

9 класс

9.1 Тело, имеющее массу $M = 2 \text{ кг}$ и объем $V = 10^{-3} \text{ м}^3$, находится в озере на глубине $h_0 = 5 \text{ м}$. Какая работа должна быть совершена при его подъеме на высоту $H = 5 \text{ м}$ над поверхностью воды? Равна ли совершенная при этом работа изменению потенциальной энергии тела?

Решение

Работа A равна изменению потенциальной энергии системы «земля-тело-вода». Так как при подъеме тела объем воды V с поверхности перемещается на глубину h_0 , то

$$A = mg(h + h_0) - \rho V g V_0 \approx 150 \text{ Дж},$$

где $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды.

Работа A меньше изменения потенциальной энергии тела.

Ответ: $A \approx 150 \text{ Дж}$, работа A меньше изменения потенциальной энергии тела.

9.2 В калориметр налито $m_1 = 0,5 \text{ кг}$ воды при температуре $t_1 = +15^\circ\text{C}$. В воду опускают кусок льда с массой $m_2 = 0,5 \text{ кг}$, имеющий температуру $t_2 = -10^\circ\text{C}$. Найти температуру смеси после установления теплового равновесия.

Удельная теплоемкость воды $C_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$, удельная теплоемкость льда $C_2 = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

Решение

Остывая до 0°C , вода может отдать количество теплоты, равное

$$Q_1 = c_1 m_1 t_1 = 3,15 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Для нагревания льда до 0°C необходимо затратить количество теплоты

$$Q_2 = c_2 m_2 (0^\circ - t_2) = 1,05 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Для того, чтобы теперь весь лед расплавился, необходимо еще подвести к нему количество теплоты:

$$Q_3 = \lambda m_2 = 1,65 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Но после нагрева льда до 0°C вода может отдать лишь $2 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Поэтому лед расплавится не весь, и температура смеси после установления теплового равновесия будет равна 0°C .

Ответ: 0°C .

9.3 В герметически закрытом сосуде в воде плавает кусок льда массой $M = 0,1$ кг, в который вмержла дробинка массой $m = 5$ г. Какое количество тепла нужно затратить, чтобы дробинка начала тонуть? Плотность свинца $11,3$ г/см³, плотность льда $0,9$ г/см³, теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура воды в сосуде равна 0 °C.

Решение

Для того чтобы дробинка начала тонуть, нет необходимости в том, чтобы растаял весь лед. Достаточно того, что средняя плотность льда с дробинкой станет равна плотности воды. Если массу оставшегося при этом льда обозначить M_1 , то условие того, что дробинка начнет тонуть, запишется так:

$$\frac{M_1 + m}{V} = \rho_{\text{в}}.$$

Но суммарный объем льда и дробинки равен сумме их объемов

$$V = \frac{M_1}{\rho_{\text{л}}} + \frac{m}{\rho_{\text{св}}}.$$

Поэтому

$$M_1 + m = \rho_{\text{в}} \left(\frac{M_1}{\rho_{\text{л}}} + \frac{m}{\rho_{\text{св}}} \right).$$

Отсюда

$$M_1 = m \frac{(\rho_{\text{св}} - \rho_{\text{в}}) \rho_{\text{л}}}{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) \rho_{\text{св}}} = 8,2m.$$

Растаять должна масса льда

$$\Delta M = M - M_1 = 100 \text{ г} - 8,2 \cdot 5 \text{ г} = 59 \text{ г}.$$

Для этого необходимо количество теплоты

$$Q = \lambda \cdot \Delta M = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} \cdot 59 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 19,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

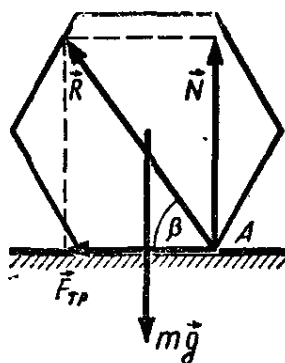
Ответ: $19,5 \cdot 10^3$ Дж.

9.4 Кубик из пенопласта массой $M = 100$ г лежит на горизонтальной подставке. Высота кубика $h = 10$ см. Снизу кубик пробивает вертикально летящая пуля массой $m = 10$ г. Скорость пули при входе в кубик $V_1 = 100$ м/с, при вылете – 95 м/с. Подпрыгнет ли кубик?

Решение

Кубик может подпрыгнуть, если модуль силы \vec{F} , действующий на него со стороны пули, окажется большим модуля силы тяжести $Mg = 1$ Н. Найдем эту силу. Для этого рассмотрим пулю. На нее со стороны кубика действует

такая же по модулю, но противоположная по направлению сила и сила тяжести $m\vec{g}$.



Скорость пули при пролете сквозь кубик меняется незначительно: ее изменение равно 5 м/с, что составляет всего 5% от скорости пули при входе в кубик. Поэтому, можно считать, что сила \vec{F} не зависит от скорости пули и постоянна.

Импульс пули при пролете сквозь кубик меняется благодаря действию на пулю двух сил – силы тяжести и силы трения. Если время, за которое пуля пролетает сквозь кубик, обозначить через τ , то:

$$m(v_1 - v_2) = (F + mg)\tau \quad (1)$$

Время τ найти нетрудно. Так как силы, действующие на кубик, постоянны, то постоянно и ускорение пули, а, значит, скорость пули меняется со временем линейно. Поэтому, средняя скорость движения пули в кубике равна

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Следовательно, пуля пролетает сквозь кубик за время

$$\tau = \frac{h}{v_{\text{ср}}} = \frac{2a}{v_1 + v_2} \approx 10^{-3} \text{ с}.$$

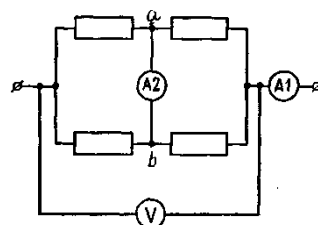
Подставив это значение τ в формулу (1), найдем:

$$F = \frac{m(v_1 + v_2) - \mu g \tau}{\tau} \approx 50 \text{ Н}.$$

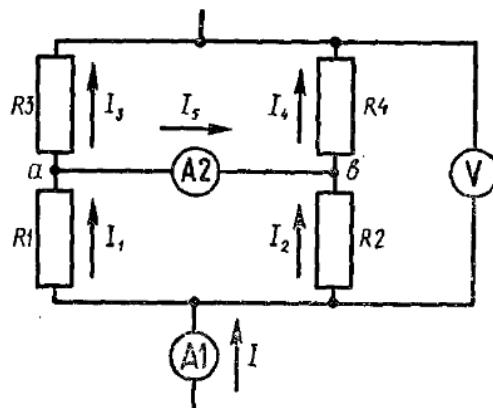
Так как τ мало, то величина $\mu g \tau$ много меньше изменения импульса пули и ею можно пренебречь. Сила F оказалась больше силы тяжести, которая действует на кубик. Поэтому, кубик подпрыгнет.

Ответ: кубик подпрыгнет.

9.5* Из резисторов сопротивлениями 1, 2, 3 и 4 Ом собрана цепь, которая показана на рисунке. Какой ток течет через амперметр A_2 , если через амперметр A_1 течет ток 5 А? Вольтметр показывает 10 В. Измерительные приборы считать идеальными.



Решение



Согласно показаниям вольтметра и амперметра A_1 сопротивление всей цепи равно

$$R = \frac{U}{I} = 2 \text{ Ом}.$$

Так как амперметр A_2 идеальный (его сопротивление считается равным нулю), то точки a и b при расчете сопротивлений можно считать соединенными друг с другом накоротко. Примем, что резистор R_1 имеет сопротивление $R_1 = 1 \text{ Ом}$. Тогда простым перебором убеждаемся в том, что $R_2 = 4 \text{ Ом}$, а для сопротивлений резисторов R_3 и R_4 возможны два варианта:

- 1) $R_3 = 2 \text{ Ом}$ и $R_4 = 3 \text{ Ом}$;
- 2) $R_3 = 3 \text{ Ом}$ и $R_4 = 2 \text{ Ом}$.

Алгебраическая сумма токов в точке разветвления a равна нулю:

$$I_1 - I_3 - I_5 = 0. \quad (1)$$

Следовательно, чтобы определить силу тока I_5 , текущего через амперметр A_2 , достаточно знать токи I_1 и I_3 .

Токи I_1 и I_2 , текущие по резисторам R_1 и R_2 , обратно пропорциональны значениям сопротивлений этих резисторов:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = 4.$$

$$\text{Но } I_1 + I_2 = I = 5 \text{ А}.$$

* При тиражировании заданий была допущена опечатка. В задании было указано «Какой ток течет через амперметр A_1 , если через амперметр A_2 течет ток 5 А?» В такой формулировке задача не имеет решения. При этом доказательство отсутствия решения является очень трудоемким. В связи с этим оргкомитетом олимпиады принято решение снять задачу 9.5 с проверки и оценивать решения участников-девятиклассников из максимума в 40 баллов – 4 задачи по 10 баллов каждая (а не 50 баллов – 5 задач по 10 баллов каждая). Оргкомитет олимпиады приносит участникам свои извинения.

Отсюда $I_1 = 4A$.

Аналогично можно записать:

$$\frac{I_3}{I_4} = \frac{R_4}{R_3}, \quad I_3 + I_4 = I.$$

Если $R_3=2 \text{ Ом}$ и $R_4=3 \text{ Ом}$, то $\frac{I_3}{I_4} = \frac{3}{2}$, $I_3 + I_4 = I = 5A$,

откуда $I_3 = 3A$.

Тогда из равенства (1) находим:

$$I_5 = I_1 - I_3 = 1A.$$

Если же $R_3=3 \text{ Ом}$ и $R_4=2 \text{ Ом}$, то

$$I_3 = 2A, \quad I_5 = 2A.$$

Таким образом, возможны два значения для силы тока, текущего через амперметр $A2$.

Ответ: $I_5 = 1A$ или $I_5 = 2A$.