

Задача 1. Из тонких однородных листов жести спаяли полый куб, к двум противоположным вершинам большой диагонали которого припаяли проводники (рис. 1). Сопротивление куба между этими проводниками оказалось равным $R=7$ Ом. Вычислите силу электрического тока, пересекающего ребро АВ куба, если проводники подключены к источнику напряжения $U=42$ В.

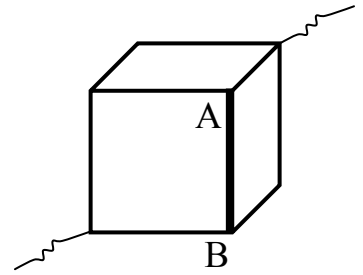


Рис. 1

Решение

Рассмотрим ребра куба АВ, ВС, CD, DE, EF, и FA (рис. 2, 3). Поскольку они опоясывают весь куб, то сумма сил токов, протекающих через них, равна $I_{\Sigma}=U/R=6$ А. Поскольку рассматриваемые ребра расположены симметрично, то силы токов, протекающие через них, равны, следовательно, искомая сила тока $I=I_{\Sigma}/6=1$ А.

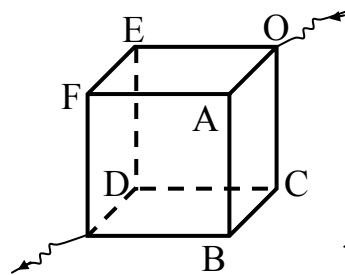


Рис. 2

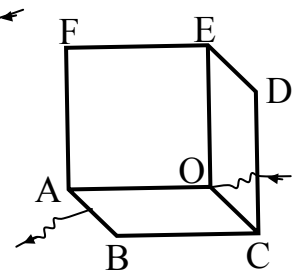
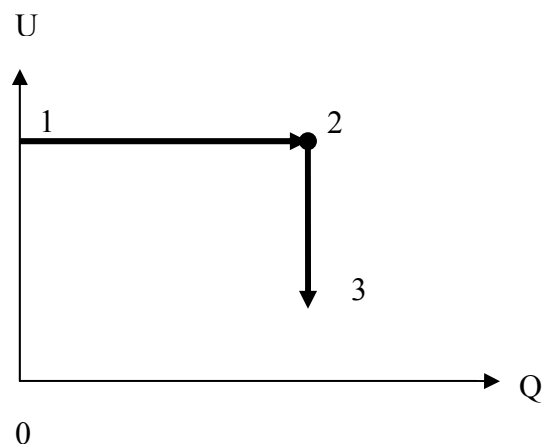


Рис. 3

Ответ: 1А.

Задача 2. В цилиндре, закрытом подвижным поршнем, находится идеальный одноатомный газ. На рисунке показана диаграмма, иллюстрирующая изменение внутренней энергии газа и его количество теплоты. Опишите изменение объема, давления и температуры газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2, а затем в состояние 3.

**Решение**

В процессе $1 \rightarrow 2$ внутренняя энергия газа не изменяется $U = \text{const}$ $\Delta U = 0$, а из первого начала термодинамики $\Delta Q = \Delta A$ и $\Delta Q = Q_2 - Q_1 > 0$ значит $\Delta A > 0$ - газ, расширяясь, совершает положительную работу, а значит увеличивает свой объем.

В процессе $2 \rightarrow 3$ количество теплоты у газа не изменяется $Q = \text{Const}$ $\Delta Q = 0$, а из первого начала термодинамики $\Delta U + \Delta A = 0$ $\Delta U = -\Delta A$ и $\Delta U = U_3 - U_2 < 0$ значит $\Delta A > 0$ - газ, расширяясь, также совершает положительную работу, а, значит, увеличивает свой объем.

В процессе $1 \rightarrow 2$ внутренняя энергия газа не изменяется $U = \text{Const}$ $U = C_V \nu T$. Ни теплоемкость газа, ни его количество по условию задачи не изменяются, значит, постоянна и температура.

В процессе $2 \rightarrow 3$ внутренняя энергия газа уменьшается, значит, уменьшается и его температура.

В процессе $1 \rightarrow 2$ температура газа не изменяется, а объем увеличивается, значит $P_1 V_1 = P_2 V_2$ $V_2 > V_1 \Rightarrow P_2 < P_1$ - давление уменьшается.

В процессе $2 \rightarrow 3$ внутренняя энергия газа уменьшается, значит, уменьшается и его температура, а объем растет

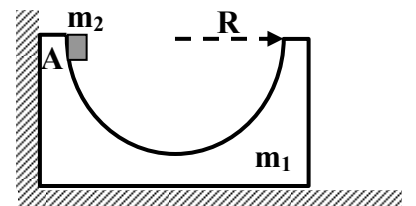
$$T_3 < T_2, V_2 < V_3 \quad \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \quad P_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2 V_3} P_2 \Rightarrow P_3 < P_2 - \text{давление падает.}$$

Ответ:

$$1 \rightarrow 2 \quad V^\uparrow, T = \text{Const}, P^\downarrow$$

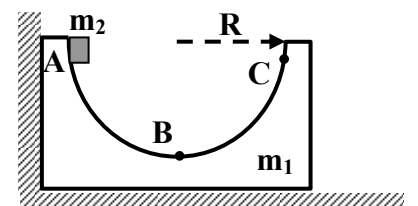
$$2 \rightarrow 3 \quad V^\uparrow, T^\downarrow, P^\downarrow$$

Задача 3. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массы m_1 с углублением полусферической формы радиуса R . Из точки А, без трения и начальной скорости соскальзывает маленькая шайба массой m_2 . Какова максимальная скорость бруска при его последующем движении, амплитуда колебаний и период его колебаний.



Решение

При движении шайбы точки А к точке В брусок давит на стену, поэтому система брусок-шайба не замкнута. $R \neq \text{const}$. После прохождения шайбой точки В брусок начинает двигаться вправо



($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$), растрчивая энергию шайбы. Поэтому С ниже А. После прохождения шайбой точки В система брусок-шайба становится замкнутой и для неё выполняются законы сохранения (на левую стенку брусок больше не давит).

$$\vec{P} = m_2 V_{2B} = \text{const}$$

$$m_2 g R = \frac{m_2 V_{2B}^2}{2}$$

$$V_{2B} = \sqrt{2gR}$$

Для точки С

$$m_2 \sqrt{2gR} = (m_1 + m_2) U$$

Для точки В будет $2U_c$

После точки С, шайба движется влево, а брусок вправо и скорость бруска будет максимальна, когда шайба будет в точке В. Затем его скорость будет уменьшаться, т.к. после прохождения справа налево шайбой точки В сила на брусок действует влево.

Для точки В при движении шайбы справа налево.

$$E = \text{const}$$

$$P = m_2 \sqrt{2gR} = \text{const} \begin{cases} m_2 g R = \frac{m_2 U_2^2}{2} + \frac{m_2 U_1^2}{2} \\ m_2 \sqrt{2gR} = m_1 U_1 - m_2 U_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m_2 g R - m_2 U_2^2 = m_1 U_1^2 \\ m_2 \sqrt{2gR} - m_2 U_2 = m_1 U_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2 (2gR - U_2^2) = m_1 U_1^2 \\ m_2 (\sqrt{2gR} + U_2) = m_1 U_1 \end{cases} :$$

$$\sqrt{2gR} - U_2 = U_1 \quad U_2 = \sqrt{2gR} - U_1$$

$$m_2 \sqrt{2gR} = m_1 U_1 - m_2 (\sqrt{2gR} - U_1) = m_1 U_1 - m_2 \sqrt{2gR} + m_2 U_1$$

$$2m_2\sqrt{2gR} = (m_1 + m_2)U_1$$

$$U_1 = \frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}$$

Амплитуду находим из постоянства положения центра масс:

$$m_1 a = m_2 R \Rightarrow a = \frac{m_2 R}{m_1}$$

Для периода:

$$V_{\max} = U_1 = a\omega = a \frac{2\pi}{T} \Rightarrow$$

$$T = a \frac{2\pi}{V_{\max}} = \frac{2\pi a}{U_1} = \frac{2\pi a}{\frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}} = \frac{2\pi \frac{m_2 R}{m_1}}{\frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}} =$$

$$= \frac{2\pi m_2 R (m_1 + m_2)}{2m_2 m_1 \sqrt{2gR}} = \frac{\pi R (m_1 + m_2)}{m_1 \sqrt{2gR}}$$

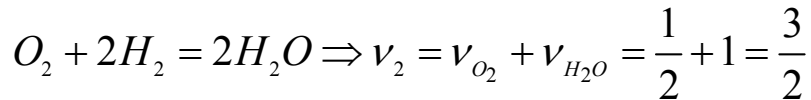
Ответ: $U_1 = \frac{2m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}$ $a = \frac{m_2 R}{m_1}$ $T = \frac{\pi R (m_1 + m_2)}{m_1 \sqrt{2gR}}$

Задача 4. В прочном, закрытом, теплоизолированном сосуде объемом 4 кубометра, находится 32 г. кислорода и 2 г. водорода при температуре 10 °С. После реакции образования водяного пара температура в сосуде возросла в 2 раза. Как изменилось давление газа в сосуде? (Давление насыщенного водяного пара при температуре 20 °С – 2328 Па)

Решение

$$PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 10 \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

$$\nu_{O_2} = \frac{32}{32} = 1 \text{ моль} \text{ --- } \nu_{H_2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ моль} \text{ --- } \nu_1 = \nu_{O_2} + \nu_{H_2} = 2$$



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 2 \frac{\nu_2}{\nu_1} = 2 \frac{3}{2} = 3$$

Но это не все. Нужно проверить, не произошла ли конденсация пара. Сначала найдем начальное давление смеси газов в сосуде:

$$P_1 = P_{O_2} + P_{H_2} = \frac{\nu_{O_2} RT}{V} + \frac{\nu_{H_2} RT}{V} = (\nu_{O_2} + \nu_{H_2}) \frac{RT}{V} = 2 \frac{8,31 \cdot 283}{4} = 1176 \text{ Па.}$$

$$P_2 = 3P_1 = 3528 \text{ Па.}$$

Но давление насыщенного водяного пара при температуре 20°C – 2328 Па. А это значит, что после реакции давление смеси не поднимется до 3528 Па, при давлении 2328 Па водяной пар начинает конденсироваться и давление повышаться не будет.

Ответ: 2328 Па.

Задача 5. По каким причинам, и на сколько процентов, вес любого тела на полюсе отличается от его веса на экваторе. Необходимые константы можно взять из приведенного фрагмента справочных материалов: радиус Земли на полюсе – **6357 км**, радиус Земли на экваторе – **6378 км**, ускорение свободного падения на полюсе – **9.78 м/с²**, на экваторе – **9.83 м/с²**, продолжительность суток **24 часа**, масса Земли **5.9742 × 10²⁴ кг**, гравитационная постоянная **6.67300 × 10⁻¹¹ м³ кг⁻¹ с⁻²**.

Решение

Причин, возможно, несколько. Различие радиусов Земли. На полюсе R_1 меньше чем на экваторе R_2 ($R_1 < R_2$). Вращение Земли, неоднородность плотности Земли. Учитываем наиболее значимые - первые две.

$$\vec{P} = -\vec{N}$$

1 На полюсе
$$\frac{GMm}{R_1^2} - N_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P_1 = \frac{GMm}{R_1^2}.$$

2. На экваторе:

$$\frac{GMm}{R_2^2} - N_2 = ma_n = m\omega^2 R_2 \Rightarrow N_2 = P_2 = \frac{GMm}{R_2^2} - m\omega^2 R_2 = \frac{GMm}{R_2^2} - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2$$

Различие весов:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{GMm}{R_1^2} - \frac{GMm}{R_2^2} + m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2$$

И в процентах:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{\Delta P}{P_1} 100\% &= \left(\frac{\frac{GMm}{R_1^2} - \frac{GMm}{R_2^2} + m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2}{\frac{GMm}{R_1^2}} \right) = \left(\frac{\frac{GMm}{R_1^2} \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) + m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_2}{\frac{GMm}{R_1^2}} \right) 100\% = \\ &= \left(\left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) + \frac{4\pi^2 R_2}{T^2 g_1} \right) 100\% = \left(\frac{(R_2 - R_1)(R_2 + R_1)}{R_2^2} + \frac{4\pi^2 R_2}{T^2 g_1} \right) 100\% = 1.01\% \end{aligned}$$

Ответ: 1.01%