

П.Д. ДЕМИНОВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

## ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ЗАПРЕДЕЛЬНЫХ ПРОГИБОВ ПОСЛЕ ОБРАЗОВАНИЯ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКЕ НА СТОХАСТИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

*Аннотация.* Представлены результаты расчета железобетонной балки на упругом стохастически неоднородном основании после образования трещин в бетоне. Коэффициенты податливости основания рассматриваются как случайные стационарные функции, а нагрузка предполагается случайной нестационарной функцией координаты  $x$ . Прочностные параметры бетона принимаются случайными гауссовыми величинами. Приводятся параметры распределения, как начальной изгибной жесткости железобетонной балки, так и жесткости балки после образования трещин, как функции случайной кубиковой прочности бетона. Определяются параметры плотностей распределения прогибов балки до образования в ней трещин, а также после образования трещин. Для приближенного решения дифференциального уравнения изгиба железобетонной балки после образования трещин используется вариационный принцип стационарности дополнительной энергии (функционал Кастильяно). Это позволяет определить вероятностные характеристики распределения эквивалентной постоянной жесткости балки, вероятностные параметры распределения прогибов балки после образования трещин, а также суммарный дифференциальный закон распределения прогибов в балке на упругом основании в произвольном сечении балки. Определена вероятность возникновения предельного состояния в виде превышения величины предельной нормативной величины прогибов с учётом возможного образования трещин в балке.

**Ключевые слова:** железобетонная балка, упругое основание, вероятные значения, случайные характеристики, образование трещин, вероятность трещинообразования, вероятность предельных прогибов.

P.D. DEMINOV<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

## EVALUATION OF THE PROBABILITY OF THE FORMATION OF ULTIMATE DEFLECTIONS IN A REINFORCED CONCRETE BEAM WITH CRACKS ON A STOCHASTIC BASE

**Abstract.** The results of calculating a reinforced concrete beam on an elastic statistically inhomogeneous foundation after the formation of cracks in concrete are presented. The compliance coefficients of the base are considered as random stationary functions, and the load is assumed to be a random non-stationary function of the  $x$  coordinate. Strength parameters of concrete are taken as random Gaussian values. The distribution parameters are given for both the initial bending stiffness of a reinforced concrete beam and the stiffness of the beam after cracking, as a function of the random cube strength of concrete. The parameters of the distribution densities of the deflections of the beam before the formation of cracks in it, as well as after the formation of cracks, are determined. For an approximate solution of the differential equation for the bending of a reinforced concrete beam after the formation of cracks, the variational principle of stationarity of additional energy (the Castigliano functional) is used. This makes it possible to determine the probabilistic characteristics of the distribution of the equivalent constant stiffness of the beam, the probabilistic parameters of the distribution of beam deflections after cracking, as well as the total differential law of the distribution of

*deflections in a beam on an elastic foundation in an arbitrary section of the beam. The probability of occurrence of the limiting state in the form of exceeding the value of the deflections of the beam, the limiting standard value of the deflections, taking into account the possible formation of cracks in the beam, has been determined.*

**Keywords:** reinforced concrete beam, elastic foundation, probable values, random characteristics, cracking, the probability of cracking, the probability of excessive deflections.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамразян А.Г., Дехтерев Д.С., Карпов А.Е., Ласковенко А.Г. Определение расчетных параметров для оценки надежности платформенных стыков панельных зданий. В сборнике: Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия. Под редакцией А.Г. Тамразяна, Д.Г. Копаницы. 2016. С. 413-416.
2. Тамразян А.Г., Манаенков И.К. К расчету плоских железобетонных перекрытий с учетом фактической жесткости сечения. Научное обозрение. 2015. № 8. С. 87-92.
3. Тамразян А.Г., Дудина И.В. Влияние изменчивости контролируемых параметров на надежность преднапряженных балок на стадии изготовления. Жилищное строительство. 2001. № 1. С. 16-17.
4. Деминов П.Д. К оценке статистических параметров железобетонной балки на упругом основании, имеющем стохастические характеристики // Строительство и реконструкция. 2018. № 5 (79). С. 16-24.
5. Благонадёжин В.Л., Кудрявцев Е.П. Статистическое исследование деформаций песчаных оснований и трубопроводов подземных волноводных линий связи // Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1964-1965 г. Секция динамики и прочности машин. М., Издательство МЭИ, 1965. С.78-86.
6. Деминов П.Д. Оценка вероятностных характеристик плотности вероятности предельной поперечной силы в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2019. №5 (85). С. 11-16.
7. Деминов П.Д. Оценка вероятности разрушения железобетонной балки, лежащей на стохастическом упругом основании с двумя коэффициентами постели, по наклонному сечению от поперечной силы // Строительство и реконструкция. 2021. № 1 (93). С. 16-25.
8. Леонтьев Н.Н., Леонтьев А.Н., Соболев Д.Н. Основы теории балок и плит на деформируемом основании. М.: МИСИ, 1982. 119 с.
9. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. С.440-442.
10. Киселев В.А. Расчет балок на упругом основании. М.: Издательство МАДИ, 1981. С. 39-40.
11. Деминов П.Д. Оценка вероятности возникновения недопустимых прогибов в железобетонной балке, лежащей на стохастическом основании с двумя коэффициентами постели, под действием нестационарной случайной нагрузки // Технология текстильной промышленности. 2019. № 4 (382). С. 48-53.
12. Красовский Л.А. Основы автоматики и технической кибернетики. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1960. С.194-198.
13. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. В 2 т. СПб.: Мифрил., Гл. ред. физ.-мат.лит., 1996. Т.1. С. 128-131.
14. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. В 2 т. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Гармонический анализ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. С. 172-173.
15. СП 52-101-2003 Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. М.: 2004.
16. Матвеева Т.А., Светличная В.Б., Зотова С.А. Теория вероятностей: системы случайных величин и функции случайных величин / Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. С.36.
17. Reissner E. On some Variation Theorems in Elasticity. Problems of Continuum Mechanics. Contributions in Honor of N. I. Muskhelishvili. Philadelphia, 1961. Pp. 370-381.
18. Washizu K. Variational Method in Elasticity and Plasticity. Pergamon Press, 1982.
19. Александров А.В., Лащенко Б.Я., Шапошников Н.Н. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы. М.: Издательство «Стройиздат», 1983. С.152-161.
20. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. 6-е изд. стер. М.: Высшая школа, 1999. С.280-285.

### REFERENCES

1. Tamrazyan A.G., Dekhterev D.S., Karpov A.Ye., Laskovenko A.G. Opredeleniye raschetnykh parametrov dlya otsenki nadezhnosti platformennykh stykov panel'nykh zdaniy. V sbornike: Sovremennyye problemy

- rascheta zhelezobetonnykh konstruksiy, zdaniy i sooruzheniy na avariynnye vozdeystviya. Pod redaktsiyey A.G. Tamrazyana, D.G. Kopanitsy. 2016. S. 413-416.
2. Tamrazyan A.G., Manayenkov I.K. K raschetu ploskikh zhelezobetonnykh perekrytiy s uchedom fakticheskoy zhestkosti secheniya. Nauchnoye obozreniye. 2015. № 8. S. 87-92.
  3. Tamrazyan A.G., Dudina I.V. Vliyaniye izmenchivosti kontroliruyemykh parametrov na nadezhnost' prednapryazhennykh balok na stadii izgotovleniya. Жилищное строительство. 2001. № 1. S. 16-17.
  4. Deminov P.D. K ocenke statisticheskikh parametrov zhelezobetonnoj balki na uprugom osnovanii, imeyushchem stohasticheskie harakteristiki // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2018. № 5 (79). S. 16-24.
  5. Blagonadyozhin V.L., Kudryavcev E.P. Statisticheskoe issledovanie deformatsiy peschanykh osnovanij i truboprovodov podzemnykh volnovodnykh linij svyazi // Doklady nauchno-tekhnicheskoy konferencii po itogam nauchno-issledovatel'skikh rabot za 1964-1965 g. Sektsiya dinamiki i prochnosti mashin. M., Izdatel'stvo MEI, 1965. S.78-86.
  6. Deminov P.D. Ocenka veroyatnostnykh harakteristik plotnosti veroyatnosti predel'noj poperechnoj sily v izgibaemykh zhelezobetonnykh elementah // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2019. №5 (85). S. 11-16.
  7. Deminov P.D. Ocenka veroyatnosti razrusheniya zhelezobetonnoj balki, lezhashchej na stohasticheskom uprugom osnovanii s dvumya koeffitsientami posteli, po naklonnomu secheniyu ot poperechnoj sily // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2021. № 1 (93). S. 16-25.
  8. Leont'ev N.N., Leont'ev A.N., Sobolev D.N. // Osnovy teorii balok i plit na deformiruемом osnovanii. M.: MISI, 1982. 119 s.
  9. Lejbenzon L.S. Kurs teorii uprugosti. M.-L.: Gosudarstvennoe izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1947. S.440-442.
  10. Kiselev V.A. Raschet balok na uprugom osnovanii. M.: Izdatel'stvo MADI, 1981. S. 39-40.
  11. Deminov P.D. Ocenka veroyatnosti voznikoveniya nedopustimyh progibov v zhelezobetonnoj balke, lezhashchej na stohasticheskom osnovanii s dvumya koeffitsientami posteli, pod dejstviem nestacionarnoj sluchajnoj nagruzki // Tekhnologiya tekstil'noj promyshlennosti. 2019. № 4 (382). S. 48-53.
  12. Krasovskij L.A. Osnovy avtomatiki i tekhnicheskoy kibernetiki. M.-L.: Gosenergoizdat, 1960. S.194-198.
  13. Piskunov N.S. Differencial'noe i integral'noe ischislenie. V 2 t. SPb.: Mifril., Gl. red. fiz.-mat.lit., 1996. T.1. S. 128-131.
  14. Kudryavcev L.D. Kratkij kurs matematicheskogo analiza. V 2 t. T.2. Differencial'noe i integral'noe ischislenie funktsij mnogih peremennykh. Garmonicheskij analiz. M.: FIZMATLIT, 2005. S. 172-173.
  15. SP 52-101-2003 Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii bez predvaritel'nogo napryazheniya armatury. M.: 2004.
  16. Matveeva T.A., Svetlichnaya V.B., Zotova S.A. Teoriya veroyatnostej: sistemy sluchajnykh velichin i funktsii sluchajnykh velichin / Ucheb. posobie / VolgGTU, Volgograd, 2006. S.36.
  17. Reissner E. On some Variation Theorems in Elasticity. Problems of Continuum Mechanics. Contributions in Honor of N. I. Muskhelishvili. Philadelphia, 1961. Pp. 370-381.
  18. Washizu K. Variational Method in Elasticity and Plasticity. Pergamon Press, 1982.
  19. Aleksandrov A.V., Lashchenkov B.YA., SHaposhnikov N.N. Stroitel'naya mekhanika. Tonkostennyye prostranstvennyye sistemy. M.: Izdatel'stvo «Strojizdat», 1983. S.152-161.
  20. Ventcel' E.S. Teoriya veroyatnostej: Ucheb. dlya vuzov. 6-e izd. ster. M.: Vyssh. shk., 1999. S. 280-285.

#### **Информация об авторе:**

**Деминов Павел Дмитриевич**

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций.

E-mail: [p-deminov@mail.ru](mailto:p-deminov@mail.ru)

#### **Information about the author:**

**Deminov Pavel D.**

National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia, candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the department of Reinforced Concrete and Stone Structures.

E-mail: [p-deminov@mail.ru](mailto:p-deminov@mail.ru)