

## 10 класс

**Задача 1.** Из тонких однородных листов жести спаяли полый куб, к двум противоположным вершинам большой диагонали которого припаяли проводники (рис. 1). Сопротивление куба между этими проводниками оказалось равным  $R=7$  Ом. Вычислите силу электрического тока, пересекающего ребро AB куба, если проводники подключены к источнику напряжения  $U=42$  В.

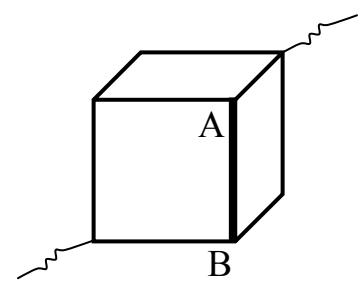


Рис. 1

### Решение

Рассмотрим ребра куба AB, BC, CD, DE, EF, и FA (рис. 2, 3). Поскольку они опоясывают весь куб, то сумма сил токов, протекающих через них, равна  $I_{\Sigma}=U/R=6$  А. Поскольку рассматриваемые ребра расположены симметрично, то силы токов, протекающие через них, равны, следовательно, искомая сила тока  $I=I_{\Sigma}/6=1$  А.

**Ответ:** 1А.

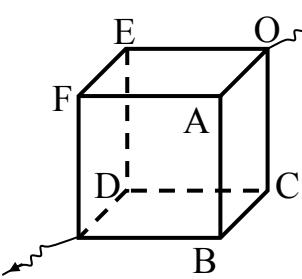


Рис. 2

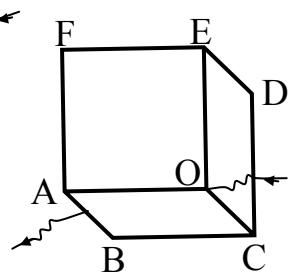
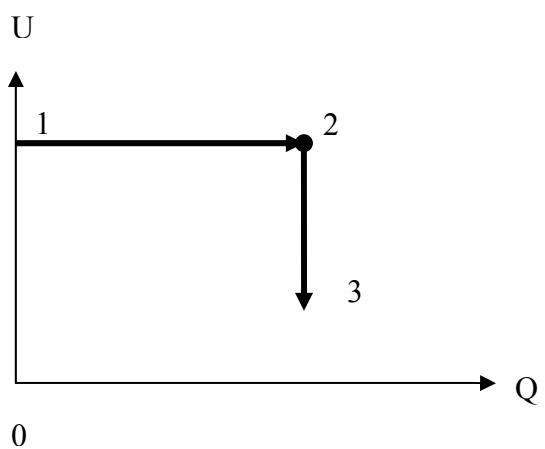


Рис. 3

**Задача 2.** В цилиндре, закрытом подвижным поршнем, находится идеальный одноатомный газ. На рисунке показана диаграмма, иллюстрирующая изменение внутренней энергии газа и его количество теплоты. Опишите изменение объема, давления и температуры газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2, а затем в состояние 3.



### Решение

В процессе  $1 \rightarrow 2$  внутренняя энергия газа не изменяется  $U = \text{Const}$   $\Delta U = 0$ , а из первого начала термодинамики  $\Delta Q = \Delta A$  и  $\Delta Q = Q_2 - Q_1 > 0$  значит  $\Delta A > 0$  - газ, расширяясь, совершает положительную работу, а значит увеличивает свой объем.

В процессе  $2 \rightarrow 3$  количество теплоты у газа не изменяется  $Q = \text{Const}$   $\Delta Q = 0$ , а из первого начала термодинамики  $\Delta U + \Delta A = 0$   $\Delta U = -\Delta A$  и  $\Delta U = U_3 - U_2 < 0$  значит  $\Delta A > 0$  - газ, расширяясь, также совершает положительную работу, а, значит, увеличивает свой объем.

В процессе  $1 \rightarrow 2$  внутренняя энергия газа не изменяется  $U = \text{Const}$   $U = C_V v T$ . Ни теплоемкость газа, ни его количество по условию задачи не изменяются, значит, постоянна и температура.

В процессе  $2 \rightarrow 3$  внутренняя энергия газа уменьшается, значит, уменьшается и его температура.

В процессе  $1 \rightarrow 2$  температура газа не изменяется, а объем увеличивается, значит  $P_1 V_1 = P_2 V_2$   $V_2 > V_1 \Rightarrow P_2 < P_1$  - давление уменьшается.

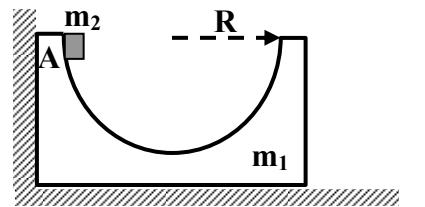
В процессе  $2 \rightarrow 3$  внутренняя энергия газа уменьшается, значит, уменьшается и его температура, а объем растет

$$T_3 < T_2, V_2 < V_3 \quad \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \quad P_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2 V_3} P_2 \Rightarrow P_3 < P_2 \text{ - давление падает.}$$

**Ответ:**  $1 \rightarrow 2 \quad V^\uparrow, T = \text{Const}, P^\downarrow$

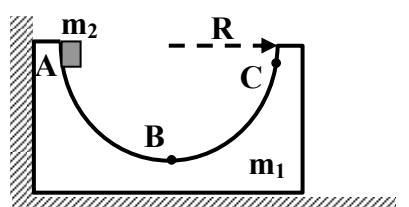
$2 \rightarrow 3 \quad V^\uparrow, T^\downarrow, P^\downarrow$

**Задача 3.** На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брускок массы  $m_1$  с углублением полусферической формы радиуса  $R$ . Из точки А, без трения и начальной скорости соскальзывает маленькая шайба массой  $m_2$ . Какова максимальная скорость бруска при его последующем движении, амплитуда колебаний и период его колебаний.



### Решение

При движении шайбы точки А к точке В брусков давит на стену, поэтому система брусков-шайба не замкнута.  $P \neq \text{const}$ . После прохождения шайбой точки В брусков начинает двигаться вправо



( $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ ), растрачивая энергию шайбы. Поэтому С ниже А. После прохождения шайбой точки В система брусков-шайба становится замкнутой и для неё выполняются законы сохранения (на левую стенку брусков больше не давит).

$$\vec{P} = m_2 V_{2B} = \text{const}$$

$$m_2 g R = \frac{m_2 V_{2B}^2}{2}$$

$$V_{2B} = \sqrt{2gR}$$

Для точки С

$$m_2 \sqrt{2gR} = (m_1 + m_2) U$$

Для точки В будет  $2U_c$

После точки С, шайба движется влево, а брусков вправо и скорость бруска будет максимальна, когда шайба будет в точке В. Затем его скорость будет уменьшаться, т.к. после прохождения справа налево шайбой точки В сила на брусков действует влево.

Для точки В при движении шайбы справа налево.

$$E = \text{const}$$

$$P = m_2 \sqrt{2gR} = \text{const} \left\{ \begin{array}{l} m_2 g R = \frac{m_2 U_2^2}{2} + \frac{m_2 U_1^2}{2} \\ m_2 \sqrt{2gR} = m_1 U_1 - m_2 U_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2m_2 g R - m_2 U_2^2 = m_1 U_1^2 \\ m_2 \sqrt{2gR} - m_2 U_2 = m_1 U_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_2 (2gR - U_2^2) = m_1 U_1^2 \\ m_2 (\sqrt{2gR} + U_2) = m_1 U_1 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{2gR} - U_2 = U_1 \quad U_2 = \sqrt{2gR} - U_1$$

$$m_2 \sqrt{2gR} = m_1 U_1 - m_2 (\sqrt{2gR} - U_1) = m_1 U_1 - m_2 \sqrt{2gR} + m_2 U_1$$

$$2m_2\sqrt{2gR} = (m_1 + m_2)U_1$$

$$U_1 = \frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}$$

Амплитуду находим из постоянства положения центра масс:

$$m_1a = m_2R \Rightarrow a = \frac{m_2R}{m_1}$$

Для периода:

$$\begin{aligned} V_{\max} = U_1 = a\omega = a\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \\ T = a\frac{2\pi}{V_{\max}} = \frac{2\pi a}{U_1} = \frac{2\pi a}{\frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}} = \frac{2\pi \frac{m_2R}{m_1}}{\frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}} = \\ = \frac{2\pi m_2 R (m_1 + m_2)}{2m_2 m_1 \sqrt{2gR}} = \frac{\pi R (m_1 + m_2)}{m_1 \sqrt{2gR}} \end{aligned}$$

**Ответ:**  $U_1 = \frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}$     $a = \frac{m_2R}{m_1}$     $T = \frac{\pi R (m_1 + m_2)}{m_1 \sqrt{2gR}}$

**Задача 4.** В прочном, закрытом, теплоизолированном сосуде объемом 4 кубометра, находится 32 г. кислорода и 2 г. водорода при температуре 10 °C. После реакции образования водяного пара температура в сосуде возросла в 2 раза. Как изменилось давление газа в сосуде? (Давление насыщенного водяного пара при температуре 20 °C – 2328 Па)

### Решение

$$PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 10 \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

$$\nu_{O_2} = \frac{32}{32} = 1 \quad \nu_{H_2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ моль} \quad \nu_1 = \nu_{O_2} + \nu_{H_2} = 2$$

$$O_2 + 2H_2 \rightarrow 2H_2O \Rightarrow \nu_2 = \nu_{O_2} + \nu_{H_2O} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 2 \frac{\nu_2}{\nu_1} = 2 \frac{3}{2} = 3$$

Но это не все. Нужно проверить, не произошла ли конденсация пара. Сначала найдем начальное давление смеси газов в сосуде:

$$P_1 = P_{O_2} + P_{H_2} = \frac{\nu_{O_2} RT}{V} + \frac{\nu_{H_2} RT}{V} = (\nu_{O_2} + \nu_{H_2}) \frac{RT}{V} = 2 \frac{8,31 \cdot 283}{4} = 1176 \text{ Па.}$$

$$P_2 = 3P_1 = 3528 \text{ Па.}$$

Но давление насыщенного водяного пара при температуре 20 °C – 2328 Па. А это значит, что после реакции давление смеси не поднимется до 3528 Па, при давлении 2328 Па водяной пар начинает конденсироваться и давление повышаться не будет.

**Ответ:** 2328 Па.

**Задача 5.** По каким причинам, и на сколько процентов, вес любого тела на полюсе отличается от его веса на экваторе. Необходимые константы можно взять из приведенного фрагмента справочных материалов: радиус Земли на полюсе – **6357 км**, радиус Земли на экваторе – **6378 км**, ускорение свободного падения на полюсе – **9.78 м/с<sup>2</sup>**, на экваторе – **9.83 м/с<sup>2</sup>**, продолжительность суток **24 часа**, масса Земли **5.9742 × 10<sup>24</sup> кг**, гравитационная постоянная **6.67300 × 10<sup>-11</sup> м<sup>3</sup> кг<sup>-1</sup> с<sup>-2</sup>**.

## Решение

Причин, возможно, несколько. Различие радиусов Земли. На полюсе  $R_1$  меньше чем на экваторе  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). Вращение Земли, неоднородность плотности Земли. Учитываем наиболее значимые - первые две.

$$\vec{P} = -\vec{N}$$

$$1 \text{ На полюсе} \quad \frac{GMm}{R_1^2} - N_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P_1 = \frac{GMm}{R_1^2}.$$

2. На экваторе:

$$\frac{GMm}{R_2^2} - N_2 = ma_n = m\omega^2 R_2 \Rightarrow N_2 = P_2 = \frac{GMm}{R_2^2} - m\omega^2 R_2 = \frac{GMm}{R_2^2} - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2$$

Различие весов:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{GMm}{R_1^2} - \frac{GMm}{R_2^2} + m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2$$

И в процентах:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{\Delta P}{P_1} 100\% &= \left( \frac{\frac{GMm}{R_1^2} - \frac{GMm}{R_2^2} + m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2}{\frac{GMm}{R_1^2}} \right) = \left( \frac{\frac{GMm}{R_1^2} \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) + m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2}{\frac{GMm}{R_1^2}} \right) 100\% = \\ &= \left( \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) + \frac{4\pi^2 R_2}{T^2 g_1} \right) 100\% = \left( \frac{(R_2 - R_1)(R_2 + R_1)}{R_2^2} + \frac{4\pi^2 R_2}{T^2 g_1} \right) 100\% = 1.01\% \end{aligned}$$

**Ответ:** 1.01%