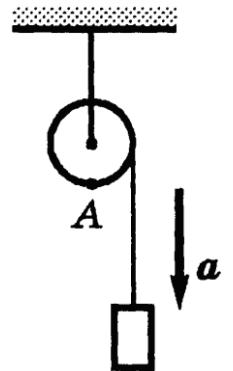


9 класс

9.1 На шкив радиусом $R = 20 \text{ см}$ намотана нить, к которой подвешен груз (см. рисунок). Груз отпускают без начальной скорости, и он опускается с постоянным ускорением $a = 2 \text{ см}/\text{с}^2$. Какова угловая скорость ω шкива в тот момент, когда груз прошел путь $S = 1 \text{ м}$? Найдите также ускорение a_A точки A в этот момент.



Решение

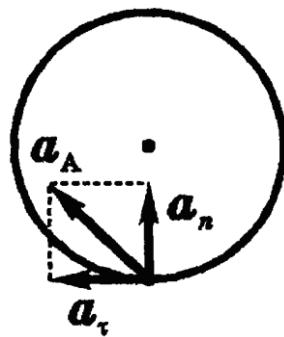
Скорость в момент времени, когда груз прошел с ускорением \vec{a} путь S , равна

$$V = \sqrt{2aS}.$$

Угловая скорость шкива в этот момент

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{\sqrt{2aS}}{R} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,02 \cdot 1}}{0,2} = 1 \text{ рад}/\text{с}.$$

Ускорение точки A складывается из тангенциального (касательного) ускорения a_τ , направленного по касательной к траектории точки и равного по модулю a , и нормального a_n (центробежного) ускорения, направленного к оси вращения (см. рисунок).



Нормальное ускорение равно

$$a_n = \frac{V^2}{R}.$$

Тогда

$$a_A = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{(\sqrt{2aS})^2}{R}\right)^2 + a^2} = a \sqrt{\frac{4S^2}{R^2} + 1} = 0,02 \sqrt{\frac{4 \cdot 1^2}{0,2^2} + 1} = 0,2 \text{ м}/\text{с}^2.$$

Ответ: $\omega = 1 \text{ рад}/\text{с}$, $a_A = 0,2 \text{ м}/\text{с}^2$.

9.2 Санки толкнули вверх по ледяной горке, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Санки въехали на некоторую высоту и съехали обратно. Время спуска t_c в $n = 1,2$ раза превышает время подъема t_n . Чему равен коэффициент трения?

Решение

При подъеме санок вверх по склону скорость будет уменьшаться по закону

$$V_n = V_0 - at,$$

а пройденный по склону до остановки путь будет равен

$$S = \frac{a_n t_n^2}{2}.$$

При этом из второго закона Ньютона следует, что ускорение будет равно

$$a_n = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha).$$

При спуске путь останется прежним, но будет равен

$$S = \frac{a_c t_c^2}{2},$$

а ускорение будет равно

$$a_c = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Приравнивая выражения для пути с учетом условия $t_c = nt_n$ и выражая μ , получим

$$\mu = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \operatorname{tg} \alpha = 0,1.$$

Ответ: $\mu = 0,1$.

9.3 Двое путников идут один за другим вдоль железнодорожного полотна. Поезд нагоняет человека, идущего сзади, и проходит мимо него за 10 секунд. 20 минут спустя поезд догоняет второго путника и проходит мимо него за 9 секунд.

Через сколько времени после того, как поезд перегнал второго путника, первый пешеход догонит второго? Все скорости считайте постоянными.

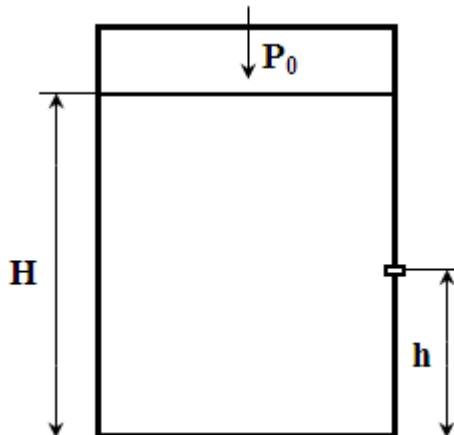
Решение

Предположим, что поезд неподвижен, а путники движутся мимо него. Тогда второй путник промчится мимо поезда за 9 секунд, а первый – за 10 секунд. Иначе говоря, за каждые 9 секунд движения второй путник выигрывает у первого 1 секунду. Из условия задачи следует, второй путник миновал поезд через 20 минут 9 секунд (или 1209 секунд) после первого. Следовательно, чтобы догнать первого, он должен затратить времени в 9 раз больше: $1209 \times 9 = 10881$ секунду (3 часа 1 минуту 21 секунду).

Ответ: через 10881 секунду (3 часа 1 минуту 21 секунду).

9.4 В цистерне на высоте $h = 1\text{ м}$ от дна находится отверстие площадью $S = 0,2\text{ см}^2$. Отверстие заткнули пробкой. До какой высоты H можно наливать воду в эту цистерну, если пробка удерживается силой трения $F = 4H$? Плотность воды $\rho = 1000\text{ кг/м}^3$, атмосферное давление $P_0 = 10^5\text{ Па}$.

Решение



Давление воды на глубине h будет складываться из атмосферного давления P_0 и давления P' столба воды. Давление P' равно

$$P' = \rho g(H - h).$$

Тогда сила давления будет равна

$$F_\partial = PS = (P_0 + P')S = (P_0 + \rho g(H - h))S.$$

Пробка будет удерживаться в стенке, пока сила трения будет больше силы давления. В предельном случае получим

$$F_{mp} = F_\partial = (P_0 + \rho g(H - h))S.$$

Откуда

$$H = \frac{\frac{F_{mp}}{S} - P_0}{\rho g} + h = \frac{\frac{4}{2 \cdot 10^{-5}} - 10^5}{10^3 \cdot 10} + 1 = 11(m).$$

Ответ: $H = 11\text{ м.}$

9.5 Человек прыгает в воду с высоты $h = 10\text{ м.}$ На какую глубину H он бы при этом погрузился, если бы силы сопротивления воздуха и воды исчезли? Масса человека $m = 60\text{ кг}$, объем его тела $V = 66\text{ л.}$

Решение

Суммарная работа всех приложенных к телу сил равна изменению его кинетической энергии. В данном случае и в верхней, и в нижней точках траектории кинетическая энергия человека равна нулю, поэтому

$$mgh - (F_A - mg)H = 0,$$

где F_A – сила Архимеда.

Она равна

$$F_A = \rho g V.$$

Отсюда

$$H = \frac{m}{\rho V - m} h = \frac{60}{10^3 \cdot 66 \cdot 10^{-3} - 60} \cdot 10 = 100(m)$$

Ответ: $H = 100\text{ м.}$