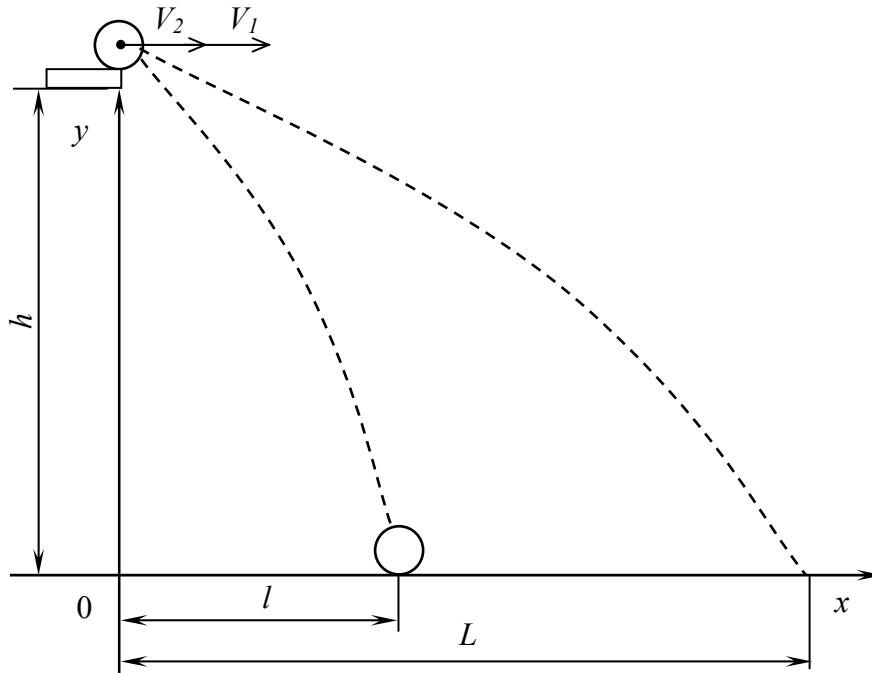


9 класс

Задача 1. На подставке высотой $h = 5\text{ м}$ лежит шар массой $M = 200\text{ г}$. Пуля массой $m = 10\text{ г}$, летящая в горизонтальном направлении со скоростью $V = 500\text{ м/с}$, пробивает шар точно по диаметру. На каком расстоянии L упадет на землю пуля, если шар падает на землю на расстоянии $l = 20\text{ м}$ от основания подставки? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение



Обозначив через V_1 и V_2 модули скоростей пули и шара соответственно после вылета пули из шара (см. рисунок), запишем кинематические уравнения движения пули и шара:

$$L = V_1 t. \quad (1)$$

$$l = V_2 t. \quad (2)$$

$$y = h - gt^2/2. \quad (3)$$

Время падения пули и шара найдем из выражения (3) при $y = 0$:

$$t = \sqrt{2h/g}.$$

Для проекций импульсов на горизонтальную ось, направленную по вектору \vec{V}_1 на основании закона сохранения импульса можно записать уравнение:

$$mV = mV_1 + MV_2,$$

из которого следует, что

$$V_1 = V - \frac{M}{m} V_2. \quad (4)$$

Подставляя из (2) в (4) величину V_2 , получим:

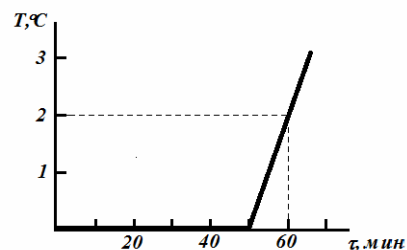
$$V_1 = V - \frac{M}{m} \frac{l}{t}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1), получим:

$$L = V \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} l = 500 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} - \frac{0,2}{0,01} \cdot 20 = 100 \text{ м.}$$

Ответ: $L = 100 \text{ м.}$

Задача 2. В ведре находится смесь воды со льдом массой $m = 10 \text{ кг}$. Ведро внесли в комнату и сразу же начали измерять температуру смеси. Получившаяся зависимость температуры смеси от времени $T(\tau)$ приведена на рисунке. Удельная теплоемкость воды равна $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 340 \text{ кДж}/\text{кг}$. Определите массу льда в ведре, когда его внесли в комнату.



Решение

Как видно из графика, первые 50 минут температура смеси не изменялась и оставалась равной 0°C . Все это время теплота, получаемая смесью из комнаты, шла на таяние льда. Через 50 минут весь лед растаял, и температура воды начала повышаться. За 10 минут (от $\tau_1 = 50 \text{ мин}$ до $\tau_2 = 60 \text{ мин}$) температура воды повысилась на $\Delta T = 2^\circ\text{C}$. Теплота, поступившая к воде за это время из комнаты, равна

$$q = c_B m_B \Delta T = 4200 \cdot 10 \cdot 2 = 84000 \text{ Дж.}$$

Значит, за первые 50 минут к смеси из комнаты поступило количество теплоты $Q = 5q = 420000 \text{ Дж}$. Эта теплота и пошла на таяние массы льда. Отсюда масса льда в ведре, внесенном в комнату

$$m = \frac{Q}{\lambda} = \frac{420000}{340000} \approx 1,2 \text{ кг.}$$

Ответ: $m \approx 1,2 \text{ кг.}$

Задача 3. Вертолет взлетает с аэродрома по вертикали с ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$ и начальной скоростью, равной нулю. Через некоторое время t_1 пилот выключил двигатель. Звук на земле в месте взлета перестал быть слышен спустя время $t_2 = 30 \text{ с}$. Определите скорость вертолета в момент выключения двигателя. Скорость звука в воздухе равна 320 м/с .

Решение

В момент выключения пилотом двигателя вертолет находился на высоте

$$h = at_1^2 / 2.$$

Учитывая, что звук перестал быть слышен на земле спустя время t_2 , получим уравнение:

$$t_2 = t_1 + \frac{at_1^2}{2c},$$

где справа мы учли время подъема вертолета на высоту h и время, которое шел звук с высоты h до земли. Решая полученное квадратное уравнение, найдем величину

$$t_1 = \sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\frac{c}{a}t_2} - \frac{c}{a}.$$

Мы отбросили второй корень уравнения, поскольку он не имеет физического смысла.

Скорость вертолета в момент прекращения работы двигателя будет равна

$$V = at_1 = a \left[\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\frac{c}{a}t_2} - \frac{c}{a} \right] = \sqrt{c^2 + 2act_2} - c = \sqrt{320^2 + 2 \cdot 3 \cdot 320 \cdot 30} - 320 = 80 \text{ м/с}.$$

Ответ: $V = 80 \text{ м/с}$.

Задача 4. Кабина, к потолку которой подвешен качающийся математический маятник длиной $l = 1 \text{ м}$, начинает опускаться вертикально вниз с ускорением $a = g/4$. Определить период гармонических колебаний маятника.

Решение

Период гармонических колебаний математического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

При ускоренном движении точки подвеса период колебаний определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}},$$

где ускорение маятника g' можно найти из соотношения

$$\vec{g}' = \vec{g} + \vec{a}.$$

Вектор \vec{a} равен по модулю ускорению точки подвеса и противоположен ему по направлению.

Отсюда при движении точки подвеса вниз с ускорением \vec{a} ускорение маятника

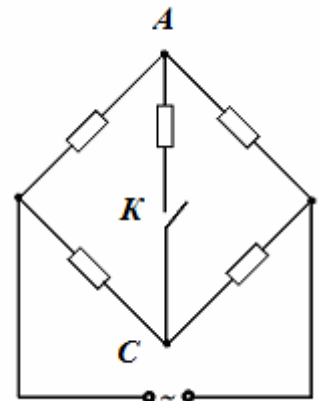
$$g' = g - a.$$

Тогда период колебаний будет равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - a}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10 - \frac{1}{4} \cdot 10}} \approx 2,3 \text{ с}.$$

Ответ: $T \approx 2,3 \text{ с}$.

Задача 5. Пять одинаковых сопротивлений (спиралей для электрических плиток) включены по схеме, указанной на рисунке. Как изменится накал правой верхней спирали, если замкнуть ключ K ?



Решение

Из соображений симметрии можно заметить, что потенциалы точек A и C в любой момент времени будут одинаковыми, поэтому замыкание ключа K не приведет к изменению работы схемы, и накал спирали не изменится.