

## 8 класс

**8.1** Вычислите  $\left( \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}} \right) \cdot (\sqrt{3}+5)^{-1}$ .

Решение:

Избавимся от иррациональности в знаменателях дробей.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} + \frac{3(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} + \frac{15(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} \right) \cdot (\sqrt{3}+5)^{-1} = \left( \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{3(\sqrt{3}+2)}{-1} + \frac{15(3+\sqrt{3})}{6} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+5} = \left( \sqrt{3}+1-3\sqrt{3}-6+\frac{15}{2}+\frac{5}{2}\sqrt{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+5} = \\ & = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+5} = \frac{\sqrt{3}+5}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+5} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

**8.2** Известно, что если  $a, b, c$  положительные числа и  $a+b=c$ . Сравните два числа  $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$  и  $c^{\frac{2}{3}}$ .

Решение:

Так как  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = 1$ ,  $0 < \frac{a}{c}, \frac{b}{c} < 1$ , то

$$\left( \frac{a}{c} \right)^{2/3} + \left( \frac{b}{c} \right)^{2/3} > \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = 1. \text{ Следовательно, } a^{2/3} + b^{2/3} > c^{2/3}.$$

**Ответ:**  $a^{2/3} + b^{2/3} > c^{2/3}$

**8.3** При каких  $a$  множество решений уравнения

$$(a^3 - a)x = 2a^{12} - 3a$$

и неравенства

$$(a^2 - a)x < 3 - 3a$$

совпадают?

Решение:

Множеством решений неравенства  $(a^3 - a)x = 2a^{12} - 3a$  может быть пустое множество, вся числовая прямая и одна точка. Из сказанного ясно, что множества решений будут совпадать, если они оба представляют собой пустое множество или всю числовую прямую.

Неравенство  $(a^2 - a)x < 3 - 3a$ :

- а) не имеет решений при  $a=1$ ;
- б) имеет решениями всю числовую ось при  $a=0$ .

Подставим эти значения  $a$  в уравнение.

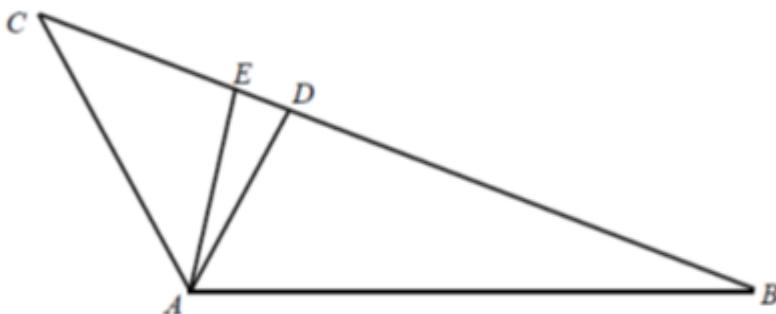
А) при  $a=1$  имеем,  $0x = -1$ . Это уравнение не имеет решений. Следовательно, при  $a=1$  и уравнение, и неравенство имеют пустое множество решений.

Б) При  $a=0$  имеем  $0x = 0$ . Решениями этого уравнения будут все  $x \in R$ . Следовательно, при  $a=0$  и неравенство, и уравнение имеют решениями  $x \in R$ . Таким образом, при  $a = 0$  и уравнение, и неравенство имеют решениями всю числовую прямую, а при  $a = 1$  – пустое множество.

**Ответ:**  $a = 0$  или  $a = 1$ .

**8.4** В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $20^\circ$ , а угол  $C$  равен  $40^\circ$ . Биссектриса  $AD$  угла  $A$  равна 2. Найдите  $BC - AB$ .

Решение:



На стороне  $BC$  отметим точку  $E$  так, чтобы  $AB = BE$ . Тогда  $CE = BC - AB$ .

Из треугольника  $ABC$   $\angle A = 180^\circ - 40^\circ - 20^\circ = 120^\circ$ . Так как  $AD$  – биссектриса, то  $\angle BAD = 120^\circ : 2 = 60^\circ$ .  $\angle ADC$  – внешний для треугольника  $ADB$ . Тогда  $\angle ADC = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$ .  $\triangle ABE$  – равнобедренный по построению,

тогда  $\angle AEB = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$ . Таким образом  $\Delta ADE$  равнобедренный и  $AE = AD = 2$ . Далее  $\angle CEA = 180^\circ - \angle AEB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ .  $\angle CAE = 180^\circ - \angle ACE - \angle AEC = 180^\circ - 40^\circ - 100^\circ = 40^\circ$ , т.е.  $\Delta ACE$  - равнобедренный и  $CE = AE = 2$ .

**Ответ:** 2.

**8.5** Пароход от Нижнего Новгорода до Астрахани идет 5 суток, а от Астрахани до Нижнего Новгорода – 7 суток. Сколько дней будут плыть по течению плоты от Нижнего Новгорода до Астрахани?

Решение:

Если  $x$  – скорость течения, а  $y$  – скорость парохода в стоячей воде, то скорость парохода вниз по реке равна  $y + x$ , а вверх  $y - x$ . Если расстояние от Нижнего Новгорода до Астрахани равно  $B$ , то

$$\begin{cases} \frac{y+x}{B} = \frac{1}{5}, \\ \frac{y-x}{B} = \frac{1}{7}. \end{cases}$$

Вычитая уравнения системы, получим  $\frac{2x}{B} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$ ,  $\frac{2x}{B} = \frac{2}{35}$   $x = 35$ .

**Ответ:** 35 суток.