11 класс

Задача 1. В калориметре находится 1 кг льда при температуре –20ºC. В него налили 1 л воды, имеющей температуру +20ºC. Какая температура установилась в калориметре и сколько в нем льда и воды? Теплопотерями пренебречь.

Решение

Количество теплоты, которое необходимо для нагревания льда до 0ºC:
$Q_1=c_1m_1(0–t_1)=2{,}1\cdot10^3\cdot1\cdot20=42\cdot10^3$ Дж.

Количество теплоты, которое отдает вода, остывая до 0ºC:
$Q_2=c_2m_2(t_2–0)=4{,}2\cdot10^3\cdot1\cdot20=84\cdot10^3$ Дж.

Так как $Q_2>Q_1$, то нагревшийся до 0ºC лед начнет плавиться, а количество теплоты, которое может быть израсходовано на плавление льда,

$Q_3=Q_1–Q_2=42\cdot10^3$ Дж.

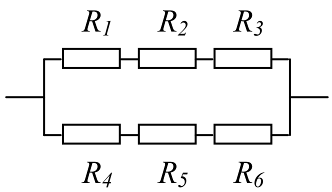
Определим количество расплавившегося льда

$$Q_3=\lambda m_3,\quad m_3=\frac{Q_3}{\lambda}=\frac{42\cdot10^3}{3{,}3\cdot10^5}=13\cdot10^{-2}\,\text{кг}.$$

Таким образом, из 1 кг льда расплавится только 130 граммов. Значит, в калориметре установится температура 0ºC и в нем будет 1,13 кг воды и 0,87 кг льда.

Ответ: в калориметре установится температура 0ºC и в нем будет 1,13 кг воды и 0,87 кг льда.

Задача 2. На каком из сопротивлений в схеме, представленной на рисунке,



выделяется наибольшая мощность? $R_1=1$ Ом, $R_2=2$ Ом, $R_3=3$ Ом, $R_4=4$ Ом, $R_5=5$ Ом, $R_6=6$ Ом. Найти эту мощность, если к схеме приложено напряжение $U=100$ В.

Решение

Поскольку через сопротивления R_1, R_2 и R_3 течет одинаковый ток, то из закона Джоуля-Ленца

$P=I^2R$

следует, что среди этих сопротивлений наибольшая тепловая мощность будет выделяться на сопротивлении R_3. Аналогично среди сопротивлений R_4, R_5 и R_6 наибольшая мощность будет выделяться на сопротивлении R_6.

Сравним мощности тока на сопротивлениях R_3 и R_6. По закону Ома для участка цепи найдем силу тока в верхнем и нижнем участках цепи

$$I_в = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad I_н = \frac{U}{R_4 + R_5 + R_6},$$

где U - напряжение на ветвях одинаково и равно напряжению, приложенному к цепи, а затем по закону Джоуля-Ленца – мощности, выделяемые на сопротивлениях R_3 и R_6:

$$P_3 = \frac{U^2 R_3}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} = \frac{3U^2}{36} \ (Bm) \qquad P_6 = \frac{U^2 R_6}{(R_4 + R_5 + R_6)^2} = \frac{6U^2}{225} \ (Bm)$$

Поскольку $P_3 > P_6$ (приблизительно в три раза), заключаем, что наибольшая мощность в приведенной схеме будет выделяться на сопротивлении R_3. При $U = 100$ В вычисления приводят к результату:

$P_3 = 833 \ (Bm)$

Ответ $P_3 = 833 \ (Bm)$

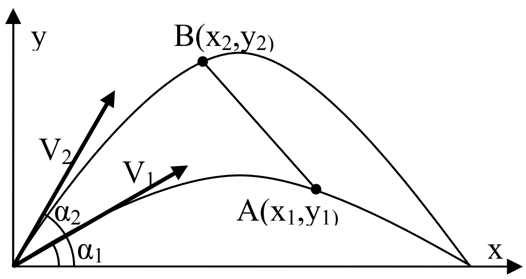
Задача 3. Два тела одновременно брошены с одинаковыми скоростями 10 м/с под разными углами к горизонту: первое под углом 30º, второе 60º. Определить, в какой момент времени расстояние между телами будет наибольшим.

Решение

Расстояние между двумя телами определится формулой:

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2},$$

где x и y – координаты тел.



$$x_1 = V_{0x1}t = V_1 \cos\alpha_1 t$$

$$y_1 = V_{0y1}t - \frac{gt^2}{2} = V_1 \sin\alpha_1 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = V_{0x2}t = V_2 \cos\alpha_2 t$$

$$y_2 = V_{0y2}t - \frac{gt^2}{2} = V_2 \sin\alpha_2 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Подставив выражения для координат в первую формулу и аккуратно выполнив все алгебраические преобразования, получим:

$$|AB| = \sqrt{(V_2 \cos\alpha_2 - V_1 \cos\alpha_1)^2 t^2 + (V_2 \sin\alpha_2 - V_1 \sin\alpha_1)^2 t^2 - \left(\frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2}\right)^2} =$$

$$= t\sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = t\left|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\right|.$$

(Таким образом, получен следующий факт: если два тела движутся с одинаковым ускорением, то их относительная скорость постоянна и равна разности абсолютных скоростей для одного момента времени, в том числе и начальных скоростей).

$$\vec{V}_{21}=\vec{V}_2-\vec{V}_1,$$

Так как модуль разности начальных скоростей тел со временем не изменяется, то расстояние между телами линейно увеличивается с ростом времени t. А это означает, что наибольшим оно будет в момент падения на землю одного из тел. Очевидно, что раньше упадет первое тело. Его время полета

$$t=2\frac{V_{0y1}}{g}=2\frac{V_1\sin\alpha_1}{g}=2\frac{10\sin 30^{o}}{10}=1(c).$$

После падения первого тела расстояние между телами уменьшается, так как скорости и углы подобраны так, что второе тело упадет в ту же точку, что и первое.

Ответ: через 1 с.

Задача 4. Подставку, на которой лежит тело, подвешенное на пружине, начинают опускать с ускорением а. В начальный момент пружина не растянута. Через какое время тело оторвётся от подставки? До какой максимальной длины растянется пружина? Масса тела М, жёсткость пружины k.

Решение

На тело, движущееся вместе с подставкой, действуют сила тяжести, сила упругости и сила реакции опоры. Их проекции на вертикальную ось, направленную вниз равны:

$$Mg-kx-T=Ma.$$

В момент отрыва сила реакции становится равной нулю, и второй закон Ньютона имеет вид:

$$Mg-kx=Ma.$$

К этому моменту времени деформация пружины равна расстоянию пройденному телом:

$$x=\frac{at^2}{2}$$

$$Mg-k\frac{at^2}{2}=Ma$$

$$k\frac{at^2}{2}=M(g-a)$$

$$t=\sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}}$$

После отрыва на тело действует только сила упругости пружины и оно будет совершать колебания с амплитудой А около положения равновесия x_0. Амплитуду колебаний найдем из закона сохранения механической энергии:

$$\frac{MV^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

$$A = \sqrt{\frac{MV^2}{k}} = V\sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$V = at = a\sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}} = \sqrt{\frac{2aM(g-a)}{k}}$$

$$A = V\sqrt{\frac{M}{k}} = \sqrt{\frac{2aM(g-a)}{k}}\sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{M}{k}\sqrt{2a(g-a)}$$

А положение равновесия x_0 из условия:

$$Mg = kx_0$$

$$x_0 = \frac{Mg}{k}$$

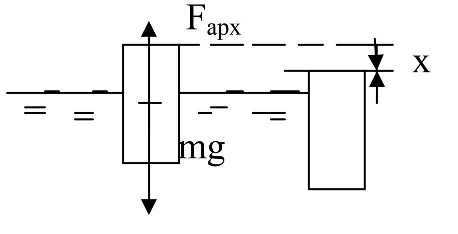
А максимальное растяжение пружины равно их сумме:

$$x = x_0 + A = \frac{Mg}{k} + \frac{M}{k}\sqrt{2a(g-a)}$$

Ответ: $t = \sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}}$, $x = x_0 + A = \frac{Mg}{k} + \frac{M}{k}\sqrt{2a(g-a)}$.

Задача 5. Поплавок удочки длиной 10 см на 2/3 длины погружен в воду. После поклевки он начал колебаться. Определить период колебаний поплавка. Колебания считать гармоническими, незатухающими, а поплавок цилиндрическим.

Решение



«Гармонической силой», вызывающей колебания поплавка, в данном случае будет разность силы Архимеда и силы тяжести.

$$-kx = ma$$

$$-(\rho_ж V_2 g - mg) = ma$$

$V = SL$ – поплавок цилиндрический

$$-\left(\rho_ж S(\tfrac{2}{3}l + x)g - mg\right) = ma$$

$$ma + \left(\rho_ж S(\tfrac{2}{3}l + x)g - mg\right) = 0 \qquad m = \rho_T V = \rho_T Sl$$

$$ma + \left(\rho_ж S(\tfrac{2}{3}l + x)g - \rho_T Sl\, g\right) = 0 \qquad \rho_T = \tfrac{2}{3}\rho_ж$$

Рассмотрим силы, действующие на поплавок в состоянии равновесия.

$$F_{арх} - mg = 0$$

$$\rho_ж V_1 g - mg = 0$$

$$\rho_ж \frac{2}{3} V g = \rho_T V g$$

$\rho_T = \frac{2}{3}\rho_ж$ – это условие плавания поплавка.

$$ma + \left(\rho_ж S(\tfrac{2}{3}l + x)g - \tfrac{2}{3}\rho_ж Sl\, g\right) = 0$$

$$ma + \rho_ж Sg\left((\tfrac{2}{3}l + x) - \tfrac{2}{3}l\right) = 0$$

Раскрыв скобки, получаем:

$$ma + \rho_ж Sgx = 0$$

Разделив на m, имеем:

$$a + \frac{\rho_ж Sg}{m} x = 0$$

$$a + \omega^2 x = 0,$$

значит $\omega^2 = \frac{\rho_ж Sg}{m}$.

Преобразуем это выражение с учетом того, что $m = \rho_T V = \rho_T SL = \frac{2}{3}\rho_ж SL$

$$\omega^2 = \frac{\rho_ж Sg}{\frac{2}{3}\rho_ж SL} = \frac{3g}{2l}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{3g}{2l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}51\ c.$$

Ответ $T = 2\pi\sqrt{2l/3g} = 0{,}51$с.