

10 класс

10.1 Решите в целых числах уравнение

$$\underbrace{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \cdots + \sqrt{x}}}}}}_{2020} = y.$$

10.2 Запишем рациональные положительные числа в виде последовательности

$$\frac{1}{1}; \frac{2}{1}, \frac{1}{2}; \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}; \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}; \dots .$$

Найдите номер места, на котором стоит $\frac{2020}{2019}$.

10.3 При каких a неравенство

$\sin^4 x + \cos^4 x > a \sin x \cos x$
выполнено при всех x ?

10.4 В окружность с центром O вписана трапеция $KLMN$, в которой $KL \parallel MN$, $KL = 8$, $MN = 2$, $\angle NKL = 45^\circ$. Хорда MA окружности пересекает отрезок KL в точке B такой, что $KB = 3$. Найдите расстояние от точки O до прямой AK .

10.5 В конкурсе «Мисс мира» участвуют 100 девушек. Известно, что среди любых 12 из них найдутся двое, которые знакомы между собой. Докажите, что как бы ни раздали участницам номера (не обязательно от 1 до 100), найдутся две знакомые девушки, номера которых начинаются с одинаковой цифры.

