

О.В. РАДАЙКИН<sup>1</sup><sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Казанский государственный архитектурно-строительный университет», г. Казань, Россия

## ПРОЧНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ПРИ КОСОМ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

*Аннотация.* Изучение литературы показало отсутствие подробного алгоритма расчёта прочности железобетонных элементов прямоугольного профиля при косом внецентренном сжатии с применением нелинейной деформационной модели. Восполнить этот пробел призвана данная статья, в которой такой алгоритм представлен. Особенность предложенной методики заключается в том, что для каждой компоненты железобетонного сечения (бетонной площадки, арматурного стержня) вводится локальная система координат с началом отчёта, расположенном на нейтральной оси сечения. Это позволяет на этой оси приравнять продольные деформации нулю,  $\varepsilon_0=0$ , и значительно упростить расчётные формулы для определения кривизны и других параметров. Выполнено сравнение результатов расчёта разрушающей нагрузки  $N_{ult}$  по методике с экспериментальными данными, приведёнными в работе М.С. Торьяника. Сравнение выполнено для 7 коротких образцов, отличающихся размерами поперечного сечения, армированием, классом бетона, эксцентриситетом приложения нагрузки. Установлена близость результатов, отличие составляет от -6,8 до +6,1 %, что можно считать приемлемым, поэтому предложенная методика рекомендуется для внедрения в нормы проектирования.

**Ключевые слова:** железобетон, нелинейная деформационная модель, косое внецентренное сжатие, прочность, методика.

O.V. RADAYKIN<sup>1</sup><sup>1</sup>Kazan state University of architecture and construction, Kazan, Russia

## STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS OF A RECTANGULAR PROFILE UNDER OBLIQUE OUT-OF-CENTER COMPRESSION USING A NONLINEAR DEFORMATION MODEL

*Abstract.* The study of the literature showed the absence of a detailed algorithm for calculating the strength of reinforced concrete elements of a rectangular profile under oblique out-of-center compression using a nonlinear deformation model. This article, which presents such an algorithm, is intended to fill this gap. The peculiarity of the proposed method is that a local coordinate system is introduced for each component of the reinforced concrete section (concrete platform, reinforcing bar) with the beginning of the report located on the neutral axis of the section. This makes it possible to equate the longitudinal deformations to zero,  $\varepsilon_0=0$ , on this axis, and significantly simplify the formulas for determining the curvature and other parameters. The results of calculating the destructive load of  $N_{ult}$  using the method are compared with the experimental data presented in the work of M. S. Toryanik. The comparison was made for 7 short samples that differ in cross-section size, reinforcement, concrete class, and load application eccentricity. The similarity of the results is established, the difference is from -6.8 to +6.1 %, which can be considered acceptable, so the proposed method is recommended for implementation in the design standards.

**Keywords:** keyword 1, keyword 2, keyword 3, keyword 4, keyword 5.

### Введение

К настоящему моменту нелинейная деформационная модель железобетонного сечения прочно вошла в арсенал инженеров-проектировщиков благодаря своей простоте, универсальности и возможности самостоятельно автоматизировать расчёты с её использованием. Тем не менее, что в нормативной [1], что в научно-технической литературе [2]-[5] и др., работы, где подробно описывались бы алгоритмы расчёта железобетонных

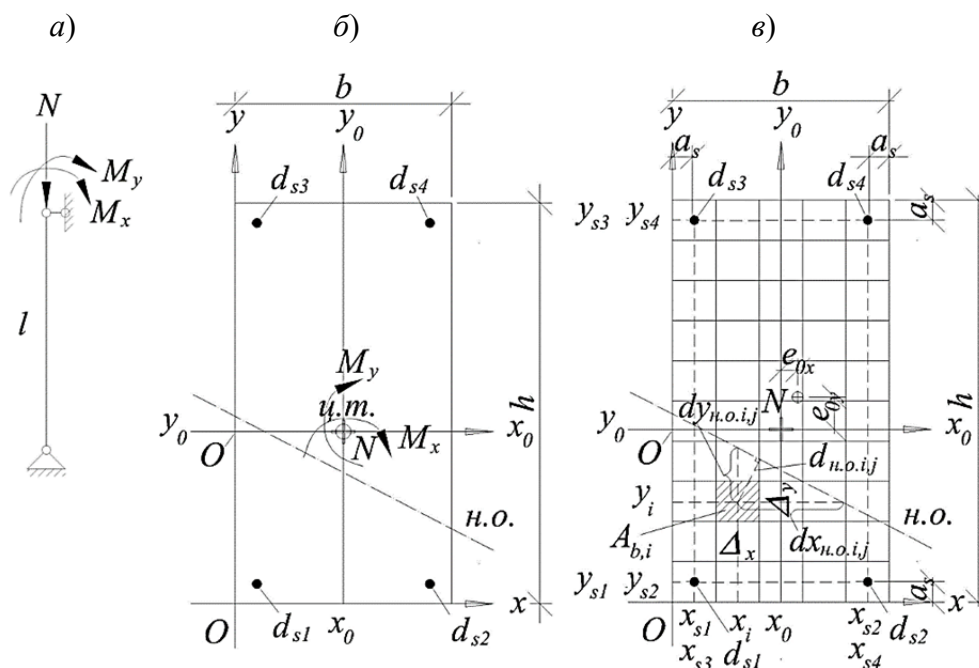
элементов с применением этой модели, практически отсутствуют. При этом существующие вычислительные комплексы, реализующие положения модели, такие как *NormCAD*, *Midas GSD* др., имеют в своей основе закрытые программные коды, что обусловлено коммерческой тайной разработчиков. В качестве исключения можно назвать лишь некоторые немногочисленные публикации [6]-[10], где в разной степени детальности расчётные алгоритмы рассматриваются, но для частных наиболее простых случаев напряжённо-деформированного состояния стержневых железобетонных элементов. Для случая косо внецентренного сжатия подробные алгоритмы не обнаружены. Единственным найденным исключением для примера сталефибробетонных колонн является диссертационное исследование [11], результаты которого могут быть распространены и на обычный железобетон при учёте его особенностей. Тем не менее, реализовать предлагаемые и в этой, и в других рассмотренных работах алгоритмы непосредственно в программных комплексах без дополнительной проработки промежуточных этапов расчёта не представляется возможным. Восполнить этот пробел призвана данная статья.

### Модели и методы

Алгоритм расчёта прочности косо внецентренно нагруженного короткого элемента (с гибкостью  $\lambda < 14$ ) прямоугольного сечения в данной статье строится на общих положениях нелинейной деформационной модели, изложенных в [1], с учётом диаграмм, предложенных в [12]-[13] и [14]. Их реализация выполнена в ПК «*MathCAD 15.0*».

### Результаты исследования и их анализ

Алгоритм представлен в таблице 1. Расчётная схема короткого железобетонного элемента при косом внецентренном сжатии показана на рисунке 1. Особенность этой расчётной схемы заключается в том, что для каждой компоненты железобетонного сечения (бетонной площадки, арматурного стержня) вводится локальная система координат с началом отчёта, расположенном на нейтральной оси сечения. Это позволяет на этой оси приравнять продольные деформации нулю,  $\varepsilon_0 = 0$ , и значительно упростить расчётные формулы для определения кривизны и других параметров.



**Рисунок 1 – Расчётная схема короткого железобетонного элемента при косом внецентренном сжатии:**  
 а – расчётная схема короткой стойки (элемента); б – схема усилий в поперечном сечении;  
 в – расчётная схема поперечного сечения элемента для построения нелинейной деформированной модели  
 (напряжения и деформации условно не показаны)

Таблица 1 – Обобщенный алгоритм расчета прочности железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии с применением нелинейной деформационной модели

№ п/п	Описание этапа	Основные расчетные выражения и величины
1	2	3
<b>Исходные данные</b>		
1.	Геометрические, физические и силовые параметры.	$b, h, a_s, d_{s1}, d_{s2}, d_{s3}, d_{s4}$ , кл. $B$ , кл. $A, N, e_{0x}, e_{0y}$ .
2.	Диаграммы деформирования материалов: для арматуры – двухлинейная Прандтля, для бетона – криволинейная [12]-[13] либо [14].	« $\sigma_b$ - $\epsilon_b$ », « $\sigma_{bt}$ - $\epsilon_{bt}$ », « $\sigma_s$ - $\epsilon_s$ », « $\sigma_{sc}$ - $\epsilon_{sc}$ ».
<b>Этап I. Первое приближение</b>		
3.	Задать начальное положение декартовой системы координат $Oxy$ с началом в левом нижнем углу сечения элемента. Сечение разбить по высоте и ширине на элементарные площадки с размерами $\Delta_x \times \Delta_y$ . С центральными осями $Ox_0y_0$ приведённого сечения связать точку приложения сжимающей силы $N$ .	$n \geq 10, m \geq 10, \Delta_x = \frac{b}{m}, \Delta_y = \frac{h}{n}$ .
4.	Для каждой площадки определить её координаты $x_{i,j}$ и $y_{i,j}$ . Составить расчетную схему сечения.	$x_{i,j} = \Delta_x(j+0,5), y_{i,j} = \Delta_y(i+0,5), i \in [0; n-1], j \in [0; m-1]$ .
5.	Начальное приближение кривизн.	$\chi_x = \frac{1}{\rho_x} = R_b \frac{bh^2}{6E_b} e_{0y}, \chi_y = \frac{1}{\rho_y} = R_b \frac{hb^2}{6E_b} e_{0x}, \chi_0 = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}$ .
6.	Начальное приближение радиусов инерции сечения.	$i_x = \frac{b}{\sqrt{12}}, i_y = \frac{h}{\sqrt{12}}$ .
7.	Начальное приближение координат ц.т. приведённого сечения.	$x_0 = \frac{b}{2}, y_0 = \frac{h}{2}$ .
8.	Начальное положение нейтральной оси.	$x_{n.o.i,j} = x_0 - \frac{i_y^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(y_{i,j} - y_0)}{i_x^2} \right], y_{n.o.i,j} = y_0 - \frac{i_x^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(x_{i,j} - x_0)}{i_y^2} \right],$ $x_{n.o.s1} = x_0 - \frac{i_y^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(a_s - y_0)}{i_x^2} \right], y_{n.o.s1} = y_0 - \frac{i_x^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(a_s - x_0)}{i_y^2} \right],$ $x_{n.o.s2} = x_{n.o.s1}, y_{n.o.s2} = y_0 - \frac{i_x^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(b - a_s - x_0)}{i_y^2} \right],$ $x_{n.o.s3} = x_0 - \frac{i_y^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(h - a_s - y_0)}{i_x^2} \right], y_{n.o.s3} = y_{n.o.s1}, x_{n.o.s4} = x_{n.o.s3},$ $y_{n.o.s4} = y_{n.o.s2}.$
9.	Расстояния от каждой точки железобетонного сечения до нейтральной оси.	$dx_{n.o.i,j} = x_{n.o.i,j} - x_{i,j}, dy_{n.o.i,j} = y_{n.o.i,j} - y_{i,j}, d_{n.o.i,j} = \frac{ dx_{n.o.i,j}   dy_{n.o.i,j} }{\sqrt{(dx_{n.o.i,j})^2 + (dy_{n.o.i,j})^2}};$ $dx_{n.o.s1} = x_{n.o.s1} - a_s, dy_{n.o.s1} = y_{n.o.s1} - a_s, dx_{n.o.s2} = x_{n.o.s2} - (b - a_s),$ $dy_{n.o.s2} = y_{n.o.s2} - a_s, dx_{n.o.s3} = x_{n.o.s3} - a_s, dy_{n.o.s3} = y_{n.o.s3} - (h - a_s),$ $dx_{n.o.s4} = x_{n.o.s4} - (b - a_s),$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
		$dy_{н.о.с.4} = y_{н.о.с.4} - (h - a_s), d_{н.о.с.l} = \frac{ dx_{н.о.с.l}   dy_{н.о.с.l} }{\sqrt{(dx_{н.о.с.l})^2 + (dy_{н.о.с.l})^2}}, l=1,2,3,4.$
10.	Задаться числом итераций (последовательных приближений) расчета – рекомендовано не менее 20.	$p \geq 20, k \in [0; p-1].$
<b>Этап II. Последовательные приближения</b>		
11.	Используя гипотезу плоских сечений, вычислить относительные деформации в бетоне и арматуре.	$\varepsilon_{i,j} = k \chi_0 d_{н.о.и,j} + \varepsilon_0, \varepsilon_0 = 0,$ <p>где <math>k = +1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{н.о.и,j} \geq 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{н.о.и,j} &lt; 0</math>; <math>k = +1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.и,j} \geq 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.и,j} &lt; 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} &lt; 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.и,j} \geq 0</math>; <math>k = +1</math>, если <math>e_{0x} &lt; 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.и,j} &lt; 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} &lt; 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{н.о.и,j} &lt; 0</math>.</p> $\varepsilon_{s,l} = k \chi_0 d_{н.о.с,l} + \varepsilon_0, \varepsilon_0 = 0, l=1,2,3,4,$ <p>где <math>k = +1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{н.о.с,l} \geq 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{н.о.с,l} &lt; 0</math>; <math>k = +1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.с,l} \geq 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.с,l} &lt; 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} &lt; 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.с,l} \geq 0</math>; <math>k = +1</math>, если <math>e_{0x} &lt; 0 \cup e_{0y} &lt; 0 \cup dx_{н.о.с,l} &lt; 0</math>; <math>k = -1</math>, если <math>e_{0x} &lt; 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{н.о.с,l} &lt; 0</math>.</p>
12.	По диаграммам деформирования « $\sigma_b - \varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$ », « $\sigma_s - \varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc} - \varepsilon_{sc}$ » вычислить соответствующие напряжения в бетоне и арматуре.	$\sigma_{i,j}, \sigma_{s,l}, l=1,2,3,4.$
13.	Коэффициент, учитывающий совместную работу растянутого бетона и арматуры на участке между трещинами.	$\psi_{s,l} = \begin{cases} \max \left[ \min \left( 1 - 0,8 \frac{\sigma_{s,l}   \varepsilon_{bt2}}{\sigma_{s,l}   \varepsilon_{s,l}}; 1,0 \right); 0,2 \right], & \text{если } \varepsilon_{s,l} > \varepsilon_{bt2} \\ 1,0, & \text{если } \varepsilon_{s,l} \leq \varepsilon_{bt2} \end{cases}, l=1,2,3,4.$
14.	Вычислить секущие модули деформаций бетона и арматуры.	$E_{b,i,j}^{sec} = \frac{\sigma_{b,i,j}}{\varepsilon_{i,j}},$ (если $\varepsilon_{i,j} > \varepsilon_{bt2}$ , то $E_{b,i,j}^{sec} = 0$ ), $E_{sred,l}^{sec} = \frac{\sigma_{s,l}}{\psi_{s,l} \varepsilon_{s,l}}, l=1,2,3,4.$
15.	Площадь элементарных бетонных площадок.	$\{ \Delta A_{b,i,j} = \Delta_x \Delta_y, \text{ если } E_{b,i,j}^{sec} > 0; \Delta A_{b,i,j} = 0, \text{ если } E_{b,i,j}^{sec} \leq 0. \}$
16.	Статический момент элементарных бетонных площадок относительно заданных осей координат $Oxy$ .	$\begin{cases} \Delta S_{bx,i,j} = \Delta_x \Delta_y y_{i,j}, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} > 0; \Delta S_{bx,i,j} = 0, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} \leq 0 \\ \Delta S_{by,i,j} = \Delta_x \Delta_y x_{i,j}, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} > 0; \Delta S_{by,i,j} = 0, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} \leq 0 \end{cases}$
17.	Момент инерции элементарных бетонных площадок относительно центральных осей координат $O'x_0y_0$ приведённого сечения.	$\begin{cases} \Delta I_{bx0,i,j} = \Delta_x \Delta_y (y_{i,j} - y_0)^2, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} > 0; \Delta I_{bx0,i,j} = 0, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} \leq 0 \\ \Delta I_{by0,i,j} = \Delta_x \Delta_y (x_{i,j} - x_0)^2, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} > 0; \Delta I_{by0,i,j} = 0, & \text{если } E_{b,i,j}^{sec} \leq 0 \end{cases}$
18.	Площадь бетонного сечения за вычетом трещины.	$A_b = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta A_{b,i,j}.$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
19.	Статический момент бетонного сечения относительно заданных осей координат $Ox_0y_0$ за вычетом трещины.	$S_{bx} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta S_{bx,i,j}, S_{by} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta S_{by,i,j}.$
20.	Момент инерции бетонного сечения относительно центральных осей координат $Ox_0y_0$ приведённого сечения.	$I_{bx0} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta I_{bx,i,j}, I_{by0} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta I_{by,i,j}.$
21.	Осреднённый секущий модуль деформаций всего бетонного сечения.	$E_{bred}^{sec} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} E_{b,i,j}^{sec}}{nm}.$
22.	Площадь приведённого сечения за вычетом трещины.	$A_{red} = A_b + \frac{\sum_{l=1}^4 E_{sred,l}^{sec} A_{s,l}}{E_{bred}^{sec}}.$
23.	Статический момент приведённого сечения относительно заданных осей координат $Ox_0y_0$ за вычетом трещины.	$S_{redx} = S_{bx} + \frac{(E_{sred,1}^{sec} A_{s1} + E_{sred,2}^{sec} A_{s2}) a_s + (E_{sred,3}^{sec} A_{s3} + E_{sred,4}^{sec} A_{s4})(h - a_s)}{E_{bred}^{sec}},$ $S_{redy} = S_{by} + \frac{(E_{sred,1}^{sec} A_{s1} + E_{sred,2}^{sec} A_{s2}) a_s + (E_{sred,3}^{sec} A_{s3} + E_{sred,4}^{sec} A_{s4})(b - a_s)}{E_{bred}^{sec}}.$
24.	Уточнить координаты центра тяжести приведенного сечения и положением нейтральной оси.	$x_0 = \frac{S_{redy}}{A_{red}}, y_0 = \frac{S_{redx}}{A_{red}}.$
25.	Момент инерции приведённого сечения относительно центральных осей координат $Ox_0y_0$ приведённого сечения.	$I_{redx0} = I_{bx0} + \frac{(E_{sred,1}^{sec} A_{s1} + E_{sred,2}^{sec} A_{s2})(a_s - y_0)^2 + (E_{sred,3}^{sec} A_{s3} + E_{sred,4}^{sec} A_{s4})[(h - a_s) - y_0]^2}{E_{bred}^{sec}}$ $I_{redy0} = I_{by0} + \frac{(E_{sred,1}^{sec} A_{s1} + E_{sred,3}^{sec} A_{s3})(a_s - y_0)^2 + (E_{sred,2}^{sec} A_{s2} + E_{sred,4}^{sec} A_{s4})[(b - a_s) - x_0]^2}{E_{bred}^{sec}}$
26.	Радиусы инерции приведённого сечения.	$i_{redx} = \sqrt{\frac{I_{redx0}}{A_{red}}}, i_{redy} = \sqrt{\frac{I_{redy0}}{A_{red}}}.$
27.	Уточнить положение нейтральной оси.	$x_{n.o.i,j} = x_0 - \frac{i_{redy}^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(y_{i,j} - y_0)}{i_{redx}^2} \right], y_{n.o.i,j} = y_0 - \frac{i_{redx}^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(x_{i,j} - x_0)}{i_{redy}^2} \right],$ $x_{n.o.s1} = x_0 - \frac{i_{redy}^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(a_s - y_0)}{i_{redx}^2} \right], y_{n.o.s1} = y_0 - \frac{i_{redx}^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(a_s - x_0)}{i_{redy}^2} \right], x_{n.o.s2} = x_{n.o.s1},$ $y_{n.o.s2} = y_0 - \frac{i_{redx}^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(b - a_s - x_0)}{i_{redy}^2} \right], x_{n.o.s3} = x_0 - \frac{i_{redy}^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(h - a_s - y_0)}{i_{redx}^2} \right],$ $y_{n.o.s3} = y_{n.o.s1}, x_{n.o.s4} = x_{n.o.s3}, y_{n.o.s4} = y_{n.o.s2}.$
28.	Уточнить расстояния от каждой точки железобетонного сечения до нейтральной оси.	$dx_{n.o.i,j} = x_{n.o.i,j} - x_{i,j}, dy_{n.o.i,j} = y_{n.o.i,j} - y_{i,j}, d_{n.o.i,j} = \frac{ dx_{n.o,i,j}   dy_{n.o,i,j} }{\sqrt{(dx_{n.o,i,j})^2 + (dy_{n.o,i,j})^2}};$ $dx_{n.o.s1} = x_{n.o.s1} - a_s, dy_{n.o.s1} = y_{n.o.s1} - a_s, dx_{n.o.s2} = x_{n.o.s2} - (b - a_s), dy_{n.o.s2} = y_{n.o.s2} - a_s,$ $dx_{n.o.s3} = x_{n.o.s3} - a_s, dy_{n.o.s3} = y_{n.o.s3} - (h - a_s), dx_{n.o.s4} = x_{n.o.s4} - (b - a_s),$ $dy_{n.o.s4} = y_{n.o.s4} - (h - a_s), d_{n.o.s,l} = \frac{ dx_{n.o,s,l}   dy_{n.o,s,l} }{\sqrt{(dx_{n.o,s,l})^2 + (dy_{n.o,s,l})^2}}, l=1,2,3,4.$

Окончание таблицы 1

1	2	3
29.	Определить относительные деформации для наиболее сжатой бетонной площадки, её идентификация.	$\varepsilon_b^{\min} = \min(\varepsilon_{i,j}) = \varepsilon_{i_b, j_b}, i=i_b, j=j_b; x_b^{\min} = x_{i_b, j_b}; y_b^{\min} = y_{i_b, j_b}.$
30.	Координаты нейтральной оси для наиболее сжатой бетонной площадки.	$x_{н.о.б}^{\min} = x_0 - \frac{i_{redy}^2}{e_{0x}} \left[ 1 + \frac{e_{0y}(y_b - y_0)}{i_{redx}^2} \right], y_{н.о.б}^{\min} = y_0 - \frac{i_{redx}^2}{e_{0y}} \left[ 1 + \frac{e_{0x}(x_b - x_0)}{i_{redy}^2} \right].$
31.	Расстояние от наиболее сжатой бетонной площадки до нейтральной оси.	$d_{н.о.б}^{\min} = \frac{ x_{н.о.б}^{\min} - x_b^{\min}   y_{н.о.б}^{\min} - y_b^{\min} }{\sqrt{(x_{н.о.б}^{\min} - x_b^{\min})^2 + (y_{н.о.б}^{\min} - y_b^{\min})^2}}$
32.	Определить относительные деформации для наиболее растянутого и наиболее сжатого арматурного стержня, его идентифицировать.	$\varepsilon_s^{\max} = \max(\varepsilon_{s,l}), l=1,2,3,4 \rightarrow l_{\max}, \varepsilon_s^{\min} = \min(\varepsilon_{s,l}), l=1,2,3,4 \rightarrow l_{\min}.$
33.	Координаты нейтральной оси для наиболее растянутого и наиболее сжатого арматурного стержня.	$x_{н.о.с}^{\max} = x_{н.о.с, l_{\max}}, y_{н.о.с}^{\max} = y_{н.о.с, l_{\max}}; x_{н.о.с}^{\min} = x_{н.о.с, l_{\min}}, y_{н.о.с}^{\min} = y_{н.о.с, l_{\min}}.$
34.	Расстояние от наиболее растянутого и наиболее сжатого арматурного стержня до нейтральной оси.	$d_{н.о.с}^{\max} = \frac{ x_{н.о.с}^{\max} - x_s^{\max}   y_{н.о.с}^{\max} - y_s^{\max} }{\sqrt{(x_{н.о.с}^{\max} - x_s^{\max})^2 + (y_{н.о.с}^{\max} - y_s^{\max})^2}}, d_{н.о.с}^{\min} = \frac{ x_{н.о.с}^{\min} - x_s^{\min}   y_{н.о.с}^{\min} - y_s^{\min} }{\sqrt{(x_{н.о.с}^{\min} - x_s^{\min})^2 + (y_{н.о.с}^{\min} - y_s^{\min})^2}}.$
35.	Вклад каждой компоненты сечения в кривизну.	$\chi_{0b}^{\min} = \frac{\varepsilon_{b2}}{d_{н.о.б}^{\min}}, \chi_{0s}^{\max} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d_{н.о.с}^{\max}}, \chi_{0s}^{\min} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d_{н.о.с}^{\min}}.$
36.	Обобщённая кривизна сечения.	$\chi_0 = \min(\chi_{0b}^{\min}, \chi_{0s}^{\max}, \chi_{0s}^{\min}).$
<b>Этап III. Проверка сходимости итерационного процесса</b>		
37.	В случае если среднеквадратичная относительная разница кривизн, полученных на данной и предыдущей итерациях, превышает 5 %, то расчет повторяют с п. 11.	$\sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{(\chi_0)_k - (\chi_0)_{k-1}}{(\chi_0)_k} \right]^2 + \left[ \frac{(\chi_0)_k - (\chi_0)_{k-1}}{(\chi_0)_k} \right]^2 \right\}} \cdot 100\% < 5\%.$
<b>Этап IV. Конечный результат</b>		
38.	Предельная продольная сила, приложенная в центре тяжести приведённого сечения.	$N_{ult} = \Delta_x \Delta_y \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \sigma_{i,j} + \sum_{l=1}^4 \sigma_{s,l} A_{s,l}$ или $N_{ult} = \chi_0 \left[ \Delta_x \Delta_y \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} E_{i,j}^{\text{sec}} dx_{н.о.и, j} + \sum_{l=1}^4 E_{s,l}^{\text{sec}} A_{s,l} d_{н.о.с, l} \right].$
39.	Компоненты предельного момента.	$M_{ultx} = N_{ult} e_{0x}, M_{ulty} = N_{ult} e_{0y}, M_{ult} = \sqrt{M_{ultx}^2 + M_{ulty}^2}$
<b>Этап V. Проверка</b>		
40.	Проверка прочности нормального сечения. Если проверка не выполняется, то следует поменять исходные данные п. 1, пересчитать задачу и получить оптимальное конструирование.	$N \leq N_{ult}.$

Для верификации предложенного алгоритма воспользуемся экспериментальными данными, приведёнными в работе М.С. Торьяника [15]. Сравнение выполнено в таблице 2.

Таблица 2 – Сопоставление результатов расчёта с опытами

Марка образца	Размеры сечения, мм		Армирование, мм <sup>2</sup>		Марка бетона, кг/см <sup>2</sup>	Предел текучести стали, МПа	Эксцентриситет, мм		Несущая способность, кН		$\frac{N_{ult}^{exp} - N_{ult}^{th}}{N_{ult}^{exp}} \cdot 100\%$
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>A<sub>s1</sub></i> + <i>A<sub>s2</sub></i>	<i>A<sub>s3</sub></i> + <i>A<sub>s4</sub></i>			<i>e<sub>0x</sub></i>	<i>e<sub>0y</sub></i>	<i>N<sub>ult</sub><sup>exp</sup></i>	<i>N<sub>ult</sub><sup>th</sup></i>	
ПК-1	336	215	308	308	191	351	47	130	420	448	-6,8 %
ПК-2	330	210	491	154	249	355	36	100	720	733	-1,8 %
ПК-3	320	215	491	154	294	353	29	80	980	1018	-3,9 %
ПК-4	331	215	491	154	261	350	51	140	560	526	+6,1 %
ПК-5	327	215	491	154	282	351	58	160	490	502	-2,4 %
ПК-6	330	213	491	154	274	346	47	130	620	612	+1,3 %
ПК-7	329	223	491	154	259	347	47	130	620	615	+0,8 %

### Выводы

1. Разработан подробный алгоритм итерационной методики расчёта прочности железобетонных элементов прямоугольного профиля при косом внецентренном сжатии с применением нелинейной деформационной модели. По всей видимости, в такой степени детальности алгоритм представлен впервые.

2. Особенность предложенной методики заключается в том, что для каждой компоненты железобетонного сечения (бетонной площадки, арматурного стержня) вводится локальная система координат с началом отчёта, расположенном на нейтральной оси сечения. Это позволяет на этой оси приравнять продольные деформации нулю,  $\epsilon_0=0$ , и значительно упростить расчётные формулы для определения кривизны и других параметров.

3. Выполнено сравнение результатов расчёта разрушающей нагрузки  $N_{ult}$  по методике с экспериментальными данными, приведёнными в работе М.С. Торяника [15]. Сравнение выполнено для 7 коротких образцов, отличающихся размерами поперечного сечения, армированием, классом бетона, эксцентриситетом приложения нагрузки. Установлена близость результатов, отличие составляет от -6,8 до +6,1 %, что можно считать приемлемым, поэтому предложенная методика рекомендуется для внедрения в нормы проектирования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. 2012. 128 с.
2. Шапиро Д.М., Тарасов А.А. Деформационный нелинейный расчет внецентренно сжатых железобетонных конструкций // Научный журнал строительства и архитектуры. 2018. №1(49). С. 109-120.
3. Клементьев А.О., Смердов Д.Н. Расчет по прочности сечений, нормальных к продольной оси изгибаемых железобетонных элементов с комбинированным армированием металлической и полимерной композиционной арматурой, с использованием нелинейной деформационной модели материалов // Интернет-журнал «Наукovedение». 2017. Том 9. №1. <http://naukovedenie.ru/PDF/34TVN117.pdf>.
4. Семёнов Д.А. Прочность железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии // Вестник гражданских инженеров. 2015. №5(52). С. 76-84.
5. Симбиркин В.Н., Матовский В.В. К расчёту напряжённо-деформированного состояния и прочности элементов железобетонных конструкций по нормальным сечениям // Строительная механика и расчёт сооружений. 2010 №4. С. 2.0-26.
6. Ерышев В.А. Численные методы расчета прочности железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов // Вестник НГИЭИ. 2018. №6 (85). С. 18-26.
7. Опбул Э. К., Фан Ван Фук, Дмитриев Д.А. Практический расчет изгибаемых элементов с использованием нелинейной деформационной модели на примере типового ригеля РГД 4.56-90 // Вестник гражданских инженеров. – СПб: Изд. СПбГАСУ. 2018. №5(70). С. 58-67.

8. Соколов Б.С., Радайкин О.В. К построению единой методики расчёта прочности, жёсткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с учётом совместного действия изгибающих моментов и перерезывающих сил с применением нелинейной деформационной модели // *Фундаментальные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли российской Федерации в 2014 году: сб. научн. трудов РААСН*. 2015. С. 589-597.
9. Соколов Б.С., Радайкин О.В. К расчёту прогибов изгибаемых железобетонных элементов с учётом совместного действия изгибающих моментов и перерывающих сил с использованием нелинейной деформационной модели // *Известия КГАСУ*. 2014. № 4. С. 37.
10. П 1-98 к СНиП 2.03.01-84\* Усиление железобетонных конструкций. Минск, 1999. 209 с.
11. Евдокимова Т.С. Напряженно-деформированное состояние и расчет прочности кососжимаемых фиброжелезобетонных элементов: дис. канд. техн. наук, специальность 05.23.01. СПб. 2017. 150 с.
12. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // *Строительство и реконструкция*. 2012. № 2. С. 11-20.
13. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // *Строительство и реконструкция*. 2012. №3(41). С. 10-17.
14. Радайкин О.В. К построению диаграмм деформирования бетона при одноосном кратковременном растяжении/сжатии с применением деформационного критерия повреждаемости // *Вестник гражданских инженеров*. – СПб: Издательство: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет. 2017. №6. С. 71-78.
15. Торьяник М.С. Расчёт железобетонных конструкций при сложных деформациях. – М.: Стройиздат, 1974. 297 с.

## REFERENCES

1. SP 63.13330.2012 Betonnyye i zhelezobetonnyye konstruksii. Osnovnyye polozheniya. Aktualizirovannaya redaktsiya SNiP 52-01-2003 [Concrete and reinforced concrete structures. The main provisions. Updated version of SNiP 52-01-2003]. 2012. 128 p.
2. Shapiro D.M., Tarasov A.A. Deformatsionny nelineyny raschet vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh konstruksiy [Non-linear deformation analysis of eccentrically compressed reinforced concrete structures]. *Nauchnyy zhurnal stroitel'stva i arkhitektury*. 2018. No 1(49). Pp. 109-120.
3. Klement'yev A.O., Smerdov D.N. Raschet po prochnosti secheniy, normal'nykh k prodol'noy osi izgibayemykh zhelezobetonnykh elementov s kombinirovannym armirovaniyem metallicheskoj i polimernoy kompozitsionnoy armaturoy, s ispol'zovaniyem nelineynoy deformatsionnoy modeli materialov [Strength calculation of sections normal to the longitudinal axis of curved reinforced concrete elements with combined reinforcement of metal and polymer composite reinforcement using a nonlinear deformation model of materials]. *Internet journal "Naukovedeniye"*. 2017. Tom 9. No 1. <http://naukovedenie.ru/PDF/34TVN117.pdf>.
4. Semonov D.A. Prochnost' zhelezobetonnykh elementov pri kosom vnetsentrennom szhatii [Strength of reinforced concrete elements with oblique eccentric compression]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2015. No 5(52). Pp. 76-84.
5. Simbirkin V.N., Matovskiy V.V. K raschotu napryazhonno-deformirovannogo sostoyaniya i prochnosti elementov zhelezobetonnykh konstruksiy po normal'nym secheniyam [To the calculation of the stress-strain state and strength of elements of reinforced concrete structures at normal sections]. *Stroitel'naya mekhanika i raschot sooruzheniy*. 2010. No 4. Pp. 20-26.
6. Yeryshev V.A. Chislennyye metody rascheta prochnosti zhelezobetonnykh elementov po nelineynoy deformatsionnoy modeli s ispol'zovaniyem diagramm deformirovaniya materialov [Numerical methods for calculating the strength of reinforced concrete elements using a nonlinear deformation model using material deformation diagrams]. *Vestnik NGIEI*. 2018 No 6 (85). Pp. 18-26.
7. Opubl E. K., Fan Van Fuk, Dmitriyev D.A. Prakticheskiy raschet izgibayemykh elementov s ispol'zovaniyem nelineynoy deformatsionnoy modeli na primere tipovogo rigelya RGD 4.56-90 [Practical calculation of flexible elements using a nonlinear deformation model using the example of a standard crossbar RGD 4.56-90]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2018. No 5(70). Pp. 58-67.
8. Sokolov B.S., Radaykin O.V. K postroyeniyu yedinoj metodiki raschota prochnosti, zhlostkosti i treshchinostoykosti izgibayemykh zhelezobetonnykh elementov s uchotom sovmestnogo deystviya izgibayushchikh momentov i pererezvayayushchikh sil s primeneniym nelineynoy deformatsionnoy modeli [To the construction of a unified methodology for calculating the strength, stiffness and crack resistance of flexible concrete elements taking into account the combined action of bending moments and cutting forces using a nonlinear deformation model]. *Fundamental'nyye issledovaniya RAASN po nauchnomu obespecheniyu razvitiya arkhitektury, gradostroitel'stva i stroitel'noy otrasli rossiyskoy Federatsii v 2014 godu: sb. nauchn. trudov RAASN* [Basic research of the RAACS on the scientific support for

the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2014 year: Scientific Proceedings of RAACS]. 2015. Pp. 589-597.

9. Sokolov B.S., Radaykin O.V. K raschotu progibov izgibayemykh zhelezobetonnykh elementov s uchotom sovmestnogo deystviya izgibayushchikh momentov i pereryvayushchikh sil s ispol'zovaniyem nelineynoy deformatsionnoy modeli [To the calculation of the deflections of bending reinforced concrete elements, taking into account the combined action of bending moments and breaking forces using a nonlinear deformation model]. *Izvestiya KGASU*. 2014. No 4. Pp. 37.

10. P 1-98 for SNiP 2.03.01-84\* Usileniye zhelezobetonnykh konstruksiy [Reinforcement of reinforced concrete structures]. Minsk, 1999. 209 p.

11. Yevdokimova T.S. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye i raschet prochnosti kosozhimayemykh fibrozhelezobetonnykh elementov [Stress-strain state and strength calculation of squeezable fibrous-reinforced concrete elements]: dis. cand. tech. sc., 05.23.01. Saint Petersburg. 2017. 150 p.

12. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaykin O.V. K opredeleniyu deformatsiy izgibayemykh zhelezobetonnykh elementov s ispol'zovaniyem diagramm deformirovaniya betona i armatury [On the determination of deformations of bent reinforced concrete elements using concrete and reinforcement deformation diagrams]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2012. No 2. Pp. 11-20.

13. Karpenko N.I., Radaykin O.V. K sovershenstvovaniyu diagramm deformirovaniya betona dlya opredeleniya momenta treshchinoobrazovaniya i razrushayushchego momenta v izgibayemykh zhelezobetonnykh elementakh [To the improvement of concrete deformation diagrams for determining the cracking moment and the breaking moment in flexible concrete elements]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2012 No 3(41). Pp. 10-17.

14. Radaykin O.V. K postroyeniyu diagramm deformirovaniya betona pri odnoosnom kratkovremennom raspyazhenii/szhatii s primeneniym deformatsionnogo kriteriya povrezhdayemosti [To the construction of concrete deformation diagrams under uniaxial short-term tension / compression using the deformation damage criterion]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2017 No 6. Pp. 71-78.

15. Toryanik M.S. Raschot zhelezobetonnykh konstruksiy pri slozhnykh deformatsiyakh [Calculation of reinforced concrete structures with complex deformations]. Moscow: Stroyizdat, 1974. 297 p.

#### **Информация об авторах**

##### **Радайкин Олег Валерьевич**

ФГБОУ ВО «Казанский государственный архитектурно-строительный университет», г. Казань, Россия, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций.

E-mail: [olegxxii@mail.ru](mailto:olegxxii@mail.ru)

#### **Information about authors**

##### **Radaykin Oleg V.**

Kazan state University of architecture and construction, Kazan, Russia, candidate of technical sciences, associate professor of Reinforced Concrete and stone structures.

E-mail: [olegxxii@mail.ru](mailto:olegxxii@mail.ru)