил двигатель автомобиля при этой работе?

Ответ 25,6 кВт

6. Кипятильником нагрели 3 кг воды от 20°C до кипения за 15 минут. Какова сила тока в нем, если к.п.д. кипятильника 90%, а напряжение 220В?

Ответ: 5,7А

10 класс

1. Тело массой $m_1 = 2$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 1,5$ кг и не упруго соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом были $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Какое время будут двигаться эти тела после удара, если коэффициент трения равен $\mu = 0,2$.

Ответ: $t = 0,15$ с

2. По гладкой горизонтальной поверхности льда скользят в одном направлении массивный бруск со скоростью $u = 1$ м/с и небольшая шайба со скоростью $v = 3$ м/с, догоняющая бруск. В некоторый момент времени шайба находилась в точке В на расстоянии $L = 1$ м от бруска. Через какое время, считая от этого момента, шайба вернется в точку В? Столкновение шайбы с бруском упругое. Скорость шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска.

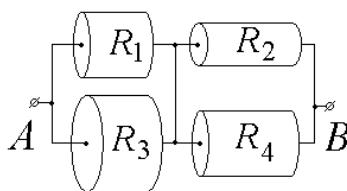
Ответ: 2 с

3. За какое время тело массой 0,5 кг скользнет с наклонной плоскости высотой $h = 1$ м и с углом наклона $\beta = 60^\circ$, если по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ оно движется вниз равномерно.

Ответ: $t = 0,64$ с

4. Два шарика, массы которых $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г, подвешены на одинаковых нитях длиной $L = 50$ см. Шарики соприкасаются. Первый шарик отклонили от положения равновесия на угол 90° и отпустили. Найти высоту, на которую поднимутся шарики после абсолютно неупругого удара?

Ответ: $h = 8$ см



5. Между точками А и В схемы (см. рис.) приложено некоторое постоянное напряжение U . Чему равно сопротивление R_2 , если $R_1 = 3$ Ом, $R_3 = 4$ Ом, $R_4 = 9$ Ом и тепло, выделившееся на сопротивлении R_1 за время $t = 4$ с в три раза больше тепла, выделившегося на сопротивлении R_4 за то же время.

Ответ: 2,1 Ом

6. Алюминиевый шар, радиусом 20 см, вращается с частотой $n = 5$ об/с вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое?

Ответ: $A = 2,06$ кДж

7. На какую глубину x в жидкость плотности $\rho = 1000$ кг/м³ надо погрузить открытую трубку длины $L = 20$ см, чтобы закрыв верхнее отверстие вынуть столбик жидкости высоты $L/2$? Атмосферное давление P . Капиллярными эффектами пренебречь.

Ответ: 0,102 м

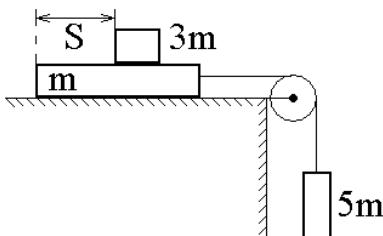
8. Один моль двухатомного идеального газа совершает процесс, протекающий по закону $V \cdot T = \text{const}$, где V и T – соответственно объем и температура газа. Найти отношение молярной теплоемкости такого процесса к универсальной газовой постоянной C/R ?

Ответ: $\frac{C}{R} = 1,5$

11 класс

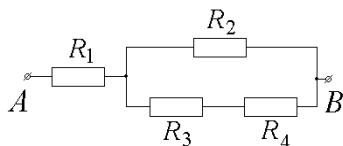
1. Маленький шарик влетает горизонтально со скоростью $V = 3 \text{ м/с}$ в пространство между двумя массивными вертикальными стенками, которые перемещаются со скоростью $U = 1 \text{ м/с}$. Определите горизонтальную и вертикальную составляющие скорости тела после 4-го удара о переднюю стенку. Расстояние между стенками $L = 1 \text{ м}$. Удары абсолютно упругие. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $V_y = 35 \text{ м/с}$; $V_x = -1 \text{ м/с}$.



весомый.

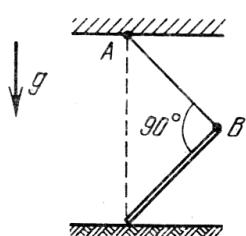
Ответ: 0,338 с



2. Систему из доски массой m , бруска массой $3m$ и груза массой $5m$ удерживают в покое. Затем систему отпускают, и доска движется по горизонтальной поверхности стола. Коэффициент трения доски о стол $\mu = 0,2$. Через какое время брусков свалится с доски, если верхняя поверхность доски абсолютно гладкая, а расстояние от бруска до левого края доски равно $S = 40 \text{ см}$. Нить, соединяющая доску и груз, нерастяжимая и невесомая, блок невесомый.
3. Между точками А и В схемы (см. рис.) приложено некоторое постоянное напряжение U . За $t = 2 \text{ с}$ на сопротивлении R_1 выделилось в три раза больше тепла, чем на сопротивлении R_2 . За это же время через сопротивление R_2 прошел заряд в пять раз больший, чем через сопротивление R_4 ? Чему равно сопротивление R_1 , если $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$.

Ответ: 2,08 Ом.

4. Баллон вместимости $V = 80 \text{ л}$ наполнили воздухом при 27°C до давления 6 МПа . На какой глубине воздухом этого баллона можно вытеснить $V_1 = 600 \text{ м}^3$ воды из цистерны подводной лодки? Температура воздуха после расширения 3°C . Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.
- Ответ: 66,7 м.

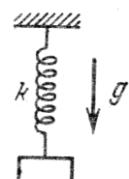


5. Каким должен быть коэффициент трения однородного стержня о пол, чтобы он мог стоять так, как показано на рисунке? Длина нити AB равна длине стержня.

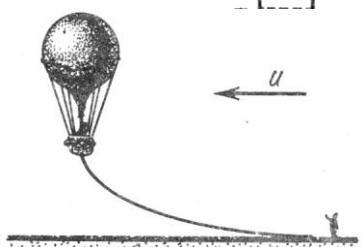
Ответ: 0,33.

6. От груза, неподвижно висящего на пружине жесткости $k = 20 \text{ Н/м}$, отрывается часть массы $m = 50 \text{ г}$. На какую высоту (в см) поднимется после этого оставшаяся часть груза? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: 0,5 см.



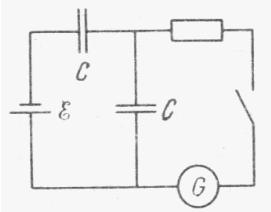
7. Масса воздушного шара вместе с канатом, волочащимся по земле, равна $m = 500 \text{ кг}$; выталкивающая сила, действующая на шар, равна $F = 3 \text{ кН}$; коэффициент трения каната о землю равен $\mu = 0,2$. Сила сопротивления воздуха, действующая на воздушный шар, пропорциональна квадрату скорости шара относительно воздуха:



$f = 20V_{\text{отн}}^2$. Найдите скорость шара относительно земли, если дует горизонтальный ветер со скоростью $u = 5 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.
Ответ: 0,53 м/с.

8. На рисунке изображена электрическая схема, включающая в себя источник с Э.Д.С. $E = 20 \text{ В}$, два одинаковых конденсатора емкостью $C = 5 \text{ мкФ}$, резистор, гальванометр и ключ. В начальный момент времени конденсаторы не заряжены. Какой заряд протечет через гальванометр после замыкания ключа?

Ответ: 10^{-14} Кл.



Заключительный этап

8 класс

1. Однажды после уроков в школе Андрей пригласил своего друга Сашу к себе домой поиграть в компьютерную игру "Гарри Поттер и дары смерти". В одном из эпизодов на экране появляются вместе Беллатриса и Гермиона. У каждой волшебная палочка в одной руке, а в другой – защитный экран, который способен отражать любые энергетические лучи. Приготовившись к атаке, соперницы расположились по краям прямой дорожки длиной $L = 60$ м. В начальный момент $t_0 = 0$ Беллатриса произнесла заклятие, выпустила из волшебной палочки световой импульс большой энергии, и в этот момент они побежали навстречу друг другу со скоростями $V_1 = 10$ м/с и $V_2 = 5$ м/с. Световой импульс, отражаясь от экрана Гермионы, возвращался к Беллатрисе и, снова отражаясь от ее щита, стремился к Гермионе и так вплоть до момента их встречи. Андрей предложил Саше рассчитать путь этого светового импульса за время движения дуэлянтов. Полистав учебник физики, друзья нашли постулат Эйнштейна о том, что скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника, одинакова во всех инерциальных системах отсчета и равна $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Приняв скорость света в воздухе равным c , они оценили путь светового импульса. Какой ответ у них получился?

Решение

$$\text{Время сближения дуэлянтов равно } t = \frac{l}{V_1 + V_2} = \frac{60}{10 + 5} = 4 \text{ с.}$$

За это время свет успел пройти путь равный $S = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 4 = 1,2 \cdot 10^9$ м или 1,2 млн. км.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено время сближения
2	Найден путь луча за это время

2. Андрей и его младшая сестра Лиля обрадовались, увидев в окне густой снегопад, и решили слепить снеговика. Они захватили кастрюлю с площадью основания $S = 1200$ см² и поставили ее на горизонтальную площадку, чтобы туда набралось чистого снега прямо с неба. Через час, когда снеговик красовался среди кустов, они забрали наполовину заполненную снегом кастрюлю и пошли домой. Снег в кастрюле растаял, и Андрей измерил с помощью линейки слой воды в кастрюле, который оказался равен 3 мм. Старший брат решил показать сестренке свои выдающиеся способности к физике и вычислить, сколько снежинок N в среднем находилось в 1 м³ воздуха во время снегопада. Для начала Андрей порылся в справочниках и Интернете и выяснил, что средняя масса снежинки 4 мг, скорость их падения 0,5 км/ч, плотность воды $\rho_1 = 1$ г/см³, плотность льда (из которого состоят снежинки) $\rho_2 = 0,9$ г/см³. Затем он предположил, что снежинки падали вертикально, потому что не было ветра, и получил число N . Какой ответ у него получился?

Решение

$$\text{Объем растаявшейся воды } V = S \cdot h = 1200 \cdot 0,3 = 360 \text{ см}^3$$

$$\text{Масса воды в кастрюле } m = \rho_1 V = 1 \cdot 360 = 360 \text{ г.}$$

$$\text{Количество снежинок, попавших в кастрюлю } N_1 = \frac{m}{m_1} = \frac{360 \text{ г}}{0,004 \text{ г}} = 90000$$

За время 1 час все снежинки, которые находились над кастрюлей и попали в нее, прошли путь $l = 0,5 \cdot 1 = 0,5$ км = 500 м. Объем столба воздуха такой высоты и площадью кастрюли равен

$V_1 = l \cdot S = 500 \cdot 0,12 = 60 \text{ м}^3$. Таким образом, количество снежинок в 1 м³ легко посчитать:

$$N = \frac{N_1}{V_1} = \frac{90000}{60} = 1500 \text{ шт/м}^3$$

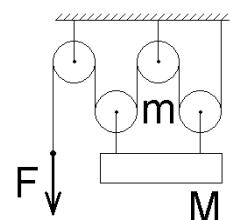
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

1	Определен объем воды в кастрюле и масса воды.
2	Найдено число снежинок в кастрюле.
3	Вычислено число снежинок в единице объема.

3. На подъемное устройство, состоящее из четырех одинаковых блоков массы $m = 5 \text{ кг}$ каждый, подвешено тело массы $M = 50 \text{ кг}$, как показано на рисунке.

Вопрос 1. Чему равен коэффициент полезного действия такого устройства при равномерном подъеме груза?

Вопрос 2. Объясните, как изменится КПД и почему, если поднимать груз с ускорением.



Решение

Полезной работой нужно считать увеличение потенциальной энергии тела M . Полная работа идет на увеличение потенциальной энергии не только тела M , но и двух блоков. Таким образом

$$\eta = \frac{Mgh}{(M+2m)gh} = \frac{M}{2m+M} = \frac{50}{10+50} = \frac{5}{6} = 0,833$$

Если груз поднимать с ускорением, то к полной работе добавится еще изменение кинетической энергии всей системы тел, а полезная работа остается такой же, поэтому кпд уменьшится.

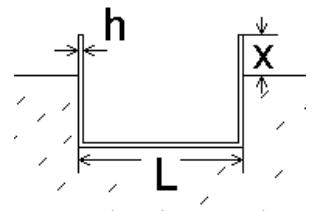
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

1	Определена полезная работа устройства
2	Определена полная работа
3	Объяснено уменьшение кпд устройства.

4. В воде плавает пустой аквариум кубической формы, изготовленный из органического стекла с плотностью 1180 кг/м^3 . Длина его стороны $L = 20 \text{ см}$, а толщина стенок $h = 5 \text{ мм}$.

Вопрос 1. На сколько сантиметров над поверхностью воды выступает верхний край аквариума?

Вопрос 2. Груз какой массы можно положить в аквариум, чтобы он не затонул?



Решение

Найдем объем стекла, из которого изготовлен аквариум: $V = S \cdot h$

$$S = L^2 + 2 \cdot L \cdot (L-h) + 2 \cdot (L-2h) \cdot (L-h) = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 19,5 + 2 \cdot 19 \cdot 19,5 = 1921 \text{ см}^2$$

$$V = 1921 \cdot 0,5 = 960,5 \text{ см}^3 = 9,605 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Масса аквариума $m = \rho V = 1180 \cdot 9,605 \cdot 10^{-4} = 1,13 \text{ кг}$

Так как аквариум плавает, то сила Архимеда компенсирует силу тяжести

$$\rho_{\text{воды}} g V_{\text{погр}} = mg$$

отсюда следует, что объем погруженной части равен $V_{\text{погр}} = \frac{m}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{1,13}{1000} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$

Так как площадь основания погруженной части равна $S_{och} = L^2 = 20^2 = 400 \text{ см}^2 = 0,04 \text{ м}^2$, то глубина погружения равна $\Delta h = \frac{V_{nozr}}{S} = \frac{1,13 \cdot 10^{-3}}{0,04} = 0,028 \text{ м}$ или всего 2,8 см. Верхняя часть аквариума выступает на $x = L - \Delta h = 20 - 2,8 = 17,2 \text{ см}$. Если аквариум погрузится почти полностью, то сила Архимеда станет равной $F_A = \rho_{воды} g \cdot L^3 = 1000 \cdot 10 \cdot 0,2^3 = 80 \text{ Н}$. Эта сила может скомпенсировать вес тела массой 8 кг. То есть, если вычесть массу самого аквариума, то можно найти максимально возможную массу груза $m_{ep} = 8 - 1,13 = 6,87 \text{ кг}$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определен объем стекла, из которого изготовлен аквариум и его масса
2	Записан закон Архимеда и определен объем погруженной части
3	Определена глубина погружения и высота выступающей части
4	Определена максимально возможная масса груза, которую можно поместить в аквариум, чтобы он не затонул

5. В теплоизолированный цилиндр положили замороженный до $t = -30^\circ\text{C}$ кубик льда, длина стороны которого $a = 5 \text{ см}$, и закрыли теплонепроницаемым поршнем. Откачивав весь воздух, под поршень впустили $m_1 = 2 \text{ г}$ водяного пара при температуре 100°C . Сколько воды окажется в сосуде после установления теплового равновесия?

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$, удельная теплота парообразования воды $L = 2,3 \text{ МДж/кг}$.

Решение

Масса льда $m_2 = \rho_2 a^3 = 900 \cdot 0,05^3 = 0,1125 \text{ кг}$.

Предположим, что пар сконденсировался воду и эта вода остыла до 0°C . При этом может выделяться тепло $Q_1 = m_1 L + m_1 c_1 (100 - 0) = 0,002 \cdot 2,3 \cdot 10^6 + 0,002 \cdot 4200 \cdot 100 = 4600 + 840 = 5440 \text{ Дж}$.

Для нагревания ледяного кубика до 0°C необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-30)) = 0,1125 \cdot 2100 \cdot 30 = 7087,5 \text{ Дж}$$

Как видно, это больше, чем может дать пар и вода на $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 7087,5 - 5440 = 1647,5 \text{ Дж}$.

Этой энергии хватит, чтобы заморозить $\Delta m = \frac{\Delta Q}{\lambda} = \frac{1647,5}{0,33 \cdot 10^6} = 0,005 \text{ кг}$ воды. Но под поршнем всего 2 грамма воды из пара, так что вся эта вода замерзнет и под поршнем не будет воды.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определена масса льда
2	Определено количество тепла, выделяемое при конденсации пара и его остыивания до 0°C
3	Определено количество тепла, необходимое для нагревания льда до 0°C
4	Сделан вывод о том, что вода, образовавшаяся из пара, должна превратиться в лед, и вычислено количество воды, которое лед может заморозить
5	Определено, что воды не останется в сосуде, она вся превратится в лед

6. Кусок медной проволоки подключили к источнику постоянного напряжения. При этом на проволоке выделяется мощность P . На сколько процентов изменится выделяемая мощность, если проволоку равномерно растянуть в два раза с помощью станка?

Решение

Так как объем проволоки не может измениться, то при увеличении длины в 2 раза площадь сечения должна уменьшиться в 2 раза, а сопротивление проволоки при этом увеличивается в 4 раза, так как $R = \frac{\rho l}{S}$. Мощность находится по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, значит она уменьшается в 4 раза, т.е. уменьшается на 75%.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

- | | |
|---|--|
| 1 | Определено изменение площади поперечного сечения |
| 2 | Определено изменение сопротивления проволоки |
| 3 | Определено изменение мощности |

7. На первом рисунке изображена электрическая схема, в которой последовательно с источником тока (с нулевым внутренним сопротивлением) включены два резистора, причем $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Идеальный амперметр и вольтметр показывают соответственно силу тока 1 А и напряжение 3 В. Насколько изменятся показания, если амперметр и вольтметр поменять местами?

Решение

Из закона Ома найдем сопротивление $R_1 = \frac{U}{I} = \frac{3}{1} = 3 \text{ Ом}$. Если вольтметр идеальный, то через него ток не течет, а значит, через резистор R_2 течет такой же ток 1 А. Найдем ЭДС источника: $E = I(R_1 + R_2) = 1 \cdot (3 + 10) = 13 \text{ В}$.

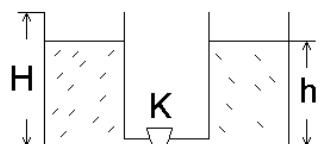
Так как амперметр идеален, то его сопротивление равно нулю, а значит напряжение на нем на второй схеме равно 0, поэтому вольтметр покажет 0 В. Но ток через амперметр протекает с учетом только резистора R_2 , то есть $I' = \frac{E}{R_2} = \frac{13}{10} = 1,3 \text{ А}$.

Показания изменятся: у вольтметра на 3 В уменьшатся, у амперметра на 0,3 А увеличатся.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

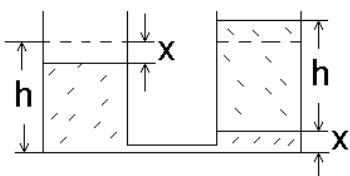
- | | |
|---|---|
| 1 | Определено сопротивление R_1 , определена ЭДС источника E |
| 2 | Определено показание вольтметра |
| 3 | Определено показание амперметра |

8. На столе стоят два одинаковых цилиндрических сосуда с площадью основания $S = 20 \text{ см}^2$ и высотой $H = 10 \text{ см}$, заполненные на девять десятых объема: один – водой, а второй – рыбьим жиром. Сосуды в нижней части соединены трубкой, закрытой краном.



Перельется ли рыбий жир через край сосуда, если кран открыть? Если перельется, то сколько грамм? Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность рыбьего жира 645 кг/м^3 .

Решение



Найдем, на сколько понизится уровень воды, а соответственно повысится уровень рыбьего жира. Для этого используем равенство давлений в двух сосудах на уровне контакта жидкостей в правом сосуде.

$$\rho_{\text{воды}} g (h - 2x) = \rho_{\text{жира}} g h \Rightarrow x = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\rho_{\text{жира}}}{\rho_{\text{воды}}} \right) = \frac{9}{2} (1 - 0,645) = 1,6 \text{ см}$$

Так как до верха сосуда оставался всего 1 см, то этот расчет показывает, что рыбий жир выльется из сосуда.

Найдем высоту столба рыбьего жира, считая, что его уровень совпадает с верхним краем сосуда

$$\rho_{\text{воды}} g (h - 2x) = \rho_{\text{жира}} g (H - x) \Rightarrow x = \frac{\rho_{\text{воды}} h - \rho_{\text{жира}} H}{2\rho_{\text{воды}} - \rho_{\text{жира}}} = \frac{1000 \cdot 9 - 645 \cdot 10}{2 \cdot 1000 - 645} = 1,88 \text{ см}$$

Этот результат показывает, что высота столба рыбьего жира уменьшился на $\Delta h = 0,88$ см или объем уменьшился на $\Delta V = 0,88 \cdot 20 = 17,6 \text{ см}^3$

Масса такого объема равна $\Delta m = \rho_{\text{жира}} \Delta V = 645 \cdot 17,6 \cdot 10^{-6} = 0,0114 \text{ кг}$ или 11,4 грамма

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено, на сколько должен повысится уровень рыбьего жира в сосуде. Сделан вывод о том, что он должен выливаться.
2	Найдена высота столба рыбьего жира, при котором наступит равновесие и определено столбик какой высоты выльется.
3	Найдено уменьшение объема рыбьего жира и масса этого объема

9 класс

1. На экзамене по физике Андрей размышлял о задаче про мотоциклиста и автомобиль, которые стартовали из разных городов с разными скоростями. Выбирая метод решения этой кинематической задачи, он вдруг вспомнил недавний случай, когда знания физики и быстрый расчет помогли ему не попасть в аварию. Однажды Света, которая всегда сидела в классе на задней парте, уговорила Андрея научить ее кататься на велосипеде где-нибудь в центральном парке им. Белоусова. И вот он уже едет впереди, а Света – позади него по узкой асфальтированной дорожке. Съехав с горки, Андрей остановился на горизонтальном участке пути посмотреть, как справится со спуском его подруга. Но, разогнавшись до скорости 72 км/ч в конце спуска, она вдруг стала кричать, что не знает, как затормозить. Когда Андрей сообразил, что столкновение неизбежно, между ними оставалось 60 м, и в этот момент $t_0 = 0$ он изо всех сил надавил на педали. Каким-то чудом ему удалось почти мгновенно рассчитать, что максимально возможного постоянного ускорения 4 м/с^2 , которое ему всегда удавалось развивать, вполне достаточно, чтобы их велосипеды не столкнулись даже при условии, что Света будет ехать с той же постоянной скоростью.

Вопрос 1. Каково же оказалось минимальное расстояние между ними в процессе дальнейшего движения?

Вопрос 2. Через какое время после момента t_0 Андрей мог бы начать свое движение и все-таки избежать столкновения?

Решение

Легче решать задачу в инерциальной системе координат, связанной с Андреем. Тогда Света в этой системе отсчета будет иметь начальную скорость 72 км/ч или 20 м/с и тормозящее ускорение 4 м/с^2 . Можно рассчитать путь Светы до остановки в этой ИСО:

$$\begin{cases} V = V_0 - at = 0 \\ S = V_0 t - \frac{at^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{V_0}{a} = \frac{20}{4} = 5 \text{ с} \\ S = 20 \cdot 5 - \frac{4 \cdot 5^2}{2} = 50 \text{ м} \end{cases}$$

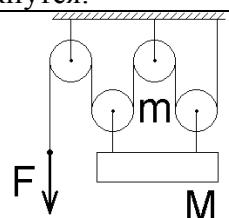
Таким образом, Света приблизилась к Андрею на минимальное расстояние 10 м. У Андрея был запас времени, чтобы начать свое движение, равный времени движения Светы со скоростью 20 м/с на пути 10 м: $t = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ с}$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Записаны кинематические уравнения, описывающие законы движения Андрея и Светы.
2	Определено минимальное расстояние между ребятами.
3	Определено время задержки Андрея, при котором они все-таки не столкнутся.

2. На подъемное устройство, состоящее из четырех одинаковых блоков массы $m = 5 \text{ кг}$ каждый, подвешено тело массы $M = 50 \text{ кг}$, как показано на рисунке.

Вопрос 1. Чему равен коэффициент полезного действия такого устройства при равномерном подъеме груза?

Вопрос 2. Объясните, как изменится КПД и почему, если поднимать груз с ускорением.



Решение

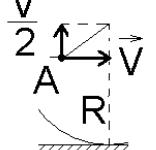
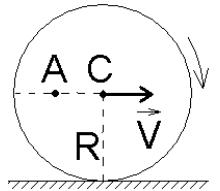
Полезной работой нужно считать увеличение потенциальной энергии тела M . Полная работа идет на увеличение потенциальной энергии не только тела M , но и двух блоков. Таким образом

$$\eta = \frac{Mgh}{(M + 2m)gh} = \frac{M}{2m + M} = \frac{50}{10 + 50} = \frac{5}{6} = 0,833$$

Если груз поднимать с ускорением, то к полной работе добавится еще изменение кинетической энергии всей системы тел, а полезная работа остается такой же, поэтому кпд уменьшится.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определена полезная работа устройства
2	Определена полная работа
3	Объяснено уменьшение кпд устройства.

3. Колесо от велосипеда радиуса $R = 0,5$ м катится без проскальзывания по прямой дороге со скоростью $V = 108$ км/ч. В некоторый момент $t_0 = 0$ точка А, находящаяся на спице колеса на расстоянии $r = \frac{R}{2}$ от центра С, оказалась на одной горизонтали с центром. Оцените путь, который проделает точка А относительно земли к моменту времени $t = 1$ мс.



Движение точки А можно разложить на две составляющие: $V_1 = V$ и

$V_2 = \omega \frac{R}{2}$, которая направлена перпендикулярно радиусу колеса, а значит в момент $t_0 = 0$ вертикально вверх. Угловая скорость вращения $\omega = \frac{V}{R}$, таким образом $V_2 = \frac{V}{2}$.

Используя теорему Пифагора, найдем мгновенную скорость точки А в начальный момент $V_A = \sqrt{V^2 + (V/2)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}V$. Считая, что за очень малое время 1 мс скорость изменяется несущественно, найдем путь по формуле равномерного движения: $l = V_A t = \frac{\sqrt{5}}{2}Vt = \frac{\sqrt{5}}{2}30 \cdot 10^{-3} = 33$ мм.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Верно определена скорость движения точки А, как векторная сумма скорости движения центра масс и скорости вращательного движения вокруг оси проходящей через центр масс
2	Сделан вывод о том, что время мало и скорость не успеет существенно измениться
3	Определен путь, пройденный точкой А

4. Андрей и его младшая сестра Лиля обрадовались, увидев в окне густой снегопад, и решили слепить снеговика. Они захватили кастрюлю с площадью основания $S = 1200 \text{ см}^2$ и поставили ее на горизонтальную площадку, чтобы туда набралось чистого снега прямо с неба. Через час, когда снеговик красовался среди кустов, они забрали наполовину заполненную снегом кастрюлю и пошли домой. Снег в кастрюле растаял, и Андрей измерил с помощью линейки слой воды в кастрюле, который оказался равен 3 мм. Старший брат решил показать сестренке свои выдающиеся способности к физике и вычислить, сколько снежинок N в среднем находилось в 1 м^3 воздуха во время снегопада. Для начала Андрей порылся в справочниках и Интернете и выяснил, что средняя масса снежинки 4 мг, скорость их падения 0,5 км/ч, плотность воды $\rho_1 = 1 \text{ г}/\text{см}^3$, плотность льда (из которого состоят снежинки) $\rho_2 = 0,9 \text{ г}/\text{см}^3$. Затем он предположил, что снежинки падали вертикально, потому что не было ветра, и получил число N . Какой ответ у него получился?

Решение

Объем растаявшейся воды $V = S \cdot h = 1200 \cdot 0,3 = 360 \text{ см}^3$

Масса воды в кастрюле $m = \rho_1 V = 1 \cdot 360 = 360 \text{ г}$.

$$\text{Количество снежинок, попавших в кастрюлю } N_1 = \frac{m}{m_1} = \frac{360 \text{ г}}{0,004 \text{ г}} = 90000$$

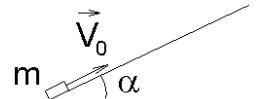
За время 1 час все снежинки, которые находились над кастрюлей и попали в нее, прошли путь $l = 0,5 \cdot 1 = 0,5 \text{ км} = 500 \text{ м}$. Объем столба воздуха такой высоты и площадью кастрюли равен $V_1 = l \cdot S = 500 \cdot 0,12 = 60 \text{ м}^3$. Таким образом, количество снежинок в 1 м^3 легко посчитать:

$$N = \frac{N_1}{V_1} = \frac{90000}{60} = 1500 \text{ шт/м}^3$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

1	Определен объем воды в кастрюле и масса воды
2	Найдено число снежинок в кастрюле
3	Вычислено число снежинок в единице объема

5. На наклонную плоскость, имеющую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, положили небольшое тело массы $m = 1 \text{ кг}$. Затем его толкнули вверх вдоль наклонной плоскости со скоростью $V_0 = 10 \text{ м/с}$, заставив его двигаться прямо-линейно. Коэффициент трения скольжения тела о поверхность равен $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Вопрос 1. Какой путь проделает тело за время нахождения на наклонной плоскости?

Вопрос 2. Во сколько раз изменится путь при движении по наклонной плоскости, если коэффициент трения увеличить в 2 раза?

Решение

Найдем ускорение тела по 2-му закону Ньютона:

$$-mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_x \quad a_x = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -10 (0,5 + 0,3 \cdot \sqrt{3}/2) = -7,6 \text{ м/с}^2$$

Путь до остановки найдем из уравнения без времени:

$$S_x = \frac{0 - V_{0x}^2}{2a_x} = \frac{-100}{-2 \cdot 7,6} = 6,6 \text{ м}$$

После остановки тело пройдет такой же путь в обратном направлении, то есть весь путь будет равен 13,2 м.

Если увеличить коэффициент трения μ в два раза ($\mu = 0,6$), то тело до остановки пройдет с ускорением $a_x = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -10 (0,5 + 0,6 \cdot \sqrt{3}/2) = -10,2$ путь, равный

$$S_x = \frac{-100}{-2 \cdot 10,2} = 4,9 \text{ м. Далее он не сдвинется с места, так как (сила трения покоя равна касательной к плоскости составляющей силы тяжести) } \tan \alpha < \mu$$

Таким образом, общий путь останется

$$S_x = 4,9 \text{ м, что в } \frac{13,2}{4,9} = 2,7 \text{ раз меньше, чем в первом случае.}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

1.	Верно записан второй закон Ньютона для движения тела с трением по наклонной плоскости.
2.	Из кинематических уравнений определено расстояние, пройденное телом до остановки.
3.	Получено условие, при котором оно вновь начнет двигаться в обратном направлении $\tan \alpha > \mu$
4.	Получен путь, пройденный телом вдоль наклонной плоскости $S_1 = 13,2 \text{ м}$
5.	Повторены пункты 1. и 2. 3. для движения с новым коэффициентом трения и сделан вывод, что он не сдвинется с места, так как $\tan \alpha < \mu$
6.	Определен путь пройденный телом вдоль наклонной плоскости $S_2 = 4,9 \text{ м}$ и верно найдено отношение $S_1 / S_2 = 2,7$

6. Кусок медной проволоки подключили к источнику постоянного напряжения. При этом на проволоке выделяется мощность P . На сколько процентов изменится выделяемая мощность, если проволоку равномерно растянуть в два раза с помощью станка?

Решение

Так как объем проволоки не может измениться, то при увеличении длины в 2 раза площадь сечения должна уменьшиться в 2 раза, а сопротивление проволоки при этом увеличивается в 4 раза, так как $R = \frac{\rho l}{S}$. Мощность находится по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, значит, она уменьшается в 4 раза, т.е. уменьшается на 75%.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено изменение площади поперечного сечения
2	Определено изменение сопротивления проволоки
3	Определено изменение мощности

7. В теплоизолированный цилиндр положили замороженный до $t = -30^{\circ}\text{C}$ кубик льда, длина стороны которого $a = 5 \text{ см}$, и закрыли теплонепроницаемым поршнем. Откачивав весь воздух, под поршень впустили $m_l = 2,5 \text{ г}$ водяного пара при температуре 100°C . Сколько воды окажется в сосуде после установления теплового равновесия?

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г}/\text{см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г}/\text{см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж}/\text{кг}$, удельная теплота парообразования воды $L = 2,3 \text{ МДж}/\text{кг}$.

Решение

$$\text{Масса льда } m_2 = \rho_2 a^3 = 900 \cdot 0,05^3 = 0,1125 \text{ кг.}$$

Предположим, что пар сконденсировался воду, и эта вода остыла до 0°C . При этом может выделяться тепло $Q_1 = m_l L + m_l c_1 (100 - 0) = 0,0025 \cdot 2,3 \cdot 10^6 + 0,0025 \cdot 4200 \cdot 100 = 5750 + 1050 = 6800 \text{ Дж}$

Для нагревания ледяного кубика до 0°C необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-30)) = 0,1125 \cdot 2100 \cdot 30 = 7087,5 \text{ Дж.}$$

Как видно, это больше, чем может дать пар и вода на $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 7087,5 - 6800 = 287,5 \text{ Дж.}$

Эту энергию лед получит при замерзании $\Delta m = \frac{\Delta Q}{\lambda} = \frac{287,5}{0,33 \cdot 10^6} = 0,00087 \text{ кг} = 0,87 \text{ г}$ воды. Но

под поршнем есть 2,5 грамма воды из пара, так что под поршнем останется незамерзшими $(2,5 - 0,87) = 1,63$ грамма воды.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определена масса льда.
2	Определено количество тепла, выделяемое при конденсации пара и его остыивания до 0°C
3	Определено количество тепла, необходимое для нагревания льда до 0°C
4	Сделан вывод о том, что часть воды образовавшейся из пара должна превратиться в лед и вычислено это количество воды
5	Определено сколько воды останется в сосуде

8. На рис.1 изображена электрическая схема, в которой к идеальному источнику тока с ЭДС $E = 27 \text{ В}$ последовательно подсоединены два резистора с сопротивлениями $R_1 = 4 \text{ Ом}$ и

$R_2 = 5 \text{ Ом}$, а также амперметр с сопротивлением $0,3 \text{ Ом}$ (рис.2). Параллельно к резистору R_1 подключен вольтметр (рис.3) с сопротивлением 10 кОм .

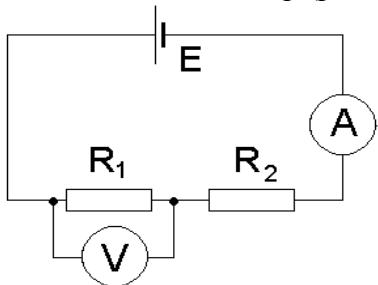


Рис.1. Электрическая схема

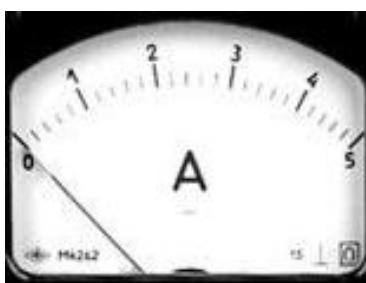


Рис.2 Амперметр

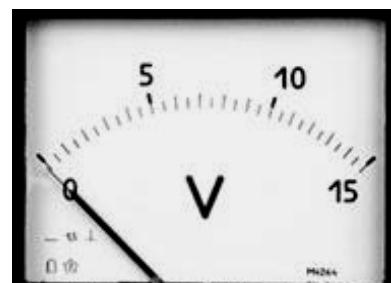


Рис.3 Вольтметр

Для теоретического расчета тока и напряжения на участках цепи часто считают, что вольтметр и амперметр идеальны, то есть сопротивление амперметра приравнивают к нулю, а сопротивление вольтметра считают очень большим, стремящимся к бесконечности. Можно ли утверждать, что в схеме на рис.1 можно принять такое упрощение, и результат не будет отличаться от реального.

Замечание. Если рассчитанная величина отличается от реально измеренной по прибору меньше, чем на половину цены деления этого прибора, то говорят, что эти величины равны между собой с точностью до погрешности прибора.

Решение

Из рисунков 2 и 3 определим цену деления приборов ω и погрешность прибора $\Delta = \omega/2$

Для амперметра $\omega = 0,2 \text{ А}$, $\Delta = 0,1 \text{ А}$

Для вольтметра $\omega = 0,5 \text{ В}$, $\Delta = 0,25 \text{ В}$

Рассмотрим случай с идеальными приборами.

Показание амперметра в такой цепи было бы равно $I_{u0} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{27}{4+5} = 3 \text{ А}$

Показание вольтметра в этом случае было бы равно $U_{u0} = I_{u0} R_1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ В}$

Теперь рассмотрим реальный случай. Общее сопротивление резистора R_1 и параллельного

вольтметра обозначим как $R_{1,V} = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} = \frac{4 \cdot 10000}{4+10000} = 3,9984 \text{ Ом}$

Реальные показания амперметра будут такими: $I_{реальн} = \frac{E}{R_{1,V} + R_2 + R_A} = \frac{27}{3,9984+5+0,3} = 2,904 \text{ А}$

а вольтметра такими $U_{реальн} = I_{реальн} \cdot R_{1,V} = 2,904 \cdot 3,9984 = 11,611 \text{ В}$

Таким образом, можно сравнить отличия в показаниях с погрешностью приборов

$I_{u0} - I_{реальн} = 3 - 2,904 = 0,096 \text{ А}$. Это меньше, чем $\Delta = 0,1 \text{ А}$, и значит, различия не существенны и амперметр можно заменить идеальным.

$U_{u0} - U_{реальн} = 12 - 11,611 = 0,389 \text{ В}$. Это больше, чем $\Delta = 0,25 \text{ В}$, и значит, что различия превышают погрешность прибора и вольтметр нельзя в расчетах заменить на идеальный.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определены погрешности приборов
2	Определены ток и напряжение, показанные идеальными приборами
3	Определены реальные показания вольтметра
4	Определены реальные показания амперметра
5	Сделан вывод: амперметр можно считать идеальным, вольтметр нет

10 класс

1. На экзамене по физике Андрей размышлял о задаче про мотоциклиста и автомобиль, которые стартовали из разных городов с разными скоростями. Выбирая метод решения этой кинематической задачи, он вдруг вспомнил недавний случай, когда знания физики и быстрый расчет помогли ему не попасть в аварию. Однажды Света, которая всегда сидела в классе на задней парте, уговорила Андрея научить ее кататься на велосипеде где-нибудь в центральном парке им. Белоусова. И вот он уже едет впереди, а Света – позади него по узкой асфальтированной дорожке. Съехав с горки, Андрей остановился на горизонтальном участке пути посмотреть, как справится со спуском его подруга. Но, разогнавшись до скорости 72 км/ч в конце спуска, она вдруг стала кричать, что не знает, как затормозить. Когда Андрей сообразил, что столкновение неизбежно, между ними оставалось 60 м, и в этот момент $t_0 = 0$ он изо всех сил надавил на педали. Каким-то чудом ему удалось почти мгновенно рассчитать, что максимально возможного постоянного ускорения 4 м/с^2 , которое ему всегда удавалось развивать, вполне достаточно, чтобы их велосипеды не столкнулись даже при условии, что Света будет ехать с той же постоянной скоростью.

Вопрос 1. Каково же оказалось минимальное расстояние между ними в процессе дальнейшего движения?

Вопрос 2. Через какое время после момента t_0 Андрей мог бы начать свое движение и все-таки избежать столкновения?

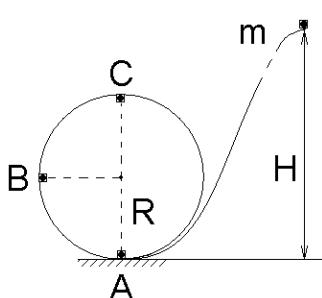
Решение

Легче решать задачу в инерциальной системе координат, связанной с Андреем. Тогда Света в этой системе отсчета будет иметь начальную скорость 72 км/ч или 20 м/с и тормозящее ускорение 4 м/с^2 . Можно рассчитать путь Светы до остановки в этой ИСО:

$$\begin{cases} V = V_0 - at = 0 \\ S = V_0 t - \frac{at^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{V_0}{a} = \frac{20}{4} = 5 \text{ с} \\ S = 20 \cdot 5 - \frac{4 \cdot 5^2}{2} = 50 \text{ м} \end{cases}$$

Таким образом, Света приблизилась к Андрею на минимальное расстояние 10 м. У Андрея был запас времени, чтобы начать свое движение, равный времени движения Светы со скоростью 20 м/с на пути 10 м: $t = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ с}$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Записаны кинематические уравнения, описывающие законы движения Андрея и Светы
2	Определено минимальное расстояние между ребятами
3	Определено время задержки Андрея, при котором они все-таки не столкнутся



2. Небольшое тело массы m соскальзывает с некоторой высоты вниз по наклонному желобу, переходящему в "мертвую петлю" радиуса $R = 1 \text{ м}$ (см. рис.), и далее продолжает двигаться по окружности, не отрываясь от поверхности. В верхней точке С тело на миг перестает оказывать давление на поверхность желоба. Во сколько раз давление тела в точке А больше, чем в точке В? Трением во время движения пренебречь.

Решение

По 3-му закону Ньютона силу давления на поверхность можно приравнять к силе реакции этой поверхности.

Из 2-го закона Ньютона найдем силу реакции тела в разных точках.

в точке А: $N_1 = mg + \frac{mV_1^2}{R}$, в точке В: $N_2 = \frac{mV_2^2}{R}$, в точке С: $N_3 = \frac{mV_3^2}{R} - mg = 0 \Rightarrow V_3^2 = gR$

Применим закон сохранения энергии и выразим скорости V_2 и V_1 через V_3 :

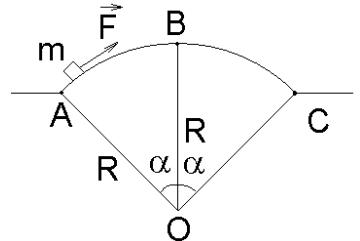
$$\frac{mV_2^2}{2} + mgR = \frac{mV_3^2}{2} + 2mgR \Rightarrow V_2^2 = V_3^2 + 2gR = 3gR,$$

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_3^2}{2} + mg2R \Rightarrow V_1^2 = V_3^2 + 4gR = 5gR$$

$N_2 = 3mg$, $N_1 = mg + 5mg = 6mg$. Таким образом, в нижней точке вес в $\frac{N_1}{N_2} = \frac{6}{3} = 2$ раза больше, чем в точке В.

КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ	
1	Применен закон сохранения энергии для определения связи между скоростями в т. В, т. А и т. С
2	Указан 3-й закон Ньютона для замены веса на силу реакции опоры. Записан 2-й закон Ньютона для определения веса тела в разных точках
3	Использовано условие задачи о равенстве веса тела в т. С нулю найдена скорость в точке С
4	Получена итоговая формула для определения соотношения веса в точках А и В, получен ответ в 2 раза больше

3. Груз массы $m = 5$ кг очень медленно втаскивают на горку по дуге окружности АВ с угловым размером $\alpha = 60^\circ$ и радиусом $R = 10$ м, прикладывая по касательной к траектории такую силу F , чтобы движение груза было равномерным. При подъеме сила трения совершила работу, модуль которой равен 10 Дж. Из точки В груз слегка толкали до тех пор, пока он стал самостоятельно съезжать с горки под действием силы тяжести по такой же дуге ВС вниз. Коэффициент трения μ на всей дуге АВС одинаков. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



Вопрос 1. Чему равна работа силы F на участке пути АВ?

Вопрос 2. Изменится ли работа силы трения на участке ВС? Если изменится, то станет больше или меньше? Объяснить.

Вопрос 3. Найти коэффициент трения на дуге АВ.

Решение

Работа неконсервативных сил равна изменению полной механической энергии. В этом случае работ две: силы тяги и силы трения. Кинетической энергией можно пренебречь, так как втаскивали очень медленно. Таким образом,

$$A_F + A_{mp} = \Delta E_{nom} = mgh = mgR(1 - \cos \alpha) = 5 \cdot 10 \cdot 10(1 - 0,5) = 250 \text{ Дж.}$$

$$\text{Работа силы } A_F = \Delta E_{nom} - A_{mp} = 250 - (-10) = 260 \text{ Дж.}$$

Если отпустить груз с вершины, то он разгонится и будет иметь скорость большую, чем на участке АВ. Пусть угол между силой тяжести и радиусом равен β . Из 2-го закона Ньютона

$$mg \cos \beta - N = \frac{mV^2}{R}$$

можно убедиться, что нормальная реакция опоры

$$N = mg \cos \beta - \frac{mV^2}{R}$$

будет меньше, чем на аналогичных участках на дуге АВ, а значит, и сама сила трения $F_{mp} = \mu N$ тоже будет меньше. Если груз не оторвётся от поверхности, то путь ВС и АВ одинаковы, значит работа будет меньше там, где меньше сила трения, т.е. на участке ВС.

Работу силы трения на дуге АВ можно рассчитать как сумму

$$A_{mp} = \sum \mu mg \cos \beta \Delta l = \mu mg \sum \Delta x = \mu mg R \sin \alpha$$

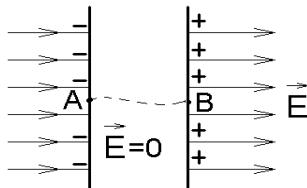
Отсюда найдем коэффициент трения

$$\mu = \frac{A_{mp}}{mg R \sin \alpha} = \frac{10}{5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}/2} = 0,023$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определена работа силы F
2	Определена сила нормальной реакции опоры и сила трения при спуске; показано, что с увеличением скорости сила трения становится меньше
3	Вычислена работа силы трения
4	Определен коэффициент трения

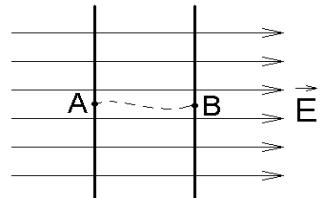
4. Две параллельные бесконечные тонкие металлические незаряженные пластины внесли во внешнее однородное электростатическое поле с напряженностью $E = 20$ кВ/м, вектор которой перпендикулярен плоскости пластин. Затем пластины соединили проводником в точках А и В.

Вопрос 1. С какой силой будет действовать внешнее поле на участок одной из пластин площадью $S = 1$ см²?



Вопрос 2. Если не удерживать пластины, то будут ли они приближаться друг к другу, или останутся на месте, или провод АВ натягивается?

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



Решение

Так как разность потенциалов между пластины стала равна 0, это означает, что поле между ними исчезает из-за того, что на самих пластинах индуцируются разноименные заряды, создающие такое же электрическое поле, но в противоположном направлении. Пусть расстояние между пластинаами равно d. Рассмотрим плоский конденсатор с площадью пластин $S = 1$ см² и расстоянием между ними d, внутри которого создано поле $E = 20$ В/м. Тогда

$$U = E \cdot d = \frac{q}{C} = \frac{q}{\epsilon_0 S / d} \Rightarrow q = \epsilon_0 E S = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} = 1,77 \cdot 10^{-11}$$
 Кл. На такой заряд

внешнее поле действует силой $F = qE = 1,77 \cdot 10^{-11} \cdot 20 \cdot 10^3 = 3,54 \cdot 10^{-8}$ Н.

Надо учесть то, что поле между пластинаами создается каждой пластиной одинаково и в одну сторону. Это означает, что одна пластина создает поле $E_1 = \frac{E}{2} = 10$ кВ/м, притягивая к себе за-

ряд на другой пластине с силой $F_1 = q \cdot E_1 = \frac{F}{2}$. Таким образом, сила притяжения в два раза

меньше силы отталкивания, что приведет к натяжению провода АВ.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено поле между пластинаами и определен знак зарядов на пластинах и его величина.
2	Определена сила, с которой внешнее поле действует на пластины
3	Определена сила взаимодействия пластина.
4	Сделан вывод о том, что провод АВ натягивается.

5. Испытывая скоростные характеристики своей новой метлы Нимбус-2000, Гарри Поттер на половине пути разгонялся, двигаясь прямолинейно и равноускоренно, а на второй половине пути тормозил с таким же по модулю ускорением. Гермиона, сидя на трибуне, решила потренироваться в устном счете. Она разбрала весь путь от старта до остановки на финише на 3 равные части и нашла средние скорости метлы на каждом участке. Во сколько раз средняя скорость на последнем участке меньше средней скорости на втором?

Решение

Выразим время движения на первом участке t_1 и на половине пути t_2 .

$$\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}, \quad \frac{S}{2} = \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{3S}{3a}}, \quad \text{на третьем участке время будет равно времени}$$

на первом. На втором участке время складывается из двух половинок $2(t_2 - t_1)$.

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_1 = \frac{S/3}{t_1}; \quad \bar{V}_2 = \frac{S/3}{2(t_2 - t_1)}; \quad \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_3} = \frac{t_1}{2(t_2 - t_1)} = \frac{\sqrt{2}}{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = 2,22$$

Ответ: в 2,22 раза.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено время движения на каждом из участков
2	Найдены средние скорости
3	Определено во сколько раз средняя скорость на последнем участке меньше средней скорости на втором

6. Жители Фиолетовой страны славились своим мастерством. Починив Железного Дровосека и отполировав его до блеска, они решили наточить его топор на шлифовальном станке. Механик Леста́р расположил лезвие топора под углом $\alpha = 60^\circ$ к поверхности шлифовальной ленты и, чтобы удержать его в таком положении, ему пришлось приложить к точке А силу $F = 200$ Н. Мудрый Страшила наблюдал за работой Лестара и в его голове, набитой соломой, рождались вопросы:

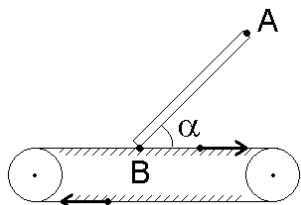
Вопрос 1. Как направлена эта сила F ?

Вопрос 2. Чему равен коэффициент трения топора о ленту?

Вопрос 3. Чему равна сила нормального давления на ленту в точке В?

Для простоты он пренебрёг массой топора. Но самое интересное, что ему хотелось понять, это

Вопрос 4. как Лестар должен прилагать усилие к лезвию топора, чтобы затачивать его, удерживая в том же положении в случае, когда шлифовальная лента изменит направление своего движения.



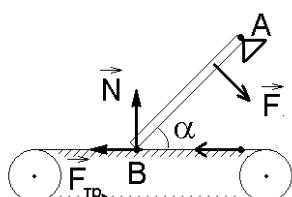
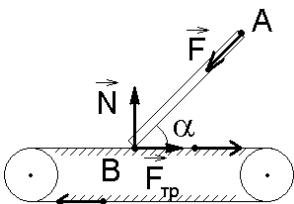
Решение

Так как сумма моментов сил \vec{N} и \vec{F}_{mp} относительно точки А равна 0, то их результирующая направлена вдоль лезвия топора от точки В в точку А. Так как сумма сил $\vec{N} + \vec{F}_{mp} + \vec{F} = 0$, то это значит, что сила \vec{F} направлена тоже вдоль лезвия, но от точки А к точке В.

$$N \cdot l \cdot \cos \alpha - \mu N \cdot l \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow \mu = \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} 60^\circ = 1/\sqrt{3} = 0,577$$

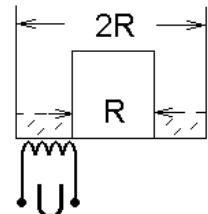
$$\text{Так как } F = \sqrt{N^2 + (\mu N)^2}, \text{ то } N = \frac{F}{\sqrt{1 + \mu^2}} = \frac{200}{\sqrt{1 + 0,577^2}} \approx 182 \text{ Н.}$$

Если изменится направление движения ленты, то надо выбрать точку опоры, например точку А, и приложить момент силы, прижимающей лезвие к ленте, то есть приложить силу, ниже точки А (см. рис.)



КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Использовано уравнение моментов для определения направления силы F.
2	Определен коэффициент трения о ленту
3	Вычислена сила нормальной реакции опоры
4	Использовано уравнение моментов для определения направления силы F.

7. Зимние каникулы растянулись на много дней, и Андрей искал способ с одной стороны заняться чем-то интересным, а с другой стороны подготовиться к ГИА (государственной итоговой аттестации) по физике. На этот раз он заглянул в морозильную камеру, температура в которой была $t_1 = -16^\circ\text{C}$, и нашел там когда-то заполненный водой пластмассовый сосуд, в котором образовавшийся кусок льда принял форму куба со стороной $R = 4 \text{ см}$. Найдя стакан с радиусом R, Андрей положил в него кусок льда и налил кипятка при $t_2 = 100^\circ\text{C}$, так что 30% кубика оказалась в воде. После установления теплового равновесия, юный экспериментатор решил подогреть систему с помощью кипятильника, мощность которого 1 кВт, в течение трех секунд. Что изменилось в сосуде за эти три секунды? Потерями тепла на нагревание сосуда и воздуха пре-небречь, считать, что кипятильник передал всю свою энергию воде.



Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$.

Решение

$$\text{Объем куба } V_2 = R^3 = 0,04^3 = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

Объем воды равен

$$V_1 = (\pi(R)^2 - R^2) \cdot 0,3R = 0,3(\pi - 1)R^3 = 0,3 \cdot (3,14 - 1) \cdot 0,04^3 = 4,11 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

$$\text{Масса воды } m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 4,11 \cdot 10^{-5} = 0,0411 \text{ кг}$$

$$\text{Масса ледяного кубика } m_2 = \rho_2 V_2 = 900 \cdot 6,4 \cdot 10^{-5} = 0,0576 \text{ кг.}$$

При остывании до 0°C вода может выделить

$$Q_1 = m_1 c_1 (100 - 0) = 0,0411 \cdot 4200 \cdot 100 = 17262 \text{ Дж.}$$

Для нагревания и плавления ледяного кубика необходимо

$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-16)) + m_2 \lambda = 0,0576 \cdot 2100 \cdot 16 + 0,0576 \cdot 0,33 \cdot 10^6 = 1935 + 19008 = 20943 \text{ Дж.}$ Как видно, это больше, чем может дать вода на $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 20943 - 17262 = 3681 \text{ Дж.}$ Значит, лед растает не полностью и температура теплового равновесия у системы будет равна 0°C . За минуту кипятильник даст еще тепло $Q_3 = 1000 \cdot 3 = 3000 \text{ Дж}$, которого хватит для плавления еще порции льда массой $\Delta m = \frac{Q_3}{\lambda} = \frac{3000}{0,33 \cdot 10^6} = 0,0091 \text{ кг льда.}$ Таким образом, за минуту нагрева температура системы не изменится, но в стакане станет на 9,1 грамма воды больше.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найдены масса воды и ледяного кубика (0,0411 и 0,0576 кг)
2	Указано количество выделившейся теплоты при остывании воды до 0 Q_1
3	Определено количество теплоты для нагревания и плавления ледяного кубика Q_2
4	Найдена разность $Q_2 - Q_1$ и сделан вывод, что лед растает не полностью и температура теплового равновесия будет равна 0

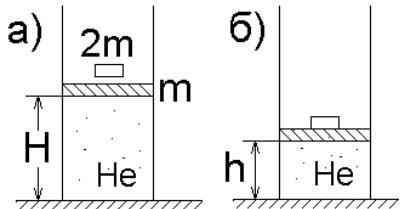
5	Определено количество теплоты, выделенное кипятильником. Q3
6	Найдена масса расплавленного льда 9,1 гр
7	Сделан правильный вывод: за 60 с температура системы не изменится, а воды станет больше на 9,1 гр
8	Если сделан верный вывод, но он не обоснован верно выполненными вычислениями, решение задачи засчитывалось лишь частично

8. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплонепроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество гелия. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху на поршень аккуратно без толчка кладут большой бруск массы $2m$.

Вопрос 1. На сколько процентов уменьшится высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменится температура гелия?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.



Решение

Давление гелия $P_0 = \frac{mg}{S}$ Па. В новом положении равновесия $P = \frac{3mg}{S} = 3P_0$.

По закону изменения энергии найдем работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 0 - 3mg(H - h) \quad (1)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -\frac{3}{2}vR(T - T_0)$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона $P_0SH = vRT_0$ и $3P_0Sh = vRT$ следует, что

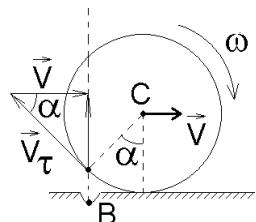
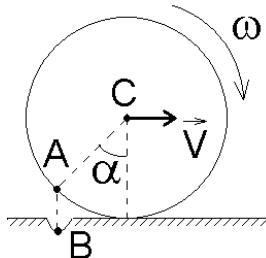
$$\frac{T}{T_0} = \frac{3h}{H} \Rightarrow T = T_0 \frac{3h}{H} \text{ и } A = -\frac{3}{2}vRT_0 \left(\frac{3h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2}P_0SH \left(\frac{3h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2}mg(3h - H) \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2): $3mg(H - h) = 3mg(1,5h - 0,5H)$, найдем новую высоту

$h = \frac{1,5H}{2,5} = 0,6H$, которая уменьшилась на 40%. $\frac{T}{T_0} = \frac{3h}{H} = 1,8$. Температура увеличилась на 80%.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Записаны математические выражения, определяющие давление гелия на поршень в начальный момент времени и после добавления бруска
2	Из закона изменения полной механической энергии найдена работа газа над поршнем с бруском
3	Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для обоих положений равновесия
4	Найдено верное соотношение $T/T_0 = 3h/H$
5	Указано, что газ не получал и не отдавал тепло (теплоизолированная система)
6	Составлено выражения для определения работы по 1 началу термодинамики
7	Приравнены п.2 и п.6 и найдена новая высота ($0,6H$)
8	Найдена новая температура ($1,8T_0$)

Вариант 1



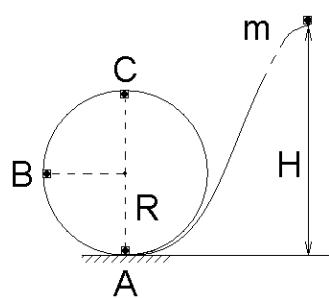
1. Трактор движется с постоянной скоростью $V = 36$ км/ч по просеянной дороге после дождя, и ее колеса радиусом $R = 100$ см, пробуксовывая в грязи, вращаются с угловой скоростью $\omega = 12$ рад/с. Трактор проехал над небольшой ямкой и его слегка тряхнуло. В этот момент от точки А на ободе колеса, которая расположена на одной вертикали с точкой В на дне ямки, оторвался маленький кусочек грязи. Чему равен угол α между вертикалью и радиусом СА, если известно, что кусочек грязи в свободном движении упал в ямку в точке В.

Решение

Если кусочек упал в точку В, значит он двигался по вертикали. Его абсолютная скорость складывается из скорости $V_\tau = \omega R = 12 \cdot 1 = 12$ м/с относительно центра колеса и скорости центра колеса $V = 10$ м/с. Из рисунка видно, что $\cos \alpha = \frac{V}{V_\tau} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} = 0,833$, то есть $\alpha = 33,6^\circ$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

1	Определено направление начальной скорости комочка грязи, которая складывается из скоростей центра масс колеса V и касательной составляющей $V_\tau = \omega R$
2	Верно графически изображен закон сложения скоростей и имеются все построения позволяющие вычислить угол α
3	Верно определен $\cos(\alpha)$ и получен верный ответ $\alpha = \arccos 0,833 = 33,6^\circ$



2. Небольшое тело массы m скользит с некоторой высоты вниз по наклонному желобу, переходящему в "мертвую петлю" радиуса $R = 2$ м (см. рис.), и далее продолжает двигаться по окружности, не отрываясь от поверхности. Вес движущегося тела в точке С в два раза меньше, чем в точке В.

С какой высоты стартовало тело?

Трением во время движения пренебречь.

Решение

Применим закон сохранения энергии и выразим скорости V_2 в точке В и V_3 в точке С через V_1 в точке А:

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + mgR \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 - 2gR,$$

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_3^2}{2} + mg2R \Rightarrow V_3^2 = V_1^2 - 4gR$$

Вес тела это сила, с которой тело давит на опору. По 3-му закону Ньютона вес можно приравнять к реакции опоры.

Из 2-го закона Ньютона найдем вес тела в разных точках.

$$\text{в точке В: } N_2 = \frac{mV_2^2}{R}, \text{ в точке С: } N_3 = \frac{mV_3^2}{R} - mg$$

$$\text{Так как по условию } N_2 = 2N_3, \text{ то } 2\left(\frac{mV_3^2}{R} - mg\right) = \frac{mV_2^2}{R} \text{ или } 2(V_3^2 - gR) = V_2^2$$

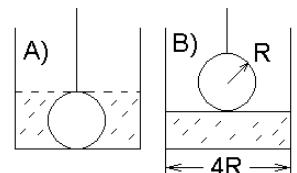
$$2(V_1^2 - 4gR - gR) = (V_1^2 - 2gR) \Rightarrow V_1^2 = 8gR$$

$$\text{И наконец, найдем высоту: } \frac{mV_1^2}{2} = mgH \Rightarrow H = \frac{V_1^2}{2g} = 4R = 8 \text{ м}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Применен закон сохранения энергии для определения связи между скоростями в т. В, т. А и т. С
2	Указан 3-й закон Ньютона для замены веса на силу реакции опоры. Записан 2-й закон Ньютона для определения веса тела в разных точках
3	Использовано условие задачи о соотношении веса тела в т. С и в т. В найдена скорость в точке А
4	Получена итоговая формула для определения искомой высоты, получен верный ответ: 8м

3. Металлический шарик радиуса $R = 5$ см положили в вертикальный цилиндрический сосуд с радиусом основания $2R = 10$ см, а затем налили минимальное количество воды для того, чтобы шарик скрылся под ней. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы за нитку вытащить шарик из воды?

Справочные данные: плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м³, плотность металла $\rho_2 = 7800$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Решение

Считая, что уровень воды находится на высоте $h = 2R$, найдем объем воды в сосуде:

$$V_1 = \pi(2R)^2 \cdot 2R - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{20}{3}\pi R^3 = \frac{20}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,05^3 = 0,00262 \text{ м}^3 = 2,62 \text{ л}$$

$$\text{Объем шарика при этом } V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{V_1}{5} = 0,00052 \text{ м}^3 = 0,52 \text{ л.}$$

$$\text{Масса воды и шарика } m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 0,00262 = 2,62 \text{ кг и}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 7800 \cdot 0,00052 = 4,06 \text{ кг.}$$

Если шарик вытащить из воды, то уровень воды в сосуде станет равным:

$$h_2 = \frac{V_1}{\pi(2R)^2} = \frac{20\pi R^3/3}{4\pi R^2} = \frac{5}{3}R = \frac{5}{3}0,05 = 0,0833 \text{ м.}$$

Значит, потенциальная энергия шарика увеличилась на $\Delta E_{2nom} = m_2 gh_2 = 4,06 \cdot 10 \cdot 0,0833 = 3,38$ Дж

Но у воды потенциальная энергия уменьшилась, поэтому

$$\Delta E_{1nom} = m_1 g \left(\frac{h_2}{2} - R \right) = 2,62 \cdot 10 \cdot \left(\frac{0,0833}{2} - 0,05 \right) = -0,219 \text{ Дж}$$

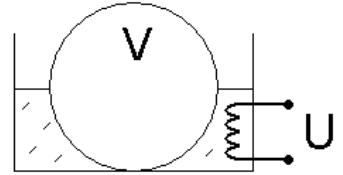
$$\text{Найдем работу } A = \Delta E_1 + \Delta E_2 = -0,219 + 3,38 = 3,16 \text{ Дж}$$

Ответ: 3,16 Дж

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Верно определен объем воды в сосуде. Найден объем шарика
2	Определены масса воды и шарика
3	Определена высота уровня воды после вытаскивания шарика
4	Указано, что работа складывается из изменения потенциальных энергий воды и шарика
5	Определены потенциальная энергия шарика (увеличилась) и воды (уменьшилась)
6	Найдена работа, получен верный ответ: 3,16 Дж
7	Решение задачи через работы сил оказывается сложным и не приводит к точному ответу, так как сила Архимеда переменная и зависит от объема погруженной части шарика (не линейная зависимость), а также сложным образом определяется точка приложения этой силы (в центре масс погруженной части)

4. Зимние каникулы растянулись на много дней, и Андрей искал способ с одной стороны заняться чем-то интересным, а с другой стороны подготовиться к ГИА (государственной итоговой аттестации) по физике. На этот раз он заглянул в морозильную камеру, температура в которой была $t_1 = -18^\circ\text{C}$, и нашел там шарики изо льда. Достав один из шариков объемом $V_1 = 100 \text{ мл}$, он положил его в цилиндрический стакан и налил туда $V_2 = 60 \text{ мл}$ кипятка при температуре $t_2 = 100^\circ\text{C}$. После установления теплового равновесия, юный экспериментатор решил подогреть систему с помощью кипятильника, мощность которого 1 кВт, в течение 5 секунд. Что изменилось в системе за эти 5 секунд? Потерями тепла на нагревание стакана и воздуха пренебречь, считать, что кипятильник передал всю свою энергию системе.

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$.



Решение

$$\text{Масса воды } m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 0,06 \cdot 10^{-3} = 0,06 \text{ кг}$$

$$\text{Масса ледяного шарика } m_2 = \rho_2 V_2 = 900 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,09 \text{ кг.}$$

При остывании до 0°C вода может выделить

$$Q_1 = m_1 c_1 (0 - (-18)) = 0,06 \cdot 4200 \cdot 100 = 25200 \text{ Дж.}$$

Для нагревания и плавления ледяного шарика необходимо

$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-18)) + m_2 \lambda = 0,09 \cdot 2100 \cdot 18 + 0,09 \cdot 0,33 \cdot 10^6 = 3402 + 29700 = 33102 \text{ Дж.}$ Как видно, это больше, чем может дать вода на $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 33102 - 25200 = 7902 \text{ Дж.}$ Значит, лед растает не полностью и температура теплового равновесия у системы будет равна 0°C . За 5 секунд кипятильник даст еще тепло $Q_3 = 1000 \cdot 5 = 5000 \text{ Дж}$, которого хватит только для плавления еще

порции льда массой $\Delta m = \frac{Q_3}{\lambda} = \frac{5000}{0,33 \cdot 10^6} = 0,015 \text{ кг льда.}$ Таким образом, за 5 секунд нагрева

температура системы не изменится, но в стакане станет на 15 грамм воды больше.

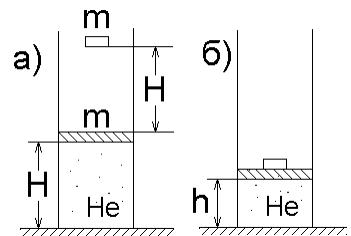
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найдены масса воды и ледяного шарика (0,06 и 0,09 кг)
2	Указано количество выделившейся теплоты при остывании воды до 0 Q_1
3	Определено количество теплоты для нагревания и плавления ледяного шарика Q_2
4	Найдена разность $Q_2 - Q_1$ и сделан вывод, что лед растает не полностью и температура теплового равновесия будет равна 0.
5	Определено количество теплоты, выделенное кипятильником. Q_3
6	Найдена масса расплавленного льда 15гр.
7	Сделан правильный вывод: за 5 с температура системы не изменится, а воды станет больше на 15 гр
8	Если сделан верный вывод, но он не обоснован верно выполненными вычислениями, решение задачи засчитывалось лишь частично.

5. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплонепроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество гелия. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху с такой же высоты H над поршнем отпускают большой пластилиновый брускок такой же массы m , который абсолютно неупруго соударяется с поршнем и прилипает к нему.

Вопрос 1. На сколько процентов уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура гелия?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.



Решение

$$\text{Давление гелия } P_0 = \frac{mg}{S} \text{ Па.}$$

$$\text{В новом положении равновесия } P = \frac{2mg}{S} = 2P_0.$$

$$\text{Перед ударом скорость бруска } V = \sqrt{2gH}$$

$$\text{Из закона сохранения импульса скорость поршня с бруском } V_0 = \frac{mV}{2m} = \frac{V}{2}.$$

По закону изменения энергии найдем работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 0 - \left(\frac{2m(V/2)^2}{2} + 2mg(H-h) \right) = - \left(\frac{mgH}{2} + 2mg(H-h) \right) = -mg(2,5H-2h) \quad (1)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -\frac{3}{2}vRT(T - T_0)$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона

$$P_0SH = vRT_0$$

$$2P_0Sh = vRT$$

$$\text{следует, что } \frac{T}{T_0} = \frac{2h}{H} \Rightarrow T = T_0 \frac{2h}{H} \text{ и}$$

$$A = -\frac{3}{2}vRT_0 \left(\frac{2h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2}P_0SH \left(\frac{2h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2}mg(2h-H) \quad (2)$$

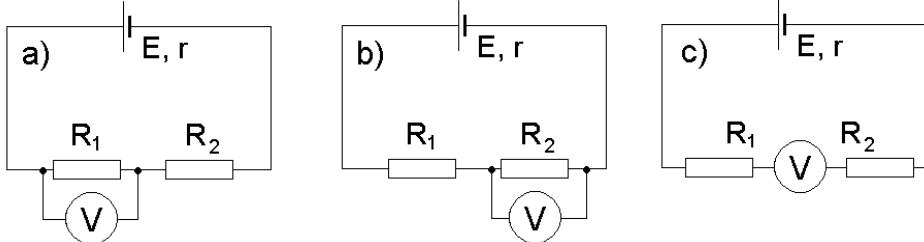
Приравняем (1) и (2): $mg(2,5H-2h) = mg(3h-1,5H)$, найдем новую высоту

$$h = \frac{4H}{5} = 0,8H, \text{ которая уменьшилась на } 20\%.$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2h}{H} = 1,6. \text{ Температура увеличилась на } 60\%$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Записаны математические выражения определяющие давление гелия на поршень в начальный момент времени и после прилипания к нему пластилина
2	Найдена скорость бруска перед столкновением с поршнем
3	Записан закон сохранения импульса и найдена скорость поршня с бруском
4	Из закона изменения полной механической энергии найдена работа газа над поршнем с бруском
5	Указано, что газ не получал и не отдавал тепло (теплоизолированная система)
6	Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для обоих положений равновесия
7	Найдено верное соотношение $T/T_0 = 2h/H$
8	Составлено выражения для определения работы по 1 началу термодинамики
9	Приравнены п.4 и п.8 и найдена новая высота (0,8H)
10	Найдена новая температура (1,6T)

6. К источнику тока с внутренним сопротивлением $r = 10$ кОм последовательно подсоединенны два резистора с сопротивлениями $R_1 = 20$ кОм и $R_2 = 50$ кОм. Вольтметр, подключенный параллельно резистору R_1 , показал напряжение $U_1 = 95$ В (рис. а). Тот же вольтметр, подключенный параллельно резистору R_2 , показал напряжение $U_2 = 230$ В (рис. б). Какое напряжение покажет этот вольтметр, подключенный последовательно с резисторами R_1 и R_2 (рис. с)?



Решение

В случае а) выразим сопротивление двух резисторов R_1 и R_V , подключенных параллельно

$$R_1' = \frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} \text{ и напряжение на первом резисторе}$$

$$U_1 = \frac{E}{R_1' + R_2 + r} R_1' = \frac{E}{\left(\frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} + R_2 + r \right)} \left(\frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} \right) = \frac{E R_1 R_V}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_1}$$

в случае б) выразим сопротивление двух резисторов R_2 и R_V , подключенных параллельно

$$R_2' = \frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} \text{ и напряжение на втором резисторе}$$

$$U_2 = \frac{E}{R_2' + R_1 + r} R_2' = \frac{E}{\left(\frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} + R_1 + r \right)} \left(\frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V} \right) = \frac{E R_2 R_V}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_2}$$

$$\text{Разделим } \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_1}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_2} \text{ или } \frac{46}{19} = \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{80 R_V + 1200}{80 R_V + 1500} \right)$$

Из этого выражения находим $R_V = 100$ кОм, при этом $R_1' = \frac{100 \cdot 20}{20 + 100} = \frac{200}{12} = \frac{50}{3}$ и

$$E = \frac{U_1 (R_1' + R_2 + r)}{R_1'} = \frac{95 \left(\frac{50}{3} + 50 + 10 \right)}{\frac{50}{3}} = \frac{95 \cdot 230}{50} = 437 \text{ В}$$

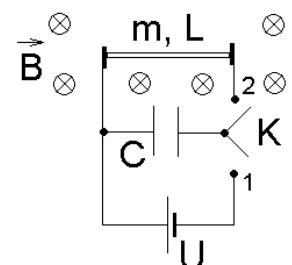
В случае с)

$$U_3 = \frac{E}{R_V + R_1 + R_2 + r} \cdot R_V = \frac{437 \cdot 100}{100 + 20 + 50 + 10} = \frac{43700}{180} \cong 243 \text{ В}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
	РАБОТЫ, В КОТОРЫХ НЕ УЧИТАВАЛОСЬ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЛЬТМЕТРА НЕ РАССМАТРИВАЛИСЬ
1	Рисунок А) даны выражения для сопротивления резистора и вольтметра, подключенных параллельно и использован закон Ома для полной цепи, для определения напряжения на первом резисторе
2	Рисунок В) даны выражения для сопротивления резистора и вольтметра, подключен-

	ных параллельно и использован закон Ома для полной цепи, для определения напряжения на втором резисторе
3	Найдено отношение U_2/U_1 , из которого определено R_V и R_1
4	Найдено E
5	Рисунок С) Найдено искомое напряжение, получен верный ответ 243В

7. На одном из сайтов в Интернете школьник Андрей нашел схему электромагнитной пушки, и загорелся идеей самому сделать что-либо подобное. Из ящиков, набитых разными деталями и проводами, он вытащил конденсатор с емкостью $C = 10000 \text{ мкФ}$ и сильные магниты, выломанные из старых компьютерных жестких дисков. На стол поставил старенький самодельный источник питания с напряжением $U = 30 \text{ В}$ и собрал электрическую схему (см. рисунок). Замысел был такой: заряжать конденсатор от источника с помощью ключа K в положении 1; располагать горизонтальный стержень массы $m = 1 \text{ г}$ и длиной $L = 5 \text{ см}$ между двумя вертикальными скользящими контактами в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен стержню; пропускать через стержень импульсы тока, замыкая на него конденсатор C через ключ K в положении 2, и наблюдать, как стержень подпрыгивает под действием магнитной силы. После многочисленных опытов оказалось, что стержень в среднем подпрыгивал на $h = 10 \text{ см}$, и Андрей оценил по этим данным величину индукции магнитного поля B , пренебрегая трением в скользящих контактах и сопротивлением воздуха, а также считая время разрядки конденсатора очень малым по сравнению с временем движения стержня, а ускорение свободного падения приравняв $g = 10 \text{ м/с}^2$. Какой ответ у него получился?



Решение

Конденсатор заряжается с 0 до $q = CU = 10^{-2} \cdot 30 = 0,3 \text{ Кл}$ ($\Delta q = q - 0 = 0,3 \text{ Кл}$)

Сила Ампера $F = BIL$ за короткое время Δt придает импульс стержню

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = BIL \cdot \Delta t = BL\Delta q = mV; \quad (I = \frac{\Delta q}{\Delta t})$$

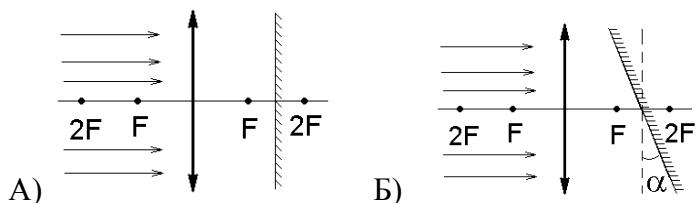
Стержень приобретает скорость $V = \frac{BL\Delta q}{m}$ и подпрыгивает на высоту $h = \frac{V^2}{2g}$.

Из этих выражений находим индукцию B :

$$B = \frac{mV}{L\Delta q} = \frac{m\sqrt{2gh}}{L\Delta q} = \frac{10^{-3}\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,1}}{0,05 \cdot 0,3} = 0,094 \text{ Тл}$$

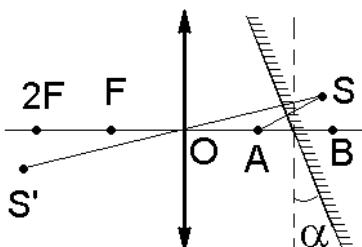
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найден заряд конденсатора
2	Есть формула для определения силы Ампера
3	Определено изменение импульса стержня под действием силы Ампера
4	Приведено выражение для определения скорости стержня в зависимости от высоты, на которую он поднимется
5	Есть формула для определения индукции, получен верный ответ, 0,094 Тл

8. Параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20 \text{ см}$ падает пучок света (см. рис. А). За линзой параллельно ей посередине между фокусом и двойным фокусом поставили плоское зеркало.



Вопрос 1. На каком расстоянии от центра линзы будет расположено изображение пучка в системе "линза-зеркало"?

Вопрос 2. Насколько приблизительно сместится это изображение, если зеркало повернуть на малый угол $\alpha = 0,1^\circ$ вокруг точки его пересечения с главной оптической осью (см. рис. Б)?



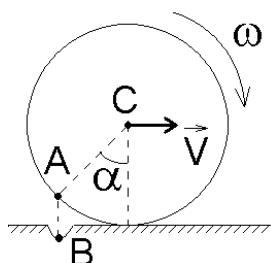
Решение

Параллельный пучок, пройдя линзу, соберется в правом фокусе линзы. Это будет изображение пучка в линзе. Изображение в зеркале будет находиться в двойном фокусе и являться предметом для линзы. Точечный источник, находясь в двойном фокусе, имеет изображение в двойном фокусе с другой стороны линзы. Таким образом, расстояние до изображения в системе "линза-зеркало" от центра линзы равно $2F = 40$ см.

Если зеркало повернуть, то изображение сфокусированного пучка в зеркале окажется в точке S недалеко от точки B, так как угол SAB = α мал. Как видно из рисунка угол SOB вписан в окружность радиусом AB и опирается на ту же дугу SB, что и центральный угол SAB, а значит, равен половине центрального угла. Смещение изображения из левого двойного фокуса в точку S' можно найти, как длину дуги радиуса 2F с угловым размером $\frac{\alpha}{2}$. $\Delta l = \frac{2\pi \cdot 2F}{360^\circ} \cdot \frac{0,1^\circ}{2} = 0,035$ см.

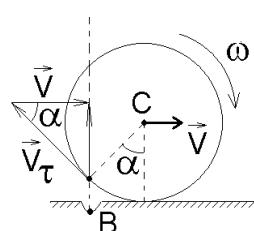
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Приведена верная схема (верно построен ход лучей при прохождении через линзу и после их отражения в зеркале)
2	Определено расстояние до изображения в системе «линза-зеркало» до поворота зеркала
3	Определено смещение изображения и длина дуги 2F и угол. Найдена величина смещения 0,035 см

Вариант 2



1. Трактор движется с постоянной скоростью $V = 18$ км/ч по проселочной дороге после дождя, и ее колеса радиусом $R = 60$ см, пробуксовывая в грязи, вращаются с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с. Трактор проехал над небольшой ямкой и его слегка тряхнуло. В этот момент от точки A на ободе колеса, которая расположена на одной вертикали с точкой B на дне ямки, оторвался маленький кусочек грязи и упал на землю в точке C.

На какую максимальную высоту над точкой A поднялся этот кусочек?

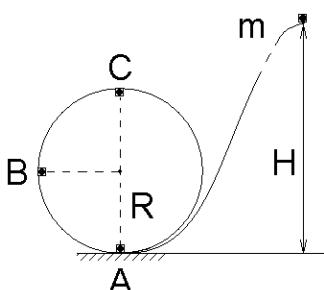


Решение

Если кусочек упал в точку C, значит, он двигался по вертикали. Его абсолютная скорость складывается из скорости $V_\tau = \omega R = 10 \cdot 0,6 = 6$ м/с относительно центра колеса и скорости центра колеса $V = 5$ м/с. Из рисунка видно, что скорость кусочка при отрыве от колеса относительно земли равна $u = \sqrt{V_\tau^2 - V^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11} = 3,32$ м/с

Высота вертикального подъема по формуле без времени: $h = \frac{u^2}{2g} = \frac{11}{20} = 0,55$ м

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено направление (вертикально вверх) начальной скорости комочка грязи, которая складывается из скоростей центра масс колеса V и касательной составляющей $V_t = \omega R$
2	Графически изображен закон сложения скоростей позволяющий определить скорость комочка грязи и получен верный ответ 3,32 м/с
3	Получено математическое выражение, позволяющее вычислить высоту подъема 0,55 м



2. Небольшое тело массы m скользит с некоторой высоты вниз по наклонному желобу, переходящему в "мертвую петлю" радиуса $R = 2,5$ м (см. рис.), и далее продолжает двигаться по окружности, не отрываясь от поверхности. Вес движущегося тела в точке С в три раза меньше, чем в точке В.

Во сколько раз вес тела в точке В меньше, чем в точке А?
Трением во время движения пренебречь.

Решение

Вес тела это сила, с которой тело давит на опору. По 3-му закону Ньютона вес можно приравнять к реакции опоры.

Из 2-го закона Ньютона найдем вес тела в разных точках.

$$\text{в точке А: } N_1 = mg + \frac{mV_1^2}{R}, \text{ в точке В: } N_2 = \frac{mV_2^2}{R}, \text{ в точке С: } N_3 = \frac{mV_3^2}{R} - mg$$

Применим закон сохранения энергии и выразим скорости V_2 и V_3 через V_1 :

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + mgR \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 - 2gR, \quad \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_3^2}{2} + mg2R \Rightarrow V_3^2 = V_1^2 - 4gR$$

$$\text{Так как по условию } N_2 = 3N_3, \text{ то } 3\left(\frac{mV_3^2}{R} - mg\right) = \frac{mV_2^2}{R} \text{ или } 3(V_3^2 - gR) = V_2^2$$

$$3(V_1^2 - 4gR - gR) = (V_1^2 - 2gR) \Rightarrow V_1^2 = 6,5gR$$

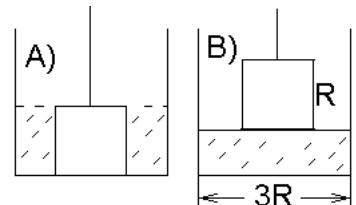
$$\text{Выразим также } V_2^2 = 6,5gR - 2gR = 4,5gR \text{ и } V_3^2 = 6,5gR - 4gR = 2,5gR$$

$N_2 = 4,5mg$, $N_1 = mg + 6,5mg = 7,5mg$, $N_3 = 2,5mg - mg = 1,5mg$. Таким образом, в нижней точке вес в $\frac{N_1}{N_2} = \frac{7,5}{4,5} = 1,7$ раза больше, чем в точке В.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Применен закон сохранения энергии для определения связи между скоростями в т.В, т.А и т.С
2	Указан 3-й закон Ньютона для замены веса на силу реакции опоры. Записан 2-й закон Ньютона для определения веса тела в разных точках
3	Использовано условие задачи о соотношении веса тела в т.С и в т. В найдена скорость в точке А
4	Получена итоговая формула для определения соотношения веса в точках А и В, получен ответ в 1,7 раза больше

3. Алюминиевый кубик со стороной $R = 6$ см положили в вертикальный цилиндрический сосуд с диаметром основания $3R = 12$ см, а затем налили минимальное количество воды для того, чтобы кубик скрылся под ней. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы за нитку вытащить кубик из воды?

Справочные данные: плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м³, плот-



нность алюминия $\rho_2 = 2700 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Считая, что уровень воды находится на высоте $h = R$, найдем объем воды в сосуде:

$$V_1 = \pi(1,5R)^2 \cdot R - R^3 = R^3 (\pi \cdot 1,5^2 - 1) = 0,06^3 \cdot (3,14 \cdot 1,5^2 - 1) = 0,00131 \text{ м}^3 = 1,31 \text{ л}$$

Объем кубика при этом $V_2 = R^3 = 0,06^3 = 0,000216 \text{ м}^3 = 0,216 \text{ л}$.

Масса воды и кубика $m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 0,00131 = 1,31 \text{ кг}$ и $m_2 = \rho_2 V_2 = 2700 \cdot 0,000216 = 0,583 \text{ кг}$.

Если кубик вытащить из воды, то уровень воды в сосуде станет равный:

$$h_2 = \frac{V_1}{\pi(1,5R)^2} = \frac{0,00131}{3,14 \cdot (1,5 \cdot 0,06)^2} = 0,0515 \text{ м.}$$

Значит потенциальная энергия кубика увеличилась на $\Delta E_{2nom} = m_2 gh_2 = 0,583 \cdot 10 \cdot 0,0515 = 0,3 \text{ Дж}$

Но у воды потенциальная энергия уменьшилась, поэтому

$$\Delta E_{1nom} = m_1 g \left(\frac{h_2}{2} - \frac{R}{2} \right) = 1,31 \cdot 10 \cdot \left(\frac{0,0515}{2} - 0,03 \right) = -0,0557 \text{ Дж}$$

Найдем работу $A = \Delta E_1 + \Delta E_2 = -0,0557 + 0,3 = 0,244 \text{ Дж}$

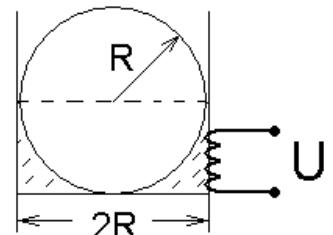
Ответ: 0,244 Дж

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Верно определен объем воды в сосуде. Найден объем кубика.
2	Определены масса воды и кубика
3	Определена высота уровня воды после вытаскивания кубика
4	Указано, что работа складывается из изменения потенциальных энергий воды и кубика
5	Определены потенциальная энергия кубика (увеличилась) и воды (уменьшилась)
6	Найдена работа, получен верный ответ: 0,244 Дж
7	Решение задачи через работы сил возможно, но следует учитывать, что сила Архимеда переменная и зависит от объема погруженной части кубика (линейная зависимость), а также меняется точка приложения этой силы (в центре масс погруженной части тела).

4. Зимние каникулы растянулись на много дней и Андрей искал способ с одной стороны заняться чем-то интересным, а с другой стороны подготовиться к ГИА (государственной итоговой аттестации) по физике. На этот раз он заглянул в морозильную камеру, температура в которой была $t_1 = -20^\circ\text{C}$, и нашел там шарики изо льда. В цилиндрический стакан радиуса $R = 5 \text{ см}$ он налил кипятка при $t_2 = 100^\circ\text{C}$, подобрал шарик, диаметр которого чуть меньше диаметра стакана, и бросил его в кипяток.

Шарик при этом оказался погруженным наполовину. После установления теплового равновесия, юный экспериментатор решил подогреть систему с помощью кипятильника, мощность которого 1 кВт, в течение 30 сек. На сколько изменился объем воды в стакане за эти 30 секунд? Потерями тепла на нагревание стакана и воздуха пренебречь, считать, что кипятильник передал всю свою энергию воде.

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$.



Решение

$$\text{Объем шара } V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,05^3 = 5,23 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\text{Объем воды равен } V_1 = \pi R^2 \cdot R - \frac{1}{2} V_2 = \pi R^3 - \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{\pi R^3}{3} = \frac{3,14 \cdot 0,05^3}{3} = 1,31 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\text{Масса воды } m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 1,31 \cdot 10^{-4} = 0,131 \text{ кг}$$

$$\text{Масса ледяного шарика } m_2 = \rho_2 V_2 = 900 \cdot 5,23 \cdot 10^{-4} = 0,471 \text{ кг.}$$

При остывании до 0°C вода может выделить

$$Q_1 = m_1 c_1 (100 - 0) = 0,131 \cdot 4200 \cdot 100 = 55020 \text{ Дж.}$$

Для нагревания и плавления ледяного шарика необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-20)) + m_2 \lambda = 0,471 \cdot 2100 \cdot 20 + 0,471 \cdot 0,33 \cdot 10^6 = 19782 + 155430 = 175212 \text{ Дж.}$$

Как видно, это больше, чем может дать вода на $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 175212 - 55020 = 120192 \text{ Дж.}$ Значит, лед растает не полностью и температура теплового равновесия у системы будет равна 0°C. За 30 секунд кипятильник даст еще тепло $Q_3 = 1000 \cdot 30 = 30000 \text{ Дж,}$ которого хватит только для

$$\text{плавления еще порции льда массой } \Delta m = \frac{Q_3}{\lambda} = \frac{30000}{0,33 \cdot 10^6} = 0,091 \text{ кг льда. Таким образом, за 30 секунд нагрева температура системы не изменится, но в стакане станет на 91 грамм воды больше.}$$

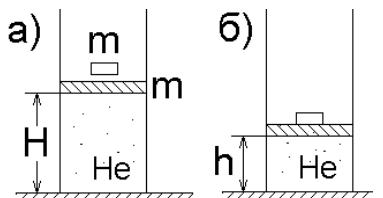
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найдены масса воды и ледяного шарика (0,131 и 0,471 кг)
2	Указано количество выделившейся теплоты при остывании воды до 0 Q1
3	Определено количество теплоты для нагревания и плавления ледяного шарика Q2
4	Найдена разность Q2 - Q1 и сделан вывод, что лед растает не полностью и температура теплового равновесия будет равна 0.
5	Определено количество теплоты, выделенное кипятильником. Q3
6	Найдена масса расплавленного льда 91гр.
7	Сделан правильный вывод: за 30 с температура системы не изменится, а воды станет больше на 91 гр
8	Если сделан верный вывод, но он не обоснован верно выполненными вычислениями, решение задачи засчитывалось лишь частично.

5. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплоизолирующим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество гелия. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху на поршень аккуратно без толчка кладут большой брускок такой же массы m .

Вопрос 1. На сколько процентов уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура гелия?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.



Решение

$$\text{Давление гелия } P_0 = \frac{mg}{S} \text{ Па.}$$

В новом положении равновесия $P = \frac{2mg}{S} = 2P_0$.

По закону изменения энергии найдем работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 0 - 2mg(H - h) \quad (1)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -\frac{3}{2}vR(T - T_0)$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона

$$\begin{aligned} P_0SH &= vRT_0 \\ 2P_0Sh &= vRT \end{aligned}$$

следует, что $\frac{T}{T_0} = \frac{2h}{H} \Rightarrow T = T_0 \frac{2h}{H}$ и

$$A = -\frac{3}{2}vRT_0 \left(\frac{2h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2}P_0SH \left(\frac{2h}{H} - 1 \right) = -\frac{3}{2}mg(2h - H) \quad (2)$$

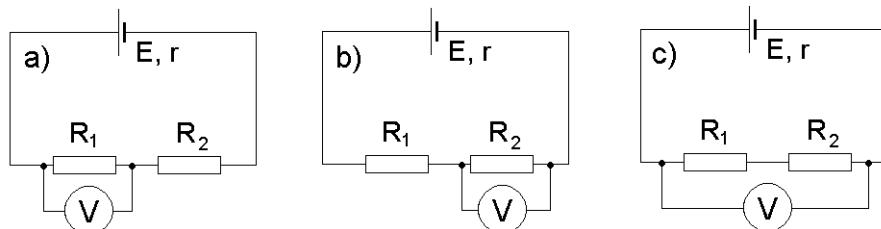
Приравняем (1) и (2): $2mg(H - h) = mg(3h - 1,5H)$, найдем новую высоту

$$h = \frac{3,5H}{5} = 0,7H, \text{ которая уменьшилась на } 30\%.$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2h}{H} = 1,4. \text{ Температура увеличилась на } 40\%$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Записаны математические выражения, определяющие давление гелия на поршень в начальный момент времени и после добавления бруска
3	Из закона изменения полной механической энергии найдена работа газа над поршнем с бруском
4	Указано, что газ не получал и не отдавал тепло (теплоизолированная система)
5	Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для обоих положений равновесия
6	Найдено верное соотношение $T/T_0 = 2h/H$
7	Составлено выражения для определения работы по 1 началу термодинамики
8	Приравнены п.3 и п.7 и найдена новая высота (0,7H)
9	Найдена новая температура (1,4T)

6. К источнику тока с внутренним сопротивлением $r = 10 \text{ кОм}$ последовательно подсоединенены два резистора с сопротивлениями $R_1 = 20 \text{ кОм}$ и $R_2 = 50 \text{ кОм}$. Вольтметр, подключенный параллельно резистору R_1 , показал напряжение $U_1 = 95 \text{ В}$ (рис. а). Тот же вольтметр, подключенный параллельно резистору R_2 , показал напряжение $U_2 = 230 \text{ В}$ (рис. б). Какое напряжение покажет этот вольтметр, подключенный параллельно к двум последовательным резисторам R_1 и R_2 (рис. в)?



Решение

В случае а) выразим сопротивление двух резисторов R_1 и R_V , подключенных параллельно

$$R_1' = \frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} \text{ и напряжение на первом резисторе}$$

$$U_1 = \frac{E}{R_1' + R_2 + r} R_1' = \frac{E}{\left(\frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} + R_2 + r \right)} \left(R_1 + R_V \right) = \frac{E R_1 R_V}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_1}$$

в случае б) выразим сопротивление двух резисторов R_2 и R_V , подключенных параллельно

$$R_2' = \frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} \text{ и напряжение на втором резисторе}$$

$$U_2 = \frac{E}{R_2' + R_1 + r} R_2' = \frac{E}{\left(\frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} + R_1 + r \right)} \left(R_2 + R_V \right) = \frac{E R_2 R_V}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_2}$$

$$\text{Разделим } \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_1}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_2} \text{ или } \frac{46}{19} = \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{80 R_V + 1200}{80 R_V + 1500} \right)$$

$$\text{Из этого выражения находим } R_V = 100 \text{ кОм, при этом } R_1' = \frac{100 \cdot 20}{20 + 100} = \frac{200}{12} = \frac{50}{3} \text{ и}$$

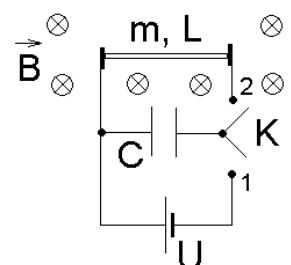
$$E = \frac{U_1 (R_1' + R_2 + r)}{R_1'} = \frac{95 \left(\frac{50}{3} + 50 + 10 \right)}{\frac{50}{3}} = \frac{95 \cdot 230}{50} = 437 \text{ В}$$

В случае с)

$$R_{1,2}' = \frac{R_V (R_1 + R_2)}{R_V + R_1 + R_2} = \frac{100 (20 + 50)}{100 + 20 + 50} \approx 41,2 \text{ кОм, } U_3 = \frac{E}{r + R_{1,2}'} \cdot R_{1,2}' = \frac{437 \cdot 41,2}{10 + 41,2} \approx 352 \text{ В}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
	РАБОТЫ, В КОТОРЫХ НЕ УЧИТАВАЛОСЬ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЛЬТМЕТРА, НЕ РАССМАТРИВАЛИСЬ
1	Рисунок А) даны выражения для сопротивления резистора и вольтметра, подключенных параллельно, и использован закон Ома для полной цепи, для определения напряжения на первом резисторе
2	Рисунок В) даны выражения для сопротивления резистора и вольтметра, подключенных параллельно, и использован закон Ома для полной цепи, для определения напряжения на втором резисторе
3	Найдено отношение U_2/U_1 и определено R_V
4	Найдено E
5	Рисунок С) Найдено сопротивление цепи и искомое напряжение, получен верный ответ 352 В

7. На одном из сайтов в Интернете школьник Андрей нашел схему электромагнитной пушки, и загорелся идеей самому сделать что-либо подобное. Из ящиков, набитых разными деталями и проводами, он вытащил конденсатор с емкостью $C = 20000 \text{ мкФ}$ и сильные магниты, выломанные из старых компьютерных жестких дисков (Андрей разузнал оценочные значения величины индукции магнитного поля таких магнитов $B \approx 0,1 \text{ Тл.}$). На стол поставил старенький самодельный источник питания с напряжением $U = 25 \text{ В}$ и собрал электрическую схему



(см. рисунок). Замысел был такой: заряжать конденсатор от источника с помощью ключа К в положении 1; располагать горизонтальный стержень массы $m = 1$ г и длиной $L = 4$ см между двумя вертикальными скользящими контактами в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен стержню; пропускать через стержень импульсы тока, замыкая на него конденсатор С через ключ К в положении 2, и наблюдать, как стержень подпрыгивает под действием магнитной силы. На какую приблизительно высоту будет подпрыгивать стержень, если пренебречь трением в скользящих контактах и сопротивлением воздуха, а также считать время разрядки конденсатора очень малым по сравнению с временем движения стержня, а ускорение свободного падения приравнять $g = 10$ м/с².

Решение

Конденсатор заряжается до $q = CU = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 25 = 0,5$ Кл ($\Delta q = q - 0 = 0,3$ Кл)

Сила Ампера $F = BIL$ за короткое время Δt придает импульс стержню

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = BIL \cdot \Delta t = BL\Delta q = mV; \quad (I = \frac{\Delta q}{\Delta t})$$

Стержень приобретает скорость $V = \frac{BL\Delta q}{m} = \frac{0,1 \cdot 0,04 \cdot 0,5}{10^{-3}} = 2$ м/с и подпрыгивает на вы-

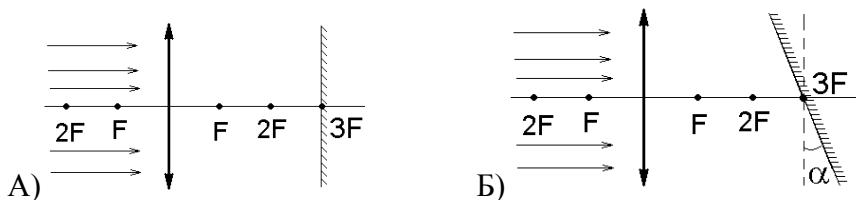
соту $h = \frac{V^2}{2g} = \frac{2^2}{2 \cdot 10} = 0,2$ м = 20 см.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найден заряд конденсатора
2	Есть формула для определения силы Ампера
3	Определено изменение импульса стержня по действием силы Ампера
4	Приведено выражение для определения высоты, на которую он поднимется, в зависимости от скорости стержня
5	Вычислена высота подъема стержня 20 см.

8. Параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см падает пучок света (см. рис. А). За линзой параллельно ей на расстоянии $3F$ от центра линзы поставили плоское зеркало.

Вопрос 1. На каком расстоянии от центра линзы будет расположено изображение пучка в системе "линза-зеркало"?

Вопрос 2. На сколько приблизительно сместится это изображение, если зеркало повернуть на малый угол $\alpha = 0,1^\circ$ вокруг точки его пересечения с главной оптической осью (см. рис. Б)?

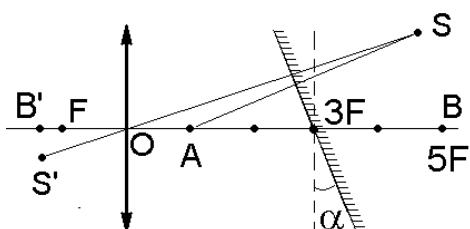


Решение

Параллельный пучок, пройдя линзу, соберется в правом фокусе линзы. Это будет изображение пучка в линзе. Изображение в зеркале будет находиться на расстоянии $5F$ от центра линзы и являться предметом для линзы. По формуле тонкой линзы найдем расстояние от изображения до центра линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{5F} = \frac{4}{5F} \Rightarrow f = \frac{5}{4}F = 1,25F = 12,5 \text{ см}$$

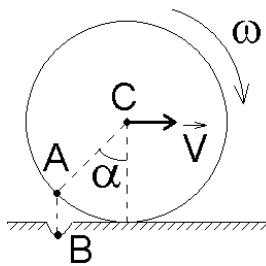
Таким образом, расстояние до изображения в системе "линза-зеркало" от центра линзы равно 12,5 см.



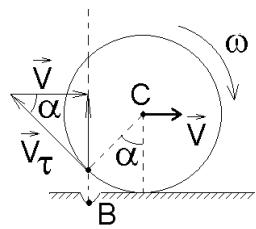
Если зеркало повернуть, то изображение сфокусированного пучка в зеркале окажется в точке S недалеко от точки B , так как угол $SAB = \alpha$ мал. Как видно из рисунка $SB \approx AB \cdot \alpha \approx OB \cdot \beta$, где обозначение угла $\beta = \angle SOB$. Таким образом $\beta \approx \frac{AB}{OB} \alpha = \frac{4F}{5F} \alpha = 0,8\alpha = 0,08^\circ$. Смещение изображения из левого двойного фокуса в точку S' можно найти, как длину дуги $S'B' \approx OB' \cdot \beta = 1,25F \cdot \frac{\beta \cdot \pi}{180^\circ} = 1,25 \cdot 0,1 \cdot \frac{0,08^\circ}{180^\circ} \cdot 3,14 = 1,74 \cdot 10^{-4}$ м = 0,174 мм

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Приведена верная схема (верно построен ход лучей при прохождении через линзу и после их отражения в зеркале)
2	Определено расстояние до изображения в системе «линза-зеркало» до поворота зеркала
3	Определено смещение изображения и длина дуги и угол. Найдена величина смещения 0,174 мм

Вариант 3



1. Трактор движется с постоянной скоростью $V = 9$ км/ч по просеянной дороге после дождя, и ее колеса радиусом $R = 50$ см, пробуксовывая в грязи, вращаются с угловой скоростью $\omega = 8$ рад/с. Трактор проехал над небольшой ямкой и его слегка тряхнуло. В этот момент от точки A на ободе колеса, которая расположена на одной вертикали с точкой B на дне ямки, оторвался маленький кусочек грязи и упал на землю в точке B . Какое время кусочек находился в полете?



Решение

Если кусочек упал в точку B , значит он двигался по вертикали. Его абсолютная скорость складывается из скорости $V_\tau = \omega R = 8 \cdot 0,5 = 4$ м/с относительно центра колеса и скорости центра колеса $V = 2,5$ м/с. Из рисунка видно, что

$$\cos \alpha = \frac{V}{V_\tau} = \frac{2,5}{4} = 0,625, \text{ а значит начальная высота кусочка над точкой } B$$

B

$$AB = R - R \cos \alpha = 0,5 - 0,5 \cdot 0,625 = 0,1875 \text{ м}$$

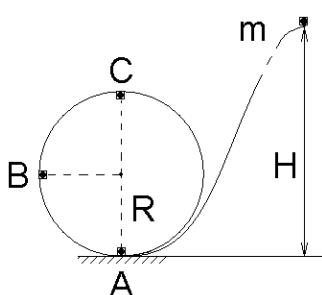
скорость кусочка при отрыве от колеса относительно земли равна $u = \sqrt{V_\tau^2 - V^2} = \sqrt{4^2 - 2,5^2} = \sqrt{11} = 3,32 \text{ м/с}$

Используем уравнение равноускоренного движения по вертикали с ускорением $g = 10$ м/с²:

$$0 = |AB| + ut - \frac{gt^2}{2} \text{ или } 5t^2 - 3,32t - 0,1875 = 0. \text{ Решая квадратное уравнение, найдем время}$$

$$\text{полета } t = \frac{3,32 \pm 3,84}{2 \cdot 5} = 0,716 \text{ с}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Определено направление (вертикально вверх) начальной скорости комочка грязи, которая складывается из скоростей центра масс колеса V и касательной составляющей $V_t = \omega R$
2	Графически изображен закон сложения скоростей, позволяющий определить скорость и комочка грязи и получен верный ответ 3,32 м/с
3	Найдена начальная высота кусочка грязи над поверхностью земли $AB=0,1875$ м
4	Использован закон равномерного движения и получено математическое выражение, позволяющее вычислить время движения 0,716 с



2. Небольшое тело массы m соскальзывает с некоторой высоты вниз по наклонному желобу, переходящему в "мертвую петлю" радиуса $R = 3$ м (см. рис.), и далее продолжает двигаться по окружности, не отрываясь от поверхности. Вес движущегося тела в точке С в 4 раза меньше, чем в точке В.

Во сколько раз вес тела в точке С меньше, чем в точке А?
Трением во время движения пренебречь.

Решение

Вес тела это сила, с которой тело давит на опору. По 3-му закону Ньютона вес можно приравнять к реакции опоры.

Из 2-го закона Ньютона найдем вес тела в разных точках.

$$\text{в точке А: } N_1 = mg + \frac{mV_1^2}{R}, \text{ в точке В: } N_2 = \frac{mV_2^2}{R}, \text{ в точке С: } N_3 = \frac{mV_3^2}{R} - mg$$

Применим закон сохранения энергии и выразим скорости V_2 и V_3 через V_1 :

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + mgR \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 - 2gR, \quad \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_3^2}{2} + mg2R \Rightarrow V_3^2 = V_1^2 - 4gR$$

$$\text{Так как по условию } N_2 = 4N_3, \text{ то } 4\left(\frac{mV_3^2}{R} - mg\right) = \frac{mV_2^2}{R} \text{ или } 4(V_3^2 - gR) = V_2^2$$

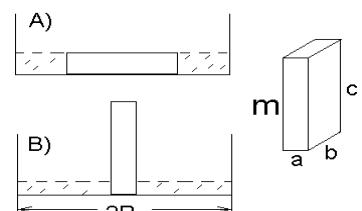
$$4(V_1^2 - 4gR - gR) = (V_1^2 - 2gR) \Rightarrow V_1^2 = 6gR$$

$$\text{Выразим также } V_2^2 = 6gR - 2gR = 4gR \text{ и } V_3^2 = 6gR - 4gR = 2gR$$

$N_2 = 4mg$, $N_1 = mg + 6mg = 7mg$, $N_3 = 2mg - mg = mg$. Таким образом, в нижней точке вес в $\frac{N_1}{N_3} = \frac{7}{1} = 7$ раз больше, чем в точке С.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Применен закон сохранения энергии для определения связи между скоростями в т.В, т.А и т.С
2	Указан 3-й закон Ньютона для замены веса на силу реакции опоры. Записан 2-й закон Ньютона для определения веса тела в разных точках
3	Использовано условие задачи о соотношении веса тела в т.С и в т. В найдена скорость в точке А
4	Получена итоговая формула для определения соотношения веса в точках А и С, получен ответ в 7 раз больше

3. В цилиндрическом сосуде с радиусом основания $R = 20$ см разместили кирпич массой $m = 4$ кг в горизонтальном положении. Геометрические параметры кирпича таковы: длина $c = 250$ мм, ширина $b = 120$ мм и толщина $a = 65$ мм. Затем в сосуд налили



воды до верхнего уровня кирпича (см. рис. А). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы поставить кирпич вертикально?

Решение

Найдем объем воды в сосуде, учитывая, что высота воды сначала была равна толщине кирпича:

$$V = (\pi R^2 - b \cdot c) \cdot a = (3,14 \cdot 0,2^2 - 0,12 \cdot 0,25) \cdot 0,065 = 0,0062 \text{ м}^3.$$

Если кирпич поставить вертикально, то уровень воды понизится до значения h , которое можно выразить через тот же объем воды

$$V = (\pi R^2 - a \cdot b)h, \text{ то есть } h = \frac{V}{(\pi R^2 - ab)} = \frac{0,0062}{(3,14 \cdot 0,2^2 - 0,065 \cdot 0,12)} = 0,053 \text{ м}$$

Для нахождения работы используем закон изменения энергии

$$A = \Delta E = E_{\text{ном2}} - E_{\text{ном1}}.$$

Потенциальная энергия кирпича и воды в случае А):

$$E_{\text{ном1}} = (m + \rho V)g \cdot \frac{a}{2} = (4 + 1000 \cdot 0,0062) \cdot 10 \cdot \frac{0,065}{2} = 3,315 \text{ Дж}$$

В случае В):

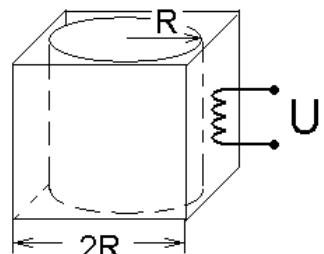
$$E_{\text{ном2}} = mg \frac{c}{2} + \rho V g \frac{h}{2} = 4 \cdot 10 \cdot \frac{0,25}{2} + 1000 \cdot 0,0062 \cdot 10 \cdot \frac{0,053}{2} = 5 + 1,643 = 6,643 \text{ Дж}$$

Таким образом, работа равна $A = 6,643 - 3,315 \approx 3,33 \text{ Дж}$

Ответ: 3,33 Дж

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Верно определен объем воды в сосуде. Найден объем кирпича.
2	Определены масса воды и кирпича
3	Определена высота уровня воды после изменения положения кирпича
4	Указано, что работа складывается из изменения потенциальных энергий воды и кирпича
5	Определены потенциальная энергия кирпича (увеличилась) и воды (уменьшилась)
6	Найдена работа, получен верный ответ: 0,244 Дж
7	Решение задачи через работы сил невозможno. Сила Архимеда переменная и зависит от объема погруженной части кирпича, причем она возникает из-за разности давлений на верхнюю и нижнюю его части (пока кирпич лежит или стоит на дне ее нет) меняется точка приложения этой силы (в центре масс погруженной части тела) поэтому сила и ее работа не могут быть определены верно с использованием только школьных знаний гидромеханики.

4. Зимние каникулы растянулись на много дней, и Андрей искал способ с одной стороны заняться чем-то интересным, а с другой стороны подготовиться к ГИА (государственной итоговой аттестации) по физике. На этот раз он заглянул в морозильную камеру, температура в которой была $t_1 = -17^\circ\text{C}$, и нашел там когда-то заполненный водой пластмассовый сосуд, в котором образовавшийся кусок льда принял форму цилиндра радиуса $R = 4 \text{ см}$ и высотой $h = 2R$. Найдя сосуд кубической формы со стороной $2R$, Андрей с трудом затолкал в него кусок льда до самого дна и долил до краев сосуда кипятка при $t_2 = 100^\circ\text{C}$. После установления теплового равновесия, юный экспериментатор решил подогреть систему с помощью кипятильника, мощность которого 1 кВт, в течение минуты. Изменились ли температура и объем воды в сосуде



де за эту минуту? Потерями тепла на нагревание сосуда и воздуха пренебречь, считать, что кипятильник передал всю свою энергию воде.

Справочные данные: плотности воды $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ и льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, удельные теплоемкости воды $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ и льда $c_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$.

Решение

$$\text{Объем цилиндра } V_2 = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,04^3 = 4,02 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\text{Объем воды равен } V_1 = (2R)^3 - V_2 = 0,08^3 - 4,02 \cdot 10^{-4} = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\text{Масса воды } m_1 = \rho_1 V_1 = 1000 \cdot 1,1 \cdot 10^{-4} = 0,11 \text{ кг}$$

$$\text{Масса ледяного цилиндра } m_2 = \rho_2 V_2 = 900 \cdot 4,02 \cdot 10^{-4} = 0,362 \text{ кг.}$$

При остывании до 0°C вода может выделить

$$Q_1 = m_1 c_1 (100 - 0) = 0,11 \cdot 4200 \cdot 100 = 46200 \text{ Дж.}$$

Для нагревания и плавления ледяного цилиндра необходимо

$$Q_2 = m_2 c_2 (0 - (-17)) + m_2 \lambda = 0,362 \cdot 2100 \cdot 17 + 0,362 \cdot 0,33 \cdot 10^6 = 12923 + 119460 = 132383 \text{ Дж.}$$

Как видно, это больше, чем может дать вода на $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 132383 - 46200 = 86183 \text{ Дж}$. Значит, лед растает не полностью и температура теплового равновесия у системы будет равна 0°C . За минуту кипятильник даст еще тепло $Q_3 = 1000 \cdot 60 = 60000 \text{ Дж}$, которого хватит для плавления

$$\text{еще порции льда массой } \Delta m = \frac{Q_3}{\lambda} = \frac{60000}{0,33 \cdot 10^6} = 0,182 \text{ кг льда. Таким образом, за минуту нагрева}$$

температура системы не изменится, но в стакане станет на 182 грамма воды больше.

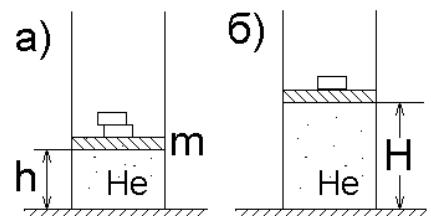
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найдены масса воды и ледяного цилиндра (0,11 и 0,362 кг)
2	Указано количество выделившейся теплоты при остывании воды до 0 Q1
3	Определено количество теплоты для нагревания и плавления ледяного цилиндра Q2
4	Найдена разность Q2 - Q1 и сделан вывод, что лед растает не полностью и температура теплового равновесия будет равна 0.
5	Определено количество теплоты, выделенное кипятильником. Q3
6	Найдена масса расплавленного льда 182гр.
7	Сделан правильный вывод: за 60 с температура системы не изменится, а воды станет больше на 182 гр
8	Если сделан верный вывод, но он не обоснован верно выполненными вычислениями, решение задачи засчитывалось лишь частично.

5. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплонепроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество гелия. Вне сосуда давление равно нулю. На поршне лежат два одинаковых бруска такой же массы m , и поршень находится в равновесии на некоторой высоте h над дном цилиндра. Один бруск убирают рывком и поршень через некоторое время останавливается на высоте H .

Вопрос 1. На сколько процентов увеличилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура гелия?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.



Решение

$$\text{Давление гелия } P_0 = \frac{3mg}{S} \text{ Па.}$$

$$\text{В новом положении равновесия } P = \frac{2mg}{S} = \frac{2}{3} P_0.$$

По закону изменения энергии найдем работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 2mg(H - h) \quad (1)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -\frac{3}{2}vR(T - T_0)$$

$$P_0Sh = vRT_0$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона

$$\frac{2}{3}P_0SH = vRT$$

следует, что $\frac{T}{T_0} = \frac{2H}{3h} \Rightarrow T = T_0 \frac{2H}{3h}$ и

$$A = -\frac{3}{2}vRT_0 \left(\frac{2H}{3h} - 1 \right) = -\frac{3}{2}P_0Sh \left(\frac{2H}{3h} - 1 \right) = -\frac{3}{2} \cdot 3mg \left(\frac{2H}{3} - h \right) \quad (2)$$

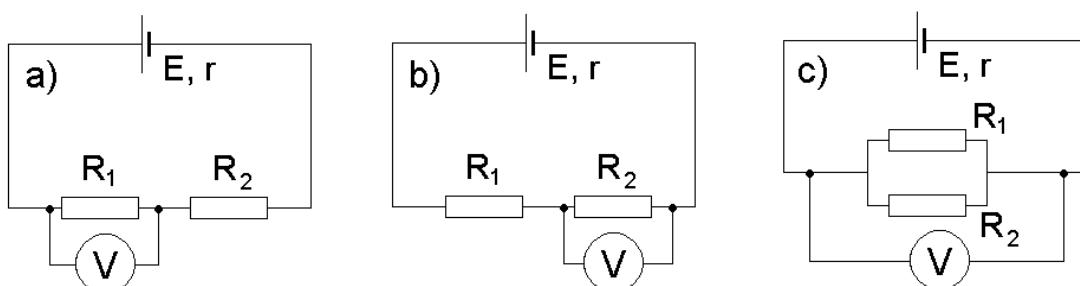
Приравняем (1) и (2): $2mg(H - h) = -mg(3H - 4,5h)$, найдем новую высоту

$H = 1,3h$, которая увеличилась на 30%.

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2H}{3h} = \frac{2 \cdot 1,3h}{3h} = \frac{2,6}{3} \approx 0,87. \text{ Температура уменьшилась на } 13\%$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Записаны математические выражения, определяющие давление гелия на поршень в начальный момент времени и после удаления бруска
3	Из закона изменения полной механической энергии найдена работа газа над поршнем с бруском
4	Указано, что газ не получал и не отдавал тепло (теплоизолированная система)
5	Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для обоих положений равновесия
6	Найдено верное соотношение $T/T_0 = 2H/3h$
7	Составлено выражения для определения работы по 1 началу термодинамики
8	Приравнены п.3 и п.7 и найдена новая высота (1,3h)
9	Найдена новая температура ($0,87T_0$)

6. К источнику тока с внутренним сопротивлением $r = 10 \text{ кОм}$ последовательно подсое-



динены два резистора с сопротивлениями $R_1 = 20 \text{ кОм}$ и $R_2 = 50 \text{ кОм}$. Вольтметр, подключенный параллельно резистору R_1 , показал напряжение $U_1 = 95 \text{ В}$ (рис. а). Тот же вольтметр, под-

ключенный параллельно резистору R_2 , показал напряжение $U_2 = 230$ В (рис. б). Какое напряжение покажет этот вольтметр, подключенный параллельно к двум параллельно соединенным резисторам R_1 и R_2 (рис. с)?

Решение

В случае а) выразим сопротивление двух резисторов R_1 и R_V , подключенных параллельно

$$R_1 = \frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} \text{ и напряжение на первом резисторе}$$

$$U_1 = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} R_1 = \frac{E}{\left(\frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} + R_2 + r \right)} \left(R_1 + R_V \right) = \frac{E R_1 R_V}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_1}$$

в случае б) выразим сопротивление двух резисторов R_2 и R_V , подключенных параллельно

$$R_2 = \frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} \text{ и напряжение на втором резисторе}$$

$$U_2 = \frac{E}{R_2 + R_1 + r} R_2 = \frac{E}{\left(\frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} + R_1 + r \right)} \left(R_2 + R_V \right) = \frac{E R_2 R_V}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_2}$$

Разделим $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_1}{R_V (R_1 + R_2 + r) + R_1 R_2 + r R_2}$ или $\frac{46}{19} = \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{80 R_V + 1200}{80 R_V + 1500} \right)$

Из этого выражения находим $R_V = 100$ кОм, при этом $R_1 = \frac{100 \cdot 20}{20 + 100} = \frac{200}{12} = \frac{50}{3}$ и

$$E = \frac{U_1 (R_1 + R_2 + r)}{R_1} = \frac{95 \left(\frac{50}{3} + 50 + 10 \right)}{\frac{50}{3}} = \frac{95 \cdot 230}{50} = 437 \text{ В}$$

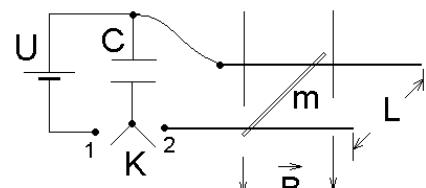
В случае с)

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} = \frac{1}{20} + \frac{1}{50} + \frac{1}{100} = \frac{8}{100} \Rightarrow R_{1,2} = 12,5 \text{ кОм},$$

$$U_3 = \frac{E}{r + R_{1,2}} \cdot R_{1,2} = \frac{437 \cdot 12,5}{10 + 12,5} \approx 243 \text{ В}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
	РАБОТЫ, В КОТОРЫХ НЕ УЧИТЫВАЛОСЬ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЛЬТМЕТРА, НЕ РАССМАТРИВАЛИСЬ
1	Рисунок А) даны выражения для сопротивления резистора и вольтметра, подключенных параллельно и использован закон Ома для полной цепи, для определения напряжения на первом резисторе
2	Рисунок В) даны выражения для сопротивления резистора и вольтметра, подключенных параллельно и использован закон Ома для полной цепи, для определения напряжения на втором резисторе
3	Найдено отношение U_2/U_1 и определено R_V и R_1
4	Найдено E
5	Рисунок С) Найдено сопротивление цепи и искомое напряжение, получен верный ответ 243 В

7. На одном из сайтов в Интернете школьник Андрей нашел схему электромагнитной пушки, и загорелся



идеей самому сделать что-либо подобное. Из ящиков, набитых разными деталями и проводами, он вытащил конденсатор с емкостью $C = 10000 \text{ мкФ}$ и сильные магниты, выломанные из старых компьютерных жестких дисков (Андрей разузнал оценочные значения величины индукции магнитного поля таких магнитов $B \approx 0,05 \text{ Тл}$). На стол поставил старенький самодельный источник питания с напряжением $U = 40 \text{ В}$ и собрал электрическую схему (см. рисунок). Замысел был такой: заряжать конденсатор от источника с помощью ключа К в положении 1; располагать стержень массы $m = 1 \text{ г}$ на двух параллельных горизонтальных металлических салазках, расстояние между которыми $L = 3 \text{ см}$, в однородном вертикальном магнитном поле; пропускать через стержень импульсы тока, замыкая салазки на конденсатор С через ключ К в положении 2, и наблюдать, как стержень скользит под действием магнитной силы. После многочисленных опытов оказалось, что стержень в среднем проезжал по салазкам до остановки $S = 10 \text{ см}$, и Андрей оценил по этим данным коэффициент трения скольжения стержня. Какой ответ у него получился, если стержень был все время перпендикулярен салазкам, сопротивление воздуха пре-небрежимо мало, время разрядки конденсатора очень мало по сравнению с временем движения стержня. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Конденсатор заряжается до $q = CU = 10^{-2} \cdot 40 = 0,4 \text{ Кл}$ ($\Delta q = q - 0 = 0,3 \text{ Кл}$)

Сила Ампера $F = BIL$ за короткое время Δt придает импульс стержню

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = BIL \cdot \Delta t = BL\Delta q = mV; \quad (I = \frac{\Delta q}{\Delta t})$$

Стержень приобретает скорость $V = \frac{BL\Delta q}{m} = \frac{0,05 \cdot 0,03 \cdot 0,4}{10^{-3}} = 0,6 \text{ м/с}$

Сила трения $F_{mp} = \mu N = \mu mg$ совершают работу $A_{mp} = -\mu mgS$, которая равна изменению кинетической энергии стержня $\Delta E = -\frac{mV^2}{2}$. Таким образом можно найти коэффициент трения

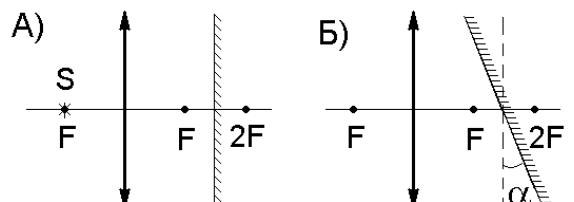
$$\mu = \frac{V^2}{2gS} = \frac{0,6^2}{2 \cdot 10 \cdot 0,1} = 0,18.$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Найден заряд конденсатора
2	Есть формула для определения силы Ампера
3	Определено изменение импульса стержня под действием силы Ампера. Приведено выражение для определения скорости стержня.
4	Из второго закона Ньютона получено выражение для силы трения. Определено ускорение стержня μg
5	Используя теорему об изменении кинетической энергии, или из кинематических представлений, определено ускорение и вычислен коэффициент трения.

8. Точечный источник S расположили в фокусе собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 15 \text{ см}$. За линзой параллельно ей посередине между фокусом и двойным фокусом поставили плоское зеркало (см. рис. А).

Вопрос 1. На каком расстоянии от центра линзы будет расположено изображение пучка в системе "линза-зеркало"?

Вопрос 2. Насколько сдвинется изображение источника S в системе "линза-зеркало", если зеркало повернуть на малый угол $\alpha = 0,2^\circ$ вокруг точки его пересечения с главной оптической осью (см. рис. Б)?



Решение

После линзы лучи, вышедшие из точки S будут параллельны главной оптической оси, а значит перпендикулярны зеркалу. Отразившись от зеркала, лучи пойдут в обратном направлении и соберутся в фокусе, т.е. в той же точке, откуда они вышли. Но если зеркало повернуть на угол α , то отраженные лучи отклонятся на угол 2α и, пройдя сквозь линзу, соберутся в фокальной плоскости на расстоянии $\Delta l = F \cdot 2\alpha$ от фокуса. Таким образом,

$$\Delta l = 0,15 \cdot 2 \cdot \frac{0,2^\circ}{180^\circ} \cdot 3,14 = 0,001 \text{ м} = 1 \text{ мм.}$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ	
1	Приведена верная схема (верно построен ход лучей при прохождении через линзу и после их отражения в зеркале)
2	Определено расстояние до изображения в системе «линза-зеркало» до поворота зеркала
3	Определено смещение изображения и длина дуги и угол. Найдена величина смещения 1 мм

**ЗАДАНИЯ,
предлагавшиеся на олимпиаде «Наследники Левши» по физике
в 2012-2013 учебном году**



ФГБОУ ВПО «Тульский государственный университет»

**Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13
по физике**

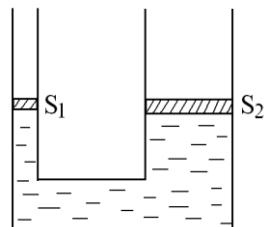


Отборочный этап

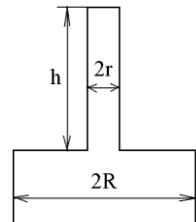
8 класс

1. Из пункта А в пункт В регулярно через каждые 10 минут выходят автобусы, движущиеся с постоянной скоростью 60 км/ч. В тот момент, когда из А отправляется один из очередных автобусов, из пункта В в пункт А выходит грузовик со скоростью 60 км/ч. Сколько автобусов встретит в пути шофер грузовика, если расстояние АВ = 60 км?

2. Два сообщающихся сосуда заполнены водой и закрыты легкими поршнями, площади которых $S_1 = 100 \text{ см}^2$ и $S_2 = 200 \text{ см}^2$. Система находится в равновесии. В этом положении на больший поршень помещают гирю массой $m = 1 \text{ кг}$. Сколько тепла выделится в системе при переходе в новое положение равновесия? Плотность воды равна $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



3. Сосуд без дна, имеющий форму и размеры, изображенные на рисунке, стоит на столе. Края сосуда плотно прилегают к поверхности стола. Масса сосуда m . В сосуд наливают жидкость. После того, как уровень достигнет высоты h , сосуд под действием жидкости приподнимается. Определить плотность налитой жидкости.



4. Двигатели реактивного самолета развивают среднюю силу тяги $F = 60000 \text{ Н}$. Какая масса керосина будет израсходована при перелете на расстояние $S = 8600 \text{ км}$, если КПД двигателей $\eta = 25\%$? Удельная теплота сгорания керосина $q = 4,3 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$.

5. Сосуд квадратного сечения заполнен водой до высоты $h = 80 \text{ см}$. Если сила давления на боковую стенку сосуда в 2 раза меньше, чем на его дно, то чему равна сторона квадрата?

Ответы

1	2	3	4	5
11 в пути, по одному в пунктах А и В	0,83 Дж	$\rho = \frac{m}{\pi(R^2 - r^2)h}$	48 тонн	20 см



ФГБОУ ВПО «Тульский государственный университет»

**Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13
по физике**



Отборочный этап

9 класс

- Почтовая связь между пристанями М и К осуществляется двумя катерами. В установленное время катера отплывают от своих пристаней, встречаются, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Если они отплывают от своих пристаней одновременно, то катер, выходящий из М, тратит на путь в оба конца $t_1 = 3$ часа, а катер из К — $t_2 = 1,5$ часа. Скорости обоих катеров относительно воды одинаковы. Определить на сколько позже должен отплыть катер из М после отплытия катера из К, чтобы оба катера находились в пути одно и то же время.
- На дне аквариума лежит пластинка стекла в форме диска радиусом $R=10$ см., толщиной $d = 0,5$ см, плотностью $\rho = 2500$ кг/м³. Чтобы ее достать, в аквариум опустили трубку радиусом $r = 5$ см, плотно прижали к стеклу, выкачали из трубы воду и стали её медленно поднимать вверх. Определить до какого расстояния h от поверхности воды можно поднять диск.
- Струя воды из шланга вытекает с постоянной скоростью $v_0 = 7$ м/с. Школьники поспорили, у кого струя воды будет бить дальше и экспериментировали, меняя угол наклона шланга к горизонту. Какая дальность полета оказалась у победителя?
- При ремонте бытовой электрической плитки её спираль была укорочена на 0,2 первоначальной длины. Как изменилась при этом электрическая мощность плитки?
- Как должна измениться мощность мотора насоса, чтобы он стал перегонять через узкое отверстие вдвое большее количество воды в единицу времени?

Ответы

1	2	3	4	5
на 45 мин	3 см	4,9 м	увеличилась в 1,25 раза	возрасти в 8 раз



**Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13
по физике**



Отборочный этап

10 класс

1. На концах гладкой непроводящей трубы длиной $2a$ закреплены положительные заряды одинаковой величины $+Q$. На расстоянии b ($b < a$) от середины трубы помещают заряд $+q$ и отпускают его без начальной скорости. Определить ускорение и скорость заряда q в момент времени, когда он проходит через середину трубы. Масса заряда m .
2. Часы с маятником спешат на поверхности Земли на $\Delta t = 1,5$ минуты в сутки. На какой высоте над поверхностью Земли они будут идти верно? Радиус Земли $R = 6350$ км.
3. Два тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг брошены одновременно с поверхности земли под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту каждое. Тела брошены с одинаковыми начальными скоростями 10 м/с так, что их движение оказалось во взаимно перпендикулярных плоскостях. В наивысшей точке подъема тела абсолютно не упруго столкнулись между собой. Найти количество тепла, выделившееся при столкновении.
4. По наклонной плоскости пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии $\ell = 30$ см от начала бруска шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после начала движения. Определить начальную скорость и ускорение шарика, считая его постоянным.
5. Резиновый шар объемом $V_1 = 6$ л, наполненный идеальным газом при температуре $t = 17^\circ C$, находится в воде на глубине $h = 10$ м. Давление внутри шара равно внешнему давлению. Плотность оболочки шара равна плотности воды. К шару прикреплен груз объемом $V = 5$ л и плотностью $\rho = 1598 \text{ кг/м}^3$. На сколько градусов Цельсия нужно повысить температуру внутри шара, чтобы шар начал подниматься вверх? Принять, что $g = 10 \text{ м/с}^2$, молярная масса газа $\mu = 0,0415 \text{ кг/моль}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

Ответы

1	2	3	4	5
$\mathbf{a=0; v = 2b \sqrt{\frac{qQ}{a(a^2 - b^2)}}}$	6,4 км	30 Дж	$\mathbf{a=0,3 \text{ м/с}, V_0 = 0,45 \text{ м/с}}$	на 10° C



**Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13
по физике**



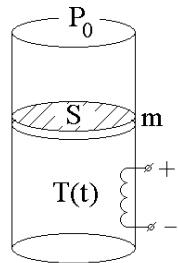
Отборочный этап

11 класс

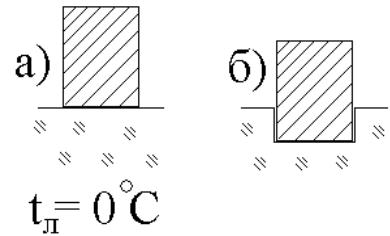
1. Деформация вертикально расположенной легкой пружины, удерживающей гирю, составляет 4 см (см. рис.). Чтобы увеличить деформацию пружины на 50%, медленно надавливая на груз в вертикальном направлении, надо совершить работу 0,3 Дж. Определите коэффициент жесткости пружины.



1. В вертикальном цилиндрическом сосуде с гладкими стенками горизонтальный поршень массы $m = 8 \text{ кг}$ и площадью $S = 40 \text{ см}^2$ удерживается в равновесии аргоном в количестве 3 моль при температуре $T_0 = 300 \text{ К}$. Газ начали медленно нагревать так, что его температура стала линейно изменяться во времени по закону $T = T_0 + a \cdot t$, где постоянная $a = 0,03 \text{ К/сек}$. Найти скорость поршня через 4 минуты. Атмосферное внешнее давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$; газ считать идеальным.



3. Цилиндр из легкого сплава массы $m = 600 \text{ г}$ нагрели до температуры $t_0 = 850 \text{ }^{\circ}\text{C}$ и поставили на горизонтальную поверхность толстого слоя льда, температура которого $t_l = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (см. рис. а). При плавлении льда в нем образуется цилиндрическая лунка с чуть большим радиусом, чем у цилиндра (рис. б), вода вытесняется на поверхность в виде тонкого слоя, а цилиндр погружается в лунку, при этом он окружен снизу и с боков тонким слоем воды, объемом которого можно пренебречь. Какой объем воды выльется через края лунки к моменту достижения теплового равновесия? Считать, что теплообмен происходит только между цилиндром, слоем льда и водой. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Справочные данные: теплоемкости: сплава 2000 Дж/кг·К; воды 4200 Дж/кг·К;

теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$;

плотности: сплава 800 кг/м^3 ; воды 1000 кг/м^3 ; льда 900 кг/м^3 .

4. Шайба ударяется о горизонтальную поверхность льда под углом 45° и отскакивает под углом 45° , потеряв половину кинетической энергии. Найдите коэффициент трения скольжения шайбы о поверхность льда. Действие силы тяжести за время удара не учитывайте. Движение шайбы поступательное.

5. Закрепленный заряженный воздушный конденсатор имеет размеры обкладок $a = 8 \text{ см}$ и $b = 2,5 \text{ см}$, а расстояние между ними $d = 4 \text{ мм}$. Поверхность тонкой диэлектрической пластиинки с ди-

электрической проницаемостью $\epsilon = 1,5$, массой $m = 60$ г имеет такие же размеры как и у обкладок конденсатора, но толщина ее равна $d_1 = \frac{d}{3}$. Пластиинку разместили в конденсаторе параллельно обкладкам так, что снаружи осталась часть $l_1 = \frac{a}{4}$. Какую максимальную скорость может иметь пластиинка при дальнейшем движении между обкладками, если заряд конденсатора равен $q = 5$ мкКл? Трением и краевыми эффектами пренебречь.

Ответы

1	2	3	4	5
1500Н/м	1,6 10 ³ , скорость постоянна	0,54 литра	0,172	1,5 м/с



ФГБОУ ВПО
«Тульский государственный университет»



Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13

по физике

Заключительный этап

8 класс

время решения — 180 минут

1. Две машины движутся с постоянными скоростями $v_1 = 54 \text{ км/ч}$ и $v_2 = 72 \text{ км/ч}$ по двум взаимно перпендикулярным шоссейным дорогам. На каком расстоянии друг от друга окажутся автомобили через 10 мин. после встречи у перекрестка?
2. Кусок металла, представляющий собой сплав меди и серебра, в воздухе весит $P_1 = 2,93 \text{ Н}$, а при погружении в воду его вес равен $P_2 = 2,64 \text{ Н}$. Сколько меди содержится в этом куске сплава? Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, меди $\rho_1 = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, серебра $\rho_2 = 10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Плотностью воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Ответ дать в граммах с точностью до целых.
- 3 Сопротивление проволоки $R = 36 \text{ Ом}$. Когда ее разрезали на N равных частей и соединили эти части параллельно, сопротивление полученного резистора оказалось равным $r = 1 \text{ Ом}$. На сколько частей разрезали проволоку?
- 4 Рычаг длиной $L = 1 \text{ м}$ на концах которого подвешены грузы массой $m_1 = 3 \text{ кг}$ и $m_2 = 2 \text{ кг}$, находится в равновесии. К каждому грузу добавили по перегрузке массой $\Delta m = 1 \text{ кг}$. На какое расстояние нужно переместить точку опоры рычага, чтобы восстановить равновесие?
5. Невесомый стержень может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной стержню. По разные стороны от оси на расстоянии $\ell_1 = 0,6 \text{ м}$ и $\ell_2 = 1,2 \text{ м}$ от нее на стержне закреплены грузы, массы которых $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_2 = 2 \text{ кг}$ соответственно. Стержень, первоначально расположенный горизонтально, отпускают без толчка. Найти скорость большего груза в тот момент, когда стержень проходит вертикальное положение. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



ФГБОУ ВПО
«Тульский государственный
университет»



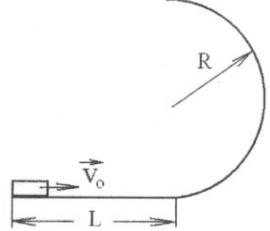
Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13

по физике

Заключительный этап

9 класс

время решения — 180 минут

- Лодка движется в реке по траектории, представляющей собой квадрат со стороной $a = 20 \text{ м}$. Две стороны квадрата параллельны берегам реки. Скорость лодки относительно воды $v = 2,5 \text{ м/с}$. Скорость течения реки $u = 1,5 \text{ м/с}$. Какое время потребуется лодке для преодоления всего пути?
- На краю желоба, размеры которого указаны на рисунке, лежит небольшая шайба. Изогнутая часть желоба гладкая и расположена в вертикальной плоскости. На горизонтальной части коэффициент трения равен $\mu = 0,2$. Какой должна быть начальная скорость шайбы, чтобы она после резкого удара, описав полуокружность, упала в исходную точку? $L = 0,5 \text{ м}$, $R = 0,2 \text{ м}$.
- При отрицательной калорической диете используется вода при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Когда человек выпивает эту воду, организм выделяет энергию, чтобы нагреть ее до температуры человеческого тела $t_1 = 37^\circ\text{C}$. Человеку надо скомпенсировать поступление с пищей 100 ккал (1 кал эквивалентна 4,2 Дж). Если в наличии есть вода комнатной температуры $t_2 = 20^\circ\text{C}$ и кусочки тающего льда, то какую массу воды m_1 и льда m_2 надо взять, чтобы получить необходимое количество ледяной воды? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$
- Из куска проволоки сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ сделали кольцо. Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление равнялось $r = 1 \text{ Ом}$? (Найти отношение ℓ_2 / ℓ_1).
- Через легкий блок, прикрепленный к потолку спортивного зала, перекинута легкая веревка, по свешивающимся концам которой поднимаются два гимнаста. Первый гимнаст массой $m_1 = 63 \text{ кг}$ приближается к потолку с постоянной скоростью. С каким ускорением относительно земли поднимается второй гимнаст массы $m_2 = 60 \text{ кг}$?



ФГБОУ ВПО
«Тульский государственный
университет»



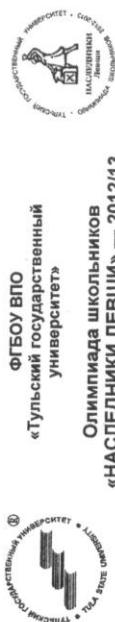
Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13

по физике
Заключительный этап

10 класс

время решения — 180 минут

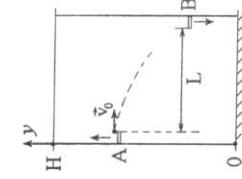
1. С сосны высотой $H = 16\text{ м}$ одновременно с выстрелом охотника падает без начальной скорости шишка. Под каким углом к горизонту целился охотник, стоящий на расстоянии $L = 30\text{ м}$ от дерева, если он попал в шишку? Рост охотника $h = 170\text{ см}$.
2. Спутник движется по круговой орбите в плоскости экватора на высоте равной радиусу Земли. С какой скоростью должен перемещаться наземный наблюдатель, чтобы спутник появлялся над ним каждые 5 часов? Направление движения спутника и вращения Земли совпадают. Радиус Земли $R = 6,37 \cdot 10^6\text{ м}$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8\text{ м/с}^2$.
3. Материальная точка движется по оси OX по закону $x = 0,1\sin(\pi t)$. Найдите среднюю скорость на пути, пройденном материальной точкой, за время от $t_1 = 0$ до $t_2 = 1,5\text{ с}$.
4. Вертикально расположенный сосуд разделен на две равные части тяжелым теплонепроницаемым поршнем, который может скользить без трения. В верхней части находится водород при температуре T и давлении P . В нижней кислород при температуре $2T$. Сосуд перевернули. Чтобы поршень остался на месте, пришлось охладить кислород до температуры $T/2$, температура водорода осталась прежней. Определить давление кислорода в обоих случаях.
5. Суммарная мощность, выделяющаяся на резисторах, сопротивление которых $R_1 = 9\text{ Ом}$ и $R_2 = 4\text{ Ом}$, одинакова при последовательном и параллельном соединениях резисторов. Найти внутреннее сопротивление источника тока, питающего эти резисторы.



ФГБОУ ВПО
«Тульский государственный
университет»
Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» — 2012/13
год
по физике

II класс

время решения — 180 мин



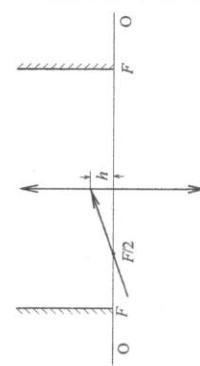
1. Для ремонта десятиэтажного здания рядом с соседними подъездами были установлены лифты для подъема и спуска строительных материалов на высоту $H = 30$ м. Платформа левого лифта A начинает свое движение снизу, а платформа правого лифта B начинает двигаться одновременно с ним, но сверху. При работе лифты первую половину своего пути проходят с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$, а вторую половину тормозят с таким же ускорением до полной остановки в конечной точке. Когда лифт A прошел расстояние $h = 2H/3$, лифт B , находящийся в нем, сбил ногой кусок кирпича засыпавшего на правом краю своей платформы, придав ему скорость $v_0 = 2 \text{ м/с}$ относительно платформы в горизонтальном направлении, и этот кусочек попал точно в левый край платформы B . Сколько времени летел кусочек, на какой высоте проиошло попадание и каково расстояние L между платформами? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Маленький мальчик играет с деревянным бруском массы $m = 50$ г из набора для детского творчества. Построяв горку, он заносит брусков с постоянной скоростью $v = 10 \text{ см/с}$, толкая его до конца траектории движения бруска (движение бруска в вертикальной плоскости). Оказалось, что первая часть траектории AB представляет собой часть дуги радиусом $R = OA = 20$ см, угловое размахом которой $\alpha = 30^\circ$, а вторая часть $BC = 40$ см это прямолинейное продолжение, касательное к дуге AB . Коэффициент трения бруска о поверхность горки веде одинаков и равен $\mu = 0.4$. Во сколько раз отличается работа, совершенная мальчиком на этих двух участках горки, если отрезок OA вертикален? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

3. Вертикальный цилиндрический теплоизолированный сосуд с галаками стеклами разделен на две части подвижным поршнем массой $m = 200$ кг, который сделан из пористого материала. В нижней части цилиндра вакууме находилась смесь гелия и неона в количестве $V_1 = 0.4$ моль и $V_2 = 0.6$ моль соответственно при температуре 177°C , а в верхней части был вакуум. Оказалось, что через мелкие поры поршня могут проходить только маленькие молекулы гелия, но не неона. Когда установлено новое равновесие, поршень переместился. На сколько при этом изменилась температура смеси ($\text{в }^\circ\text{C}$)? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, газы считать идеальными. Ответ округлить до целых.

4. Помередиане между обкладками плоского воздушного конденсатора, подключенного к идеальному источнику постоянного напряжения $U = 1000$ В, поместили тонкую незаряженную металлическую пластинку плоскостью $S = 1 \text{ м}^2$ и массой $m = 0.12$. Затем ее толкнули со скоростью $V = 1.77 \text{ м/с}$ в направлении перпендикулярном одной из обкладок. При абсолютно упругом ударе с обкладкой пластинка мгновенно получает заряд, поверхность заряда которого равна поверхности пластинки заряда обкладки. Через какое время после толкна кинетическая энергия пластинки увеличится в 25 раз? Расстояние между обкладками $d = 1 \text{ см}$. Площади пластинки и обкладок все время параллельны, сила тяжести отсутствует, краевые эффекты и сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что электрическое поле пластинки не влияет на распределение заряда на обкладках конденсатора, а размеры пластинки намного меньше размеров обкладок. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

5. В фокальных плоскостях собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10 \text{ см}$ расположена плоское зеркало, как показано на рисунке. На линзу падает луч света, пересекая главную оптическую ось на расстоянии $F/2$, а сама линза на расстоянии h от центра линзы, причем $\frac{h}{F} = 10^{-3}$. В какой точке и под каким углом (в градусах) отраженный луч пересечет первоначальный луч? Для малых углов пренебречь.



Линза
зеркало
луч

Ответы

Класс	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
8	15 км	65 г	6	2,86 см	4 м/с
9	45 с	3,62 м/с	2,152 кг; 0,548 кг	8	0,5 м/с ²
10	30 ⁰	110 м/с	0,2 м/с	$P_2=1,6 P_1$ $P_2^1=0,4 P_1$	6 Ом
11	через 3,24 с на высоте 0 м; L=6,48 м	5,05 раза	86 ⁰	10,82 с	0,23 ⁰ (см. рис.)

Рисунок к заданию 5 для 11 класса:

