

9 класс

Задача №1. Брошенное вертикально вверх тело поднялось на максимальную высоту H . На какой высоте h от поверхности земли скорость тела уменьшилась вдвое по сравнению с первоначальной.

Решение

Из законов равноускоренного движения следует.

Скорость в момент времени t :

$$V = V_0 - gt,$$

время, прошедшее с момента броска:

$$t = \frac{V_0 - V}{g},$$

высота, на которой находится тело в момент времени t :

$$H = V_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Преобразуя, получим:

$$H = \frac{V^2 - V_0^2}{2g}.$$

Из закона сохранения энергии следует:

$$V_0^2 = 2gH.$$

Тогда, высота, на которой скорость тела уменьшится вдвое:

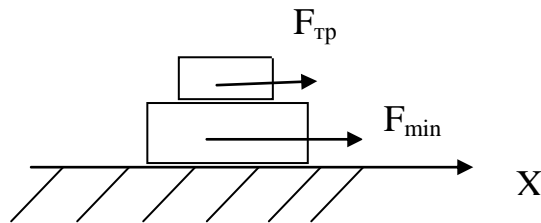
$$h = \left| \frac{\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 - V_0^2}{2g} \right| = \frac{3}{4} \frac{V_0^2}{2g} = \frac{3}{4} H.$$

Ответ: $\frac{3}{4} H$.

Задача №2. Брусок массой $m_2=5$ кг лежит на горизонтальной плоскости. На нём находится другой брусок массой $m_1=1$ кг. Коэффициент трения между брусками, нижним бруском и горизонтальной плоскостью $f=0.3$. Определить минимальное значение силы F_{\min} , приложенной к нижнему бруску, при которой начнётся соскальзывание верхнего бруска.

Решение

См. рисунок.



При малых значениях сила F вызывает совместное ускоренное движение обоих грузов

$$\vec{F} = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

Верхний брусок увлекается вправо силой трения покоя, максимальное значение которой

$$\vec{F}_{mp} = m_1 \mu \vec{g}.$$

Эта сила обеспечит максимальное ускорение верхнего тела

$$\mu m_1 g = m_1 a_1$$

$$a_1 = \mu g$$

До тех пор пока нижний брусок будет двигаться с ускорением меньшим a_1 , верхний будет покоиться на нем. Рассмотрим силы, действующие на нижний брусок: это его сила тяжести, вес верхнего бруска, две силы трения и **сила F** . В проекциях на горизонтальную ось второй закон Ньютона для нижнего бруска будет иметь вид:

$$F - F_{TP_1} - F_{TP_2} = m_2 a_1$$

$$F - \mu m_1 g - \mu (m_1 + m_2) g = m_2 a_1$$

$$F = \mu (m_1 + m_2) g + \mu m_1 g + m_2 a_1, \text{ подставив}$$

вместо $a_1 - \mu g$ получим:

$$F = \mu (m_1 + m_2) g + (m_1 + m_2) \mu g$$

$$F = 2\mu (m_1 + m_2) g$$

верхний брусок будет находиться в покое, но когда F превысит это значение, брусок начнет соскальзывать влево.

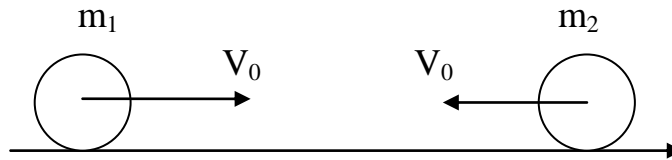
Тогда искомая сила F равна:

$$F = 2(m_1 + m_2) \mu g, F = 35,4 \text{ Н}$$

Ответ: $F = 35,4 \text{ Н}$.

Задача №3. Два шара массами $m_1 = 2m$ и $m_2 = m$ движутся на встречу друг другу с одинаковыми скоростями $V_1 = V_0$ и $V_2 = V_0$. Определить скорости шаров после их абсолютно упругого, центрального удара.

Решение



Выберем ось X и условимся считать, что после удара шары будут двигаться вправо со скоростями U_1 и U_2 .

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$$

В проекциях на ось X , т.к. удар центральный, то скорости шаров до и после удара будут направлены вдоль оси OX

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2',$$

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2,$$

$$2m V_0 - m V_0 = 2m U_1 + m U_2,$$

$$m V_0 = m(2U_1 + U_2).$$

$V_0 = 2U_1 + U_2$ – уравнение одно, а неизвестных – два: U_1 и U_2 . Нужно еще одно уравнение.

Его получим из закона сохранения энергии, т.к. удар абсолютно упругий, то кинетическая энергия двух шаров до удара, равна их кинетической энергии после удара.

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2},$$

$$2m V_0^2 + m V_0^2 = 2m U_1^2 + m U_2^2,$$

$$3m V_0^2 = m(2U_1^2 + U_2^2),$$

$$\begin{cases} V_0 = 2U_1 + U_2 \\ 3V_0^2 = 2U_1^2 + U_2^2. \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения U_2 и подставим его во второе

$$U_2 = V_0 - 2U_1,$$

$$3V_0^2 = 2U_1^2 + (V_0 - 2U_1)^2 = 2U_1^2 + V_0^2 - 4V_0 U_1 + 4U_1^2,$$

$$3V_0^2 - 6U_1^2 - V_0^2 + 4V_0 U_1 = 0,$$

$$\begin{aligned}
2V_0^2 - 6U_1^2 + 4V_0U_1 &= 0, \\
3U_1^2 - 2V_0U_1 - V_0 &= 0, \\
U_1 &= \frac{2V_0 \pm \sqrt{4V_0^2 - 4 \cdot 3(-V_0^2)}}{6} = \frac{2V_0 \pm 16V_0^2}{6}, \\
U_{11} &= \frac{2V_0 + 4V_0}{6} = V_0, \\
U_{12} &= \frac{2V_0 - 4V_0}{6} = -\frac{V_0}{3}.
\end{aligned}$$

Нужно проанализировать полученные решения уравнения, оба ли они подходят по физическому смыслу задачи.

$U_1 = V_0$ – это значит, что после встречного удара первый шар продолжает движение с прежней скоростью. Опыт показывает, что такого не может быть. По крайней мере, скорость должна изменяться. Поэтому $U_1 = V_0$ не подходит. $U_1 = -\frac{V_0}{3}$ – означает, что шар после удара движется не вправо,

как мы предположили, а влево. Подставим значение $U_1 = -\frac{V_0}{3}$ в уравнение

$$U_2 = V_0 - 2U_1 = V_0 + \frac{2V_0}{3} = \frac{5V_0}{3}.$$

Итак, мы нашли единственное решение:

$$U_1 = -\frac{V_0}{3}, U_2 = \frac{5V_0}{3}.$$

Ответ: $U_1 = -\frac{V_0}{3}, U_2 = \frac{5V_0}{3}.$

Задача №4. За 20 секунд мимо наблюдателя прошло 9 гребней волны. Чему равен период колебаний частицы в волне?

Решение

Между девятью гребнями располагается восемь длин волн. Тогда скорость распространения волны

$$V = \frac{L}{t} = \frac{8\lambda}{t}$$

А период колебаний это

$$T = \frac{\lambda}{V} = \frac{\lambda t}{8\lambda} = \frac{t}{8} = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ с.}$$

Ответ: 2,5 с.

Задача №5. Два маленьких металлических шарика с одинаковыми зарядами 6мКл. Шарики привели в соприкосновение и развели на прежнее расстояние. Как изменилась сила взаимодействия шариков, если радиус одного из них вдвое больше радиуса другого?

Решение

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{kq_1'q_2'}{r^2}}{\frac{kq_1q_2}{r^2}} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2}.$$

После соприкосновения равные заряды на шариках перераспределятся:

$$\varphi_1' = \varphi_2' \Rightarrow \frac{kq_1'}{r_1} = \frac{kq_2'}{r_2} \Rightarrow \frac{q_1'}{r_1} = \frac{q_2'}{2r_1} \Rightarrow q_2' = 2q_1'$$

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' = q_1' + 2q_1' = 3q_1' = 12 \text{ мКл};$$

$$q_1' = 4 \text{ мКл}; \quad q_2' = 8 \text{ мКл}.$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{F_2}{F_1} = \frac{8}{9}.$$