

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК
В УСЛОВИЯХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУР**

ИСТОМИН А.Д., ПЕТРОВА В.А.

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

***Аннотация.** В статье представлен анализ напряженного состояния железобетонной статически неопределимой железобетонной балки в условиях отрицательных температур. Приведены экспериментальные данные по характеристикам бетона, температурным усилиям в железобетонных балках. Произведен анализ влияния температурных усилий на напряженное состояние нормального сечения балок.*

Коэффициент температурных деформаций арматурной стали класса А400 остается постоянным на всем заданном интервале температур. С понижением температуры значение коэффициента температурной деформации бетона уменьшается.

Таким образом, рекомендуемое нормами значение коэффициента температурных деформаций завышено на 40%. Это сказывается при определении температурных усилий в статически неопределимых элементах, а также растягивающих напряжений в арматуре из-за разности этого коэффициента для арматуры и бетона.

Возникающие температурные усилия приводят к росту напряжений в сжатой зоне, росту трещины и уменьшению высоты сжатой зоны в 1,2...1,4 раза. При этом присутствует участок растянутого бетона над трещиной.

***Ключевые слова:** температурные деформации, прочность, температурные усилия, нормальное сечение; опытные данные, ширина раскрытия трещин, железобетонная балка.*

**STRESS-STRAIN STATE OF STATICALLY INDEFINABLE BEAMS
UNDER TEMPERATURE BELOW ZERO BY CELSIUS**

ISTOMIN A.D., PETROVA V.A.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

***Abstract.** In the article the analysis of the strain-stress state of reinforced concrete statically indefinable beam is presented in the conditions of temperatures below zero by Celsius. Experimental data for mechanical parameters of concrete, temperature efforts in reinforced concrete beams are presented. The influence of temperature efforts to the strain-stress state of normal section of beams is analyzed.*

The temperature deformation coefficient of reinforcement steel of class A400 remains constant throughout the entire specified temperature range. With decreasing temperature, the value of the coefficient of temperature deformation of concrete decreases.

Thus, the value of the temperature distortion coefficient recommended by the norms is overestimated by 40%. This affects to the determination of temperature forces in statically indeterminable elements, as well as tensile stresses in the reinforcement due to the difference of this coefficient for reinforcement and concrete.

The resulting temperature forces lead to an increase of stresses in the compressed zone, a crack growth and a decrease in the height of the compressed zone by a factor of 1.2 ... 1.4. At the same time there is a stretched area of concrete above the crack.

***Keywords:** temperature deformations, durability, temperature efforts, normal section, experimental data, width of opening of cracks, reinforced-concrete beam.*

Работа статически неопределимых железобетонных балок в условиях отрицательных температур имеет важное значение для зданий текстильной промышленности, находящихся в условиях циклических замораживаний.

Расчет статически неопределимых железобетонных конструкций на совместное воздействие температуры и нагрузки производится способом последовательных приближений с использованием действительной жесткости сечений [4,6,10-16]. Если усилия плоской статически неопределимой системы от воздействия температуры определяются методом сил, то в общем случае канонические уравнения, представленные в матричной форме, имеют вид [9]:

$$[\delta][x]+[\Delta]=0. \quad (1)$$

В общем случае перемещения по направлению лишних неизвестных в системе канонических уравнений для железобетонных элементов вычисляются по формуле:

$$\delta_{i,k} = \sum_i^l \int_0^l \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k}{D(x)} dx + \sum_i^l \int_0^l \frac{\bar{N}_i \bar{N}_k}{C(x)} dx + \sum_i^l \int_0^l \mu \frac{\bar{Q}_i \bar{Q}_k}{GA_{red}} dx. \quad (2)$$

В выражении (2) для немассивных стержневых сооружений третьим интегралом, учитывающим деформации сдвига, обычно пренебрегают.

Перемещение $\Delta_{i,t}$ в основной системе в i -ом направлении, вызванное воздействием температуры равно:

$$\Delta_{i,t} = \sum_i^l \int_0^l \bar{M}_i \frac{1}{\rho_t}(x) dx + \sum_i^l \int_0^l \bar{N}_i \varepsilon_t(x) dx, \quad (3)$$

где \bar{M}_i , \bar{N}_i – изгибающий момент и продольная сила в сечении «X» элемента основной системы от действия в i -ом направлении соответствующей единичной силы;

$\frac{1}{\rho_t}(x)$, $\varepsilon_t(x)$ – кривизна и относительное удлинение элемента в сечении «x», вызванное воздействием температуры;

Изгибная и осевая жесткости для элементов определяется согласно предложениям, изложенным в работах [4,5].

В настоящее время широко используется расчет железобетонных стержневых конструкций на основе диаграмм деформирования бетона и арматуры [2,10]. При этом построенные модели деформирования стержня основываются на использовании полных диаграмм материалов и предпосылок теории В.И. Мурашева. Например, Н.И. Карпенко и Т.А. Мухамедиев, для учета изменения диаграммы работы арматуры при образовании трещины, используют связь между напряжениями арматуры в трещине и ее средними деформациями на участках между трещинами [8].

Физические соотношения для нормального сечения устанавливаются с использованием предпосылок, изложенных в работах [4,8]: 1) связь между осевыми напряжениями и относительными деформациями бетона и арматуры представляется в виде исходных диаграмм; 2) распределение силовых и вынужденных относительных деформаций по высоте сечения подчиняется гипотезе плоских сечений; 3) применяется условие совместности осевых деформаций арматуры и бетона; 4) при переходе от напряжений к обобщенным усилиям (моменту и нормальной силе) вводится процедура численного интегрирования по высоте сечения, при этом сечение разбивается на отдельные малые прямоугольные элементы, в пределах которых напряжение усредняется; 5) нетреснувшим считается тот элементарный участок, в котором деформации растяжения не превышают величины $2R_{bt}/E_b$; 6) учитывается влияние влажно-

сти бетона и температуры замораживания на диаграммы работы бетона при сжатии и растяжении; 7) напряжения, возникающие из-за разности коэффициентов температурных деформаций (КТД) бетона и арматуры, рассматриваются как внутренние начальные напряжения и учитываются на уровне физических соотношений.

Экспериментальные исследования проводились на железобетонных балках прямоугольного сечения 10x20 см с расчетным пролетом 200 см. Балки армировались вязанными каркасами. В растянутой зоне каркас имел два стержня диаметром 12 мм из стали класса А400.

Экспериментальная установка представляла собой жесткую стальную раму с массивными торцевыми стойками, предназначенная для опирания изгибаемого элемента и ограничения его перемещений в осевом направлении. Это осуществляется путем закрепления арматурных выпусков в торцевых стойках. Для исключения температурных перемещений собственно установки, она находится в ванне с водой, температура которой поддерживается постоянной с помощью специального теплообменника.

Принципиальная схема испытаний однажды статически неопределимой железобетонной балки представлена на рисунке 1.

Деформативные и прочностные свойства бетона определились на стандартных образцах-призмах размерами 10x10x40 см при положительных и отрицательных температурах. Соответствующие результаты, полученные как средние по трем образцам, приведены в таблице 1.

В ходе исследований измерялись свободные температурные деформации, как железобетона, так и составляющих его материалов - бетона и арматуры, которые представлены на рисунке 2.

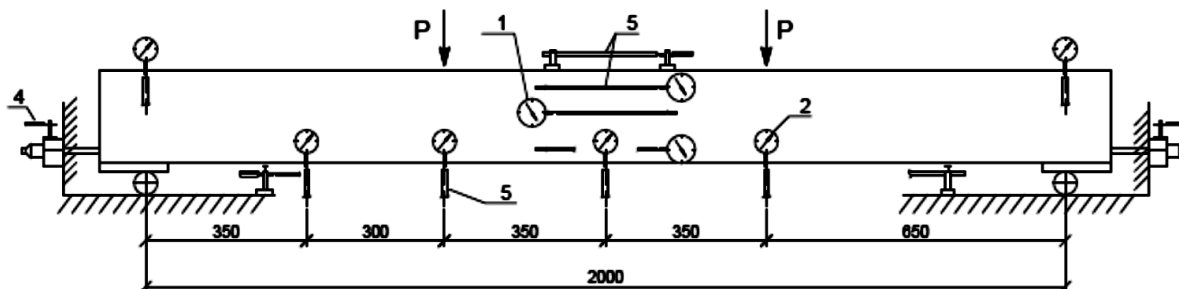


Рисунок 1– Схема испытания однажды статически неопределимой балки:
1...4 - индикаторы часового типа; 5 - кварцевые удлинители

Из представленных графиков видно, что коэффициент температурных деформаций арматурной стали класса А400 остается постоянным на всем заданном интервале температур и равен $\alpha_s = 1,2 \cdot 10^{-5}$ град⁻¹. С понижением температуры значение КТД бетона уменьшается: с $\alpha_b = 1,0 \cdot 10^{-5}$ град⁻¹ (+15°С...-15°С) до $\alpha_b = 0,6 \cdot 10^{-5}$ град⁻¹ (-15°С...-45°С), то есть значение α_b уменьшается на 40 %. Таким образом, рекомендуемое нормами значение коэффициента температурных деформаций: $\alpha_b = 1,0 \cdot 10^{-5}$ град⁻¹ завышено на 40%. Это сказывается при определении температурных усилий в статически неопределимых элементах, а также растягивающих напряжений в арматуре из-за разности КТД арматуры и бетона [7].

Таблица 1 – Деформативно-прочностные характеристики бетона

T, °C	R _b , МПа	E _b ·10 ⁻³ , МПа	R _{bt} , МПа	$\frac{R_b}{R_b^{+15}}$	$\frac{E_b}{E_b^{+15}}$	$\frac{R_{bt}}{R_{bt}^{+15}}$	$\alpha_b \cdot 10^5$, град ⁻¹
+15	45,41	33,41	3,69	1,00	1,00	1,00	1,00
-45	54,49	37,09	4,83	1,20	1,11	1,31	0,80

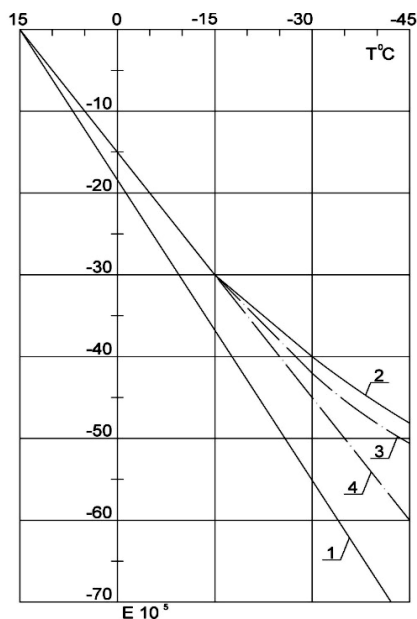


Рисунок 2 – Свободные температурные деформации:
 1 – арматуры класса А400; 2 - бетона (по результатам эксперимента); 3 - железобетонной балки при $\mu = 1,13\%$; 4 - бетона при $\alpha_b = 1.0 \cdot 10^{-5}$ 1/град

Опытные значения температурных реакций, в виде растягивающих усилий в балках на уровне продольной арматуры, при понижении температуры приведены в таблице 2.

На рисунке 3 представлены эпюры напряжений по высоте сечения с трещиной, полученные на основании расчетов по выше приведенной методике.

Из рисунка видно, что возникающие температурные усилия приводят к росту напряжений в сжатой зоне, росту трещины и уменьшению высоты сжатой зоны в 1,2...1,4 раза. При этом присутствует участок растянутого бетона над трещиной.

На рисунке 4 представлено приращение ширины раскрытия нормальных трещин при температуре -45°C в зависимости от уровня поперечного нагружения.

Таблица 2–Температурные усилия (кН) в балках

T, °C	15	0	-10	-20	-30	-45
$M/M_{ult} = 0$	0	36,08	40,05	45,96	51,74	66,39
$M/M_{ult} = 0,30$	0	12,01	18,67	28,99	32,07	46,65
$M/M_{ult} = 0,45$	0	12,00	18,67	26,02	30,70	34,65
$M/M_{ult} = 0,67$	0	5,7	10,02	13,30	15,97	17,05

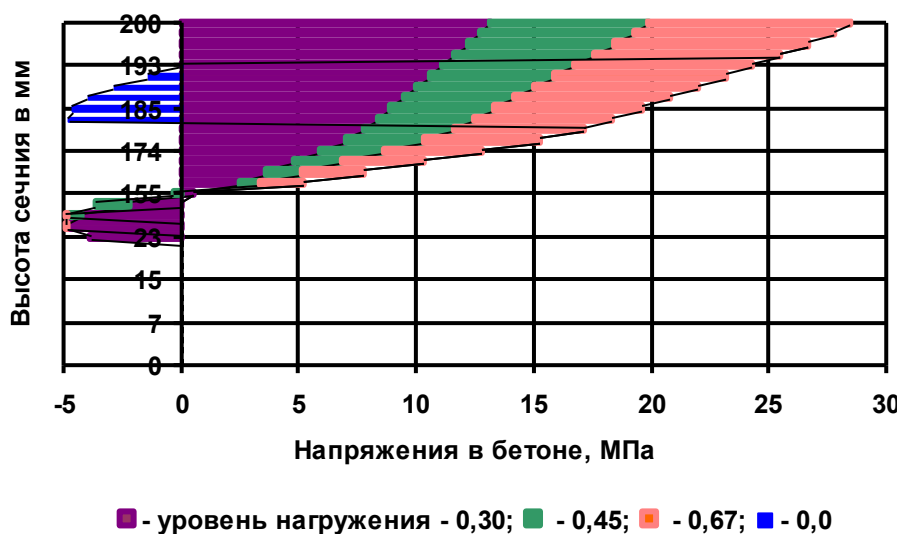


Рисунок 3 – Изменение напряжений в бетоне по высоте сечения

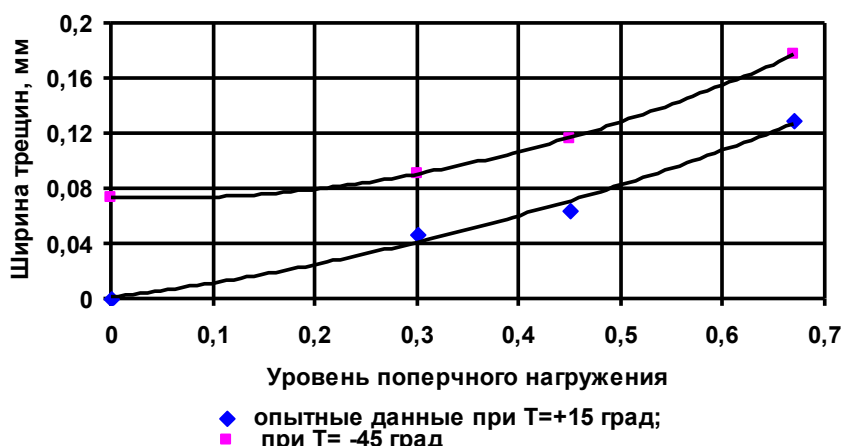


Рисунок 4 – Ширина раскрытия нормальных трещин

Анализ результатов показывает, что возникающие температурные усилия в однажды статически неопределимой балке приводят к значительному увеличению ширины раскрытия нормальных трещин. Средняя ширина раскрытия трещин балок увеличилась на 94% при уровне силового поперечного нагружения $0,3M_{ult}$ и на 37% при уровне силового поперечного нагружения $0,67M_{ult}$ при понижении температуры до -45°C . Отношение максимальной ширины раскрытия трещин к ее среднему значению в среднем составило для нормальных условий – $a_{crc}^{max} / \bar{a}_{crc} = 1,52$, при температуре -45°C – $a_{crc}^{max} / \bar{a}_{crc} = 1,67$. Полученные значения близки к значению 1,66, принятого в нормах [3].

Выводы

1. При вычислении температурных усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях необходимо учитывать изменение деформативных и прочностных свойств бетона, а также жесткости сечений с учетом нелинейного характера деформирования бетона.
2. Температурные усилия приводят к увеличению напряжений в сжатой зоне до 40%, в растянутой арматуре до 70%.
3. Температурные усилия приводят к увеличению ширины раскрытия нормальных трещин на 94% при уровне силового поперечного нагружения $0,3M_{ult}$ и на 37% при уровне силового поперечного нагружения $0,67M_{ult}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Е. Н., Истомин А. Д. Анализ напряженно деформированного состояния изгибаемых элементов с комбинированным армированием на основе диаграмм деформирования фибробетона // Научное обозрение. 2016. № 4. С. 35-39.
2. Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. и др. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. 1987. № 5. С. 16-18.
3. Залесов А.С., Кодыш Э.Н., Леммыш Л.Л. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Стройиздат, 1988. 320 с.
4. Истомин А.Д., Кудрявцев А.В. Работа статически неопределимых железобетонных элементов в условиях отрицательных температур // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 7. С. 51-55.
5. Истомин А.Д., Истомин А.С. Температурные усилия в статически неопределимом железобетонном брусе при его замораживании до -50°C . // Научное обозрение. 2015. № 24. С. 88-91.
6. Istomin A., Medyankin M. The influence of pliability of supports on statistically undefined reinforced concrete elements at temperatures under -50°C // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 365. Pp. 052036. Doi: 10.1088/1757-899X/365/5/052036
7. Истомин А.Д., Александров Е.Н. Влияние массивности конструкций на температурные деформации // *№1 (81) 2019 (январь-февраль)*

ции бетона при циклическом замораживании и оттаивании // Наука и техника в дорожной отрасли. 2018. № 1. С. 31-32.

8. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Сапожников М.А. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов. // Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. 1987. С. 103-107.

9. Ржаницына А.Р. Строительная механика. М.: Высшая школа, 1982. 400 с.

10. Тамразян А.Г. Бетон и железобетон: проблемы и перспективы // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 7. С. 51-54.

11. Каприелов С.С., Гольденберг А.Л., Тамразян А.Г. О самозалечивании высокопрочного бетона, подвергнутого деструкции при циклическом замораживании // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2017. № 5 (371). С.56-61.

12. Тамразян А.Г., Фаликман В.Р. Основные требования к проектированию железобетонных конструкций по модельному кодексу ФИБ // Строительство и реконструкция. 2016. № 3 (65). С. 71-77.

13. Тамразян А.Г., Орлова М.А. К остаточной несущей способности железобетонных балок с трещинами // Жилищное строительство. 2015. № 6. С.32-34.

14. Тамразян А.Г. К расчету железобетонных элементов с учетом ползучести и старения на основе реологической модели бетона // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 7. С. 26-27.

15. Тамразян А.Г., Филимонова Е.А. О влиянии снижения жесткости железобетонных плит перекрытий на несущую способность при длительном действии нагрузки // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 7. С. 30-32.

16. Тамразян А.Г. Динамическая устойчивость сжатого железобетонного элемента как вязкоупругого стержня // Вестник МГСУ. 2011. № 1-2. С. 193-196.

REFERENCES

1. Aleksandrov Ye. N., Istomin A. D. Analiz napryazhenno deformirovannogo sostoyaniya izgibayemykh elementov s kombinirovannym armirovaniyem na osnove diagramm deformirovaniya fibrobetona [analysis of the stress-strain state of bending elements with combined reinforcement on the basis of fiber concrete deformation diagrams]. *Nauchnoye obozreniye*. 2016. No 4. Pp. 35-39.

2. Baykov V.N., Dodonov M.I., Rastorguyev B.C. et al. Obshchiy sluchay rascheta prochnosti elementov po normal'nyim secheniyam [General case of calculation of the strength of elements at the normal sections]. *Beton i zhelezobeton*. 1987. No 5. Pp. 16-18.

3. Zalesov A.S., Kodysh E.N., Lemysh L.L. Raschet zhelezobetonnykh konstruksiy po prochnosti, treshchinostoykosti i deformatsiyam [Calculation of reinforced concrete structures by strength, crack resistance and deformations], Moscow: Stroyizdat. 1988. 320 p.

4. Istomin A.D., Kudryavtsev A.V. Rabota staticheski neopredelimykh zhelezobetonnykh elementov v usloviyakh otritsatel'nykh temperatur [Work of statically indeterminate reinforced concrete elements under negative temperatures]. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2016. No 7. Pp. 51-55.

5. Istomin A.D., Istomin A.S. Temperaturnyye usiliya v staticheski neopredelimom zhelezobetonnom bruse pri yego zamorazhivaniy do -50°C [Temperature forces in statically indeterminate reinforced concrete beam at its freezing up to -50°C]. *Nauchnoye obozreniye*. 2015. No 24. Pp. 88-91.

6. Istomin A., Medyankin M. The influence of pliability of supports on statistically undefined reinforced concrete elements at temperatures under -50°C . *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 365. Pp. 052036. Doi: 10.1088/1757-899X/365/5/052036

7. Istomin A.D., Aleksandrov Ye.N. Vliyaniye massivnosti konstruksiy na temperaturnyye deformatsii betona pri tsiklicheskom zamorazhivaniy i ottaivaniy [Influence of massiveness of structures on temperature deformation of concrete during cyclic freezing and thawing]. *Nauka i tekhnika v dorozhnoy otrasli*. 2018. No 1. Pp. 31-32.

8. Karpenko N.I., Mukhamediyev T.A., Sapozhnikov M.A. K postroyeniyu metodiki rascheta stержnevyykh elementov na osnove diagramm deformirovaniya materialov [Development of methodology for calculating the core elements on the basis of the diagrams of deformation of materials]. *Sovershenstvovaniye metodov rascheta staticheski neopredelimykh zhelezobetonnykh konstruksiy* [Improvement of methods for calculating the static of indeterminate reinforced concrete structures]. 1987. Pp. 103-107.

9. Rzhantsyn A.R. Stroitel'naya mekhanika [Structural Mechanics]. Moscow: Vysshaya shkola. 1982. 400 p.

10. Tamrazyan A.G. Beton i zhelezobeton: problemy i perspektivy [Concrete and reinforced concrete: problems and prospects] // *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2014. No 7. Pp. 51-54.

11. Kapriyelov S.S., Gol'denberg A.L., Tamrazyan A.G. O samozalchivaniy vysokoprochnogo betona, podvergnutogo destruktсии pri tsiklicheskom zamorazhivaniy [On self-healing of high-strength concrete subjected to destruction during cyclic freezing]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti*. 2017. No 5 (371). Pp. 56-61.

12. Tamrazyan A.G., Falikman V.R. Osnovnyye trebovaniya k proyektirovaniyu zhelezobetonnykh konstruktсий po model'nomu kodeksu FIB [Basic requirements for the design of reinforced concrete structures according to the model code FIB]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2016. No 3 (65). Pp. 71-77.

13. Tamrazyan A.G., Orlova M.A. K ostatochnoy nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh balok s treshchinami [To residual bearing capacity of reinforced concrete beams with cracks]. *Zhilishchnoye stroitel'stvo*. 2015. No 6. Pp.32-34.

14. Tamrazyan A.G. K raschetu zhelezobetonnykh elementov s uchetom polzuchesti i stareniya na osnove reologicheskoy modeli betona [To calculation of reinforced concrete elements taking into account creep and aging on the basis of rheological model of concrete]. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2012. No 7. Pp. 26-27.

15. Tamrazyan A.G., Filimonova Ye.A. O vliyani snizheniya zhestkosti zhelezobetonnykh plit perekrytiy na nesushchuyu sposobnost' pri dlitel'nom deystvii nagruzki [On the effect of reducing the stiffness of reinforced concrete slabs on the bearing capacity under long-term load]. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2012. No 7. Pp. 30-32.

16. Tamrazyan A.G. Dinamicheskaya ustoychivost' szhatogo zhelezobetonного элемента kak vyazkouprugogo sterzhnya [Dynamic stability of the compressed reinforced concrete element as a viscoelastic rod]. *Vestnik MGSU*. 2011. No 1-2. Pp. 193-196.

Информация об авторах:

Истомин Андрей Дмитриевич

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия, Кандидат технических наук, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций,

E-mail: nauka.07@mail.ru

Петрова Виктория Алексеевна

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия, Аспирантка кафедры железобетонных и каменных конструкций,

E-mail: visiren@mail.ru

Information about authors:

Istomin Andrey D.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,

Candidate of technical sciences, associate professor of the department «Reinforced concrete and stone structures»

E-mail: nauka.07@mail.ru

Petrova Victoria A.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,

Graduate student of the department «Reinforce concrete and stone structures»

E-mail: visiren@mail.ru