## 8 класс

**8.1** ***Решить уравнение:*** $\left|x^2-4x-12\right|=6-x$.

**Решение:**

$$\begin{cases}6-x\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}x^2-3x-18=0,\\ x^2-5x-6=0,\end{array}\right.\end{cases}\qquad \begin{cases}x\le 6\\ \left[\begin{array}{l}x=6,\\ x=-3,\\ x=6,\\ x=-1\end{array}\right.\end{cases}$$

**8.2** ***Докажите, что если a,b,c –положительные числа ,то хотя бы одно из этих уравнений: ax²+bx+c=0, bx²+cx+a=0, cx²+ax+b=0 не имеет действительных корней.***

**Решение:**

Выберем из чисел $a,b,c$ наименьшее. Пусть, к примеру, это будет $a$: $a\le b, a\le c$. Тогда уравнение $cx^2+ax+b=0$ не имеет корней, так как его дискриминант отрицателен:

$D=a^2-4cb\le a^2-4a\cdot a=-3a^2<0$

**8.3** ***После двух последовательных повышений зарплата увеличилась в*** $1\frac{7}{8}$ ***раза. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение по количеству процентов было вдвое больше, чем первое?***

**Решение:**

Пусть $x$ - первоначальная зарплата, $p$ - первоначальный процент повышения, тогда

$$\mathrm{x}\cdot\left(1+\frac{\mathrm{p}}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{2\mathrm{p}}{100}\right)=\frac{15}{8}\mathrm{x}.$$

После преобразований получим

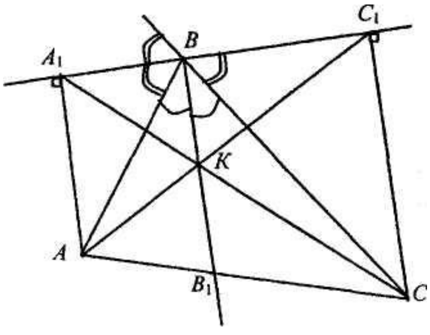
$$(100+p)(50+p)=\frac{15}{8}\cdot 100\cdot 50,\ p^2+150p-4375,$$

откуда $p=-45\pm 100$. Условию задачи удовлетворяют только положительные $p$, следовательно, $p = 25$.

**Ответ:** 25%.

**8.4** ***Пусть*** $A_1$ ***и*** $C_1$ ***- проекция вершин*** $A$ ***и*** $C$ ***треугольника ABC на биссектрису внешнего угла при вершине B соответственно. Докажите, что отрезки*** $AC_1$ ***и*** $CA_1$ ***пересекаются на биссектрисе угла ABC треугольника ABC.***

**Решение**:




Обозначим точку пересечения $AC_1$ и $CA_1$ через K. Так как $AA_1 \| CC_1$, то треугольники $AA_1K$ и $C_1CK$ подобны, поэтому $\frac{CK}{KA_1} = \frac{C_1K}{KA} = \frac{CC_1}{AA_1}$. Так как $\angle A_1BA = \angle CBC_1$, то прямоугольные треугольники $CC_1B$ и $AA_1B$ подобны, следовательно, $\frac{CC_1}{AA_1} = \frac{C_1B}{A_1B}$. Тогда $\frac{C_1K}{KA} = \frac{C_1B}{A_1B}$, то есть $BK \| CC_1$ и значит, $BK \perp A_1C_1$ и $BK$-биссектриса внутреннего угла $B$ (перпендикулярна биссектрисе внешнего угла).

**8.5** ***Буратино время от времени сажает на поле чудес монеты. Из посаженной монеты из земли: немедленно начинает расти дерево с постоянной скоростью 1 м в час. В полночь суммарная высота посаженных Буратино деревьев равнялась 10 м, в 5 часов утра - 16 м, а в 10 утра - 29 м. Докажите, что среди деревьев Буратино найдутся два таких, которые отличаются по высоте не более чем на 3 м.***

**Решение:**

Так как с полуночи до 5 часов утра (за пять часов) суммарная высота деревьев увеличилась на 6 м., то в $5^{00}$ деревьев было не меньше двух. Поскольку с $5^{00}$ до $10^{00}$ (за пять часов) суммарная высота деревьев увеличилась на 13 м, то в $5^{00}$ деревьев было меньше трех. Таким образом, получается, что в $5^{00}$ деревьев было ровно два, причем одно из них было посажено в $4^{00}$ . Деревья, посаженные с $5^{00}$ до $10^{00}$, за это время выросли на 3 м. Действительно, так как, если их было два или больше, то утверждение задачи очевидно, если же дерево одно, то оно посажено в $7^{00}$, и ровно на 3 м ниже посаженного в $4^{00}$.