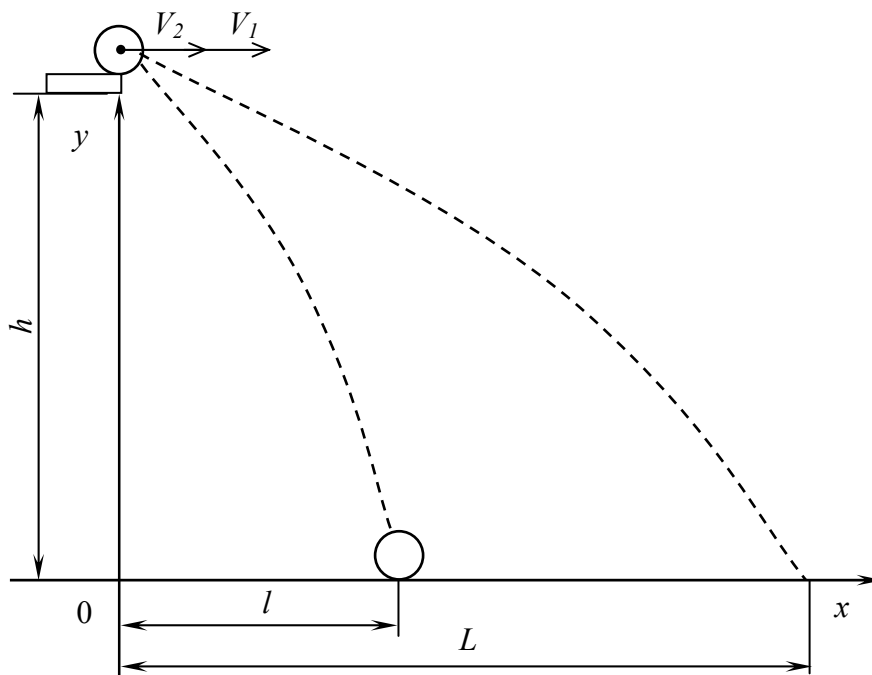


10 класс

Задача 1. На подставке высотой $h = 5\text{ м}$ лежит шар массой $M = 200\text{ г}$. Пуля массой $m = 10\text{ г}$, летящая в горизонтальном направлении со скоростью $V = 500\text{ м/с}$, пробивает шар точно по диаметру. Какая часть α кинетической энергии пули переходит во внутреннюю при пробивании пулей шара? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение



Обозначив через V_1 и V_2 модули скоростей пули и шара соответственно после вылета пули из шара (см. рисунок), запишем кинематические уравнения движения пули и шара:

$$L = V_1 t. \quad (1)$$

$$l = V_2 t. \quad (2)$$

$$y = h - gt^2/2. \quad (3)$$

Время падения пули и шара найдем из выражения (3) при $y = 0$:

$$t = \sqrt{2h/g}.$$

Для проекций импульсов на горизонтальную ось, направленную по вектору \vec{V}_1 , на основании закона сохранения импульса можно записать уравнение:

$$mV = mV_1 + MV_2,$$

из которого следует, что

$$V_1 = V - \frac{M}{m} V_2. \quad (4)$$

Подставляя из (2) в (4) величину V_2 , получим:

$$V_1 = V - \frac{M}{m} \frac{l}{t}. \quad (5)$$

Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2} + \Delta U. \quad (6)$$

По условию задачи изменение внутренней энергии пули ΔU связано с кинетической энергией соотношением

$$\Delta U = \alpha \frac{mV^2}{2}.$$

Отсюда следует, что

$$\alpha = 1 - \frac{V_1^2}{V^2} - \frac{M}{m} \frac{V_2^2}{V^2}. \quad (7)$$

Подставляя найденные ранее значения V_1 и V_2 , получим

$$\alpha = 1 - \frac{\left(V - \frac{M}{m} l \sqrt{\frac{g}{2h}}\right)^2}{V^2} - \frac{M \left(l \sqrt{\frac{g}{2h}}\right)^2}{mV^2}. \quad (8)$$

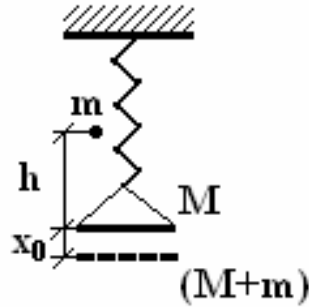
Подстановка числовых данных приводит к результату

$$\alpha = 0,928 \text{ или } \alpha \approx 93\%.$$

Ответ: $\alpha = 0,928$.

Задача 2. Найти амплитуду колебаний чашечки пружинных весов после падения на нее с высоты $h = 10 \text{ см}$ груза массой $m = 50 \text{ г}$. Жесткость пружины $k = 200 \text{ Н/м}$. Масса чашечки $M = 100 \text{ г}$.

Решение



Амплитуда колебаний будет равна

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2}, \quad (1)$$

где V_0 – скорость груза перед падением на чашечку,

ω – циклическая частота колебаний,

x_0 – деформация пружины после падения груза.

Из закона равноускоренного движения получим

$$V_0 = \sqrt{2gh}. \quad (2)$$

Циклическая частота колебаний равна

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}. \quad (3)$$

По закону Гука

$$x_0 = \frac{mg}{k}. \quad (4)$$

Тогда амплитуда колебаний будет равна

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2gh}{k}(m+M)}. \quad (5)$$

Подстановка числовых данных приводит к результату

$$A \approx 0,04м = 4см.$$

Ответ: $A \approx 0,04м = 4см$.

Задача 3. В закрытом сосуде объемом $V = 10л$ находится сухой воздух при следующих условиях: $P_0 = 10^5 Па$, $t_0 = 20^\circ C$. В сосуд наливают воду массой $m = 3г$ и нагревают его до температуры $t = 100^\circ C$. Каким станет давление в сосуде после нагревания? Тепловым расширением сосуда пренебречь.

Решение

Давление в сосуде, согласно закону Дальтона, будет равно сумме парциальных давлений воздуха P_1 и воды P_2 :

$$P = P_1 + P_2.$$

Для изохорного процесса зависимость давления от температуры имеет вид:

$$P_1 = P_0 \frac{T}{T_0}. \quad P_1 = 1,27 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Давление паров воды не больше давления насыщенного пара при $T = 100^\circ \text{C}$ ($P_{\text{нас}} = 10^5 \text{ Па}$.) Если испарится вся вода, то парциальное давление водяного пара определится из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$P_2 V = \frac{m}{\mu} RT,$$

где μ – молярная масса воды ($\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$),

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \text{ – газовая постоянная.}$$

Отсюда

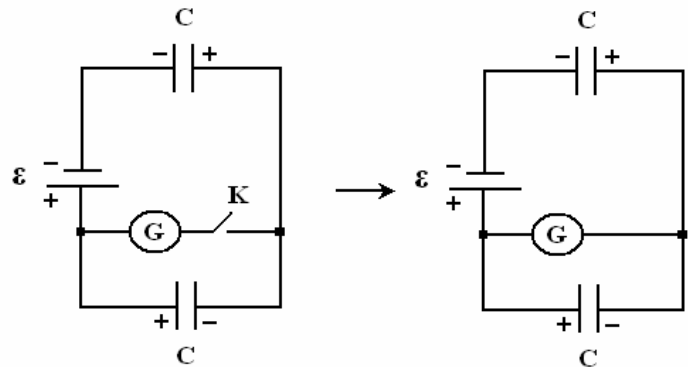
$$P_2 = \frac{mRT}{\mu V}; \quad P_2 = 0,52 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Так как $P_2 < P_{\text{нас}}$, то испарится вся вода, налитая в сосуд. Искомое давление в сосуде будет равно

$$P = 1,27 \cdot 10^5 + 0,52 \cdot 10^5 = 1,79 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $P = 1,79 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 4. Определить, какой заряд q пройдет через гальванометр G при замыкании ключа K , и какое тепло Q при этом выделится? Значения ЭДС ε и емкости конденсаторов C заданы.



Решение

До замыкания ключа K суммарный заряд правых обкладок конденсаторов равен нулю. При замыкании ключа нижний конденсатор разрядится, а на верхнем заряд станет равным

$$q' = C\varepsilon. \quad (1)$$

Причем на правой обкладке он будет положительным. Следовательно, этот заряд и должен пройти через гальванометр на правую обкладку конденсатора. При последовательном соединении конденсаторов суммарная емкость равна

$$C_{\sigma} = \frac{C}{2}. \quad (2)$$

При этом заряды на обкладках равны

$$q = \frac{\varepsilon C}{2}. \quad (3)$$

Работа источника при замыкании ключа равна

$$A = Q + \Delta W, \quad (4)$$

где $\Delta W = W' - W^*$ (5) – изменение внутренней энергии конденсаторов.

$$W' = \frac{C}{2} \varepsilon^2. \quad (6)$$

$$W^* = \frac{C\varepsilon^2}{4}. \quad (7)$$

$$A = \varepsilon(q' - q). \quad (8)$$

Из (4) с учетом (6), (7), (8) получаем

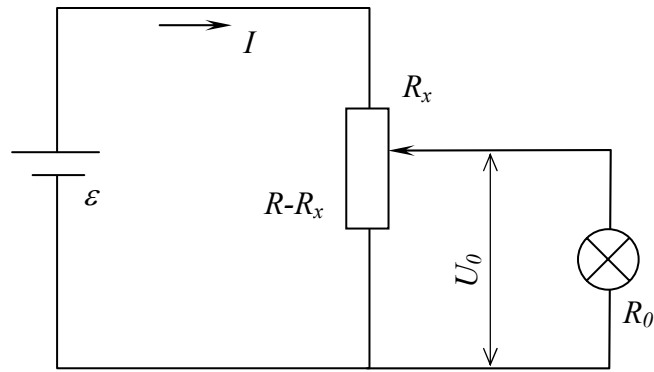
$$Q = \varepsilon \left(\varepsilon C - \frac{\varepsilon C}{2} \right) - \left(\frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{C\varepsilon^2}{4} \right) = \frac{C\varepsilon^2}{4}.$$

Ответ: $Q = \frac{C\varepsilon^2}{4}$

Задача 5. Электрическая лампа сопротивлением $R_0 = 20 \text{ Ом}$ при номинальном напряжении $U_0 = 4,5 \text{ В}$ питается от аккумулятора с ЭДС $\varepsilon = 6 \text{ В}$, внутренним сопротивлением которого можно пренебречь. Пусть номинальное напряжение подается на лампу через реостат, включенный как потенциометр. Каково должно быть сопротивление R реостата, чтобы к.п.д. системы был не меньше $\eta = 0,6$?

Решение

Напряжение U_0 подается на лампу с сопротивлением R_0 через потенциометр (см. рисунок), общее сопротивление которого R надо определить.



Запишем для этой цепи законы Кирхгофа:

$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x}, \quad (1)$$

где R_x – сопротивление верхнего участка реостата,

$$U_0 = \varepsilon - IR_x. \quad (2)$$

К.п.д. такой цепи равен

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{ист}}} = \frac{U_0^2/R}{I\varepsilon} = \frac{U_0^2}{IR\varepsilon}. \quad (3)$$

Сопротивление реостата R как функцию от к.п.д. цепи рассчитаем, подставив значение силы тока из (3) в формулы (1) и (2):

$$\frac{U_0}{RI\varepsilon_0} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R - R_x}, \quad (4)$$

$$R_x = (\varepsilon - U_0) \frac{R\varepsilon\eta}{U_0^2}. \quad (5)$$

Отсюда

$$R = R_0 \eta \frac{\varepsilon^2}{U_0^2} \frac{1 + \eta \left(1 - \frac{\varepsilon}{U_0}\right)}{1 - \frac{\varepsilon}{U_0} \eta}. \quad (6)$$

Выясним характер зависимости $R(\eta)$. С этой целью найдем производную $R'(\eta)$:

$$R'(\eta) = \eta \left(2 - \frac{\varepsilon}{U_0} \eta \right) \left(1 - \frac{\varepsilon}{U_0} \right) + 1.$$

Так как $\eta < 1$, то полученное выражение положительно, а, следовательно, $R(\eta)$ – функция возрастающая. И для того, чтобы к.п.д. был не меньше $\eta_0 = 0,6$, сопротивление реостата должно быть больше или равно минимальному значению R_{\min} . Это значение получается при подстановке в выражение (6) $\eta = \eta_0$:

$$R \geq R_{\min} = R_0 \eta_0 \frac{\varepsilon^2}{U_0^2} \frac{1 + \eta_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{U_0}\right)}{1 - \frac{\varepsilon}{U_0} \eta_0} = 8,5 O_M.$$

Ответ: $R \geq 8,5 O_M$.