

8 класс

8.1 Какое из двух чисел больше

$$\frac{2016}{2018} \text{ или } \frac{2015}{2017} ?$$

Решение:

Представим числа $\frac{2016}{2018} = 1 - \frac{2}{2018}$ и $\frac{2015}{2017} = 1 - \frac{2}{2017}$. Тогда сравнивая дроби с одинаковыми числителями

$$\frac{2}{2018} < \frac{2}{2017},$$

умножим на -1

$$-\frac{2}{2018} > -\frac{2}{2017}.$$

Прибавим к обеим частям равенства 1

$$1 - \frac{2}{2018} > 1 - \frac{2}{2017},$$

тогда

$$\frac{2016}{2018} > \frac{2015}{2017}.$$

Ответ: $\frac{2016}{2018} > \frac{2015}{2017}.$

8.2 К некоторому двузначному числу слева и справа приписали по единице. В результате получили число, в 23 раза большее первоначального. Найдите это двузначное число.

Решение:

Пусть $\overline{xy} = 10x + y$ – искомое двузначное число, тогда

$1\overline{xy}1 = 1000 + 100x + 10y + 1$ есть число, которое в 23 раза больше искомого двузначного числа. Получим уравнение

$$1000 + 100x + 10y + 1 = 23(10x + y).$$

Решая это уравнение, находим

$$\begin{aligned}1001 + 10(10x + y) &= 23(10x + y), \\13(10x + y) &= 1001, \\10x + y &= 77.\end{aligned}$$

Ответ: 77.

8.3 Катер прошел по течению реки 90 км за некоторое время. За то же время он прошел бы против течения 70 км. Какое расстояние за это время проплывает плот?

Решение:

Пусть t ч – время, затраченное катером на путь по течению или против течения. Тогда $\frac{90}{t}$ км/ч – скорость катера по течению, равная собственной скорости катера плюс скорость течения воды; $\frac{70}{t}$ км/ч – скорость катера против течения, равная собственной скорости катера минус скорость течения воды.

$$\frac{\frac{90}{t} - \frac{70}{t}}{2} = \frac{10}{t} \text{ км/ч} \text{ – скорость течения воды.}$$

Теперь вычислим расстояние, которое проплывает плот за время t :

$$\frac{10}{t} \cdot t = 10 \text{ км.}$$

Ответ: 10 км.

8.4 В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 120° , на сторонах AB и BC взяты точки P и Q так, что $AP = BQ$. Найдите углы треугольника PQD .

Решение:

Так как $\Delta APD \cong \Delta BQD$, то $PD = QD$, $\angle ADP = \angle BDQ$. Тогда

$$\angle PDQ = \angle PDB + \angle BDQ = \angle PDB + \angle ADP = \angle ADB = 60^\circ,$$

$$\angle QPD = \angle PQD = 120^\circ \div 2 = 60^\circ.$$

Ответ: 60° .

8.5 В таблице размера 3×3 расставлены числа следующим образом

0	3	2
6	7	0
4	9	5

Одним ходом разрешается к любым двум числам, стоящим в соседних клетках, прибавить одно и тоже число (клетки называются соседними, если они имеют общую сторону).

Можно ли за несколько ходов получить:

- таблицу, во всех клетках которой стоят нули?
- таблицу, в клетках которой стоят нули и одна единица?

Решение:

а) Требуемую таблицу можно получить за 5 ходов, например, следующим образом

<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>9</td><td>5</td></tr></table>	0	3	2	6	7	0	4	9	5	Прибавим -2	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>9</td><td>5</td></tr></table>	0	1	0	6	7	0	4	9	5	прибавим -4	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td>5</td></tr></table>	0	1	0	6	7	0	0	5	5	прибавим -5
0	3	2																														
6	7	0																														
4	9	5																														
0	1	0																														
6	7	0																														
4	9	5																														
0	1	0																														
6	7	0																														
0	5	5																														

<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0	6	7	0	0	0	0	прибавим -6	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0	0	1	0	0	0	0	прибавим -1	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0																													
6	7	0																													
0	0	0																													
0	1	0																													
0	1	0																													
0	0	0																													
0	0	0																													
0	0	0																													
0	0	0																													

Пара клеток, к которым применяется операция, выделены жирным контуром.

Число, прибавляемое к числам в этих клетках, записано рядом.

б) если к таблице

a	b	c
d	e	f
g	h	k

применить операцию, разрешенную условием задачи, то в выражении

$$S = (a + c + e + g + k) - (b + d + f + h)$$

к уменьшаемому и вычитаемому прибавится одно и то же число, и это выражение не изменится. В данной таблице

$$S = (0 + 2 + 7 + 4 + 5) - (3 + 6 + 0 + 9) = 0.$$

Таблица же, в клетках которой стоят нули и одна единица, имеет сумму S , равную 1 или -1 , а не нулю. Следовательно, эта таблица не может быть получена из данной.

Ответ: а) можно; б) нельзя.