

9 класс

9.1 В последнюю секунду свободного падения тело прошло половину своего пути. С какой высоты H и какое время t падало тело?

Решение

Пусть полное время падения тела t . Тогда

$$H = \frac{gt^2}{2}.$$

Из условия задачи следует

$$\frac{H}{2} = \frac{g(t-1)^2}{2}.$$

Отсюда

$$\frac{t^2}{2} = (t-1)^2.$$

Решая квадратное уравнение, получим

$$t = 3,4\text{с}.$$

Тогда

$$H = 57\text{м}.$$

Ответ: $t = 3,4\text{с}$. $H = 57\text{м}$.

9.2 На гладком столе лежат два бруска (см. рисунок) с массами $m_1 = 400\text{ г}$ и $m_2 = 600\text{ г}$. К одному из них приложена горизонтальная сила $F = 2\text{ Н}$. Определите силу T натяжения нити, если сила приложена: а) к первому бруску; б) ко второму бруску.



Решение

1. По второму закону Ньютона для первого бруска получим:

$$m_1 a = F - T,$$

где T – сила натяжения нити между брусками.

Для второго бруска

$$m_2 a = T.$$

Тогда

$$m_1 a = F - m_2 a.$$

Отсюда

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

и

$$T = m_2 a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F.$$

2. Рассуждая аналогично в случае, когда сила F приложена ко второму бруску, получим:

$$T = m_1 a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F.$$

Ответ: а) $T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$; б) $T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$.

9.3 Спутник движется по круговой орбите на высоте h от поверхности Земли. Выразите скорость спутника v и период его обращения T через высоту h , радиус Земли R и ускорение свободного падения g .

Решение

По закону всемирного тяготения

$$F = G \frac{M_3 m}{(R + h)^2}.$$

Эта сила сообщает спутнику центростремительное ускорение. По второму закону Ньютона она равна

$$F = m a_{\text{цс}} = \frac{m V^2}{R + h}.$$

Приравнявая, получим

$$V = \sqrt{\frac{GM_3}{R + h}}.$$

Ускорение свободного падения равно

$$g = \frac{GM_3}{R^2}.$$

Подставляя, получим

$$V = \sqrt{\frac{GM_3}{R + h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R + h}} = R \sqrt{\frac{g}{R + h}}.$$

Период обращения равен

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{V} = \frac{2\pi(R+h)}{R} \sqrt{\frac{R+h}{g}}.$$

Ответ: $v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}, T = \frac{2\pi(R+h)}{R} \sqrt{\frac{R+h}{g}}.$

9.4 На сколько сместится неподвижная лодка массой $M = 280$ кг, если человек массой $m = 70$ кг перейдет с ее носа на корму? Расстояние от носа до кормы $l = 5$ м, сопротивление воды пренебрежимо мало.

Решение

Систему человек-лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать, как замкнутую. Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы. Поэтому можно считать, что при перемещении человека по лодке, центр масс системы не изменит своего положения.

Пусть центр масс системы человек-лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 лодки (см. рисунок), а после перемещения лодки – через другую ее точку C_2 . Так как эта вертикаль неподвижна, то искомое перемещение S лодки равно перемещению лодки относительно вертикали. Из рисунка видно, что в начальный момент времени центр масс O лодки находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, а после перехода человека – на расстоянии a_2 справа от вертикали. Следовательно

$$S = a_1 + a_2.$$

Для определения a_1 и a_2 воспользуемся тем, что результирующий момент сил, действующих на систему, относительно горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси лодки, равен нулю.

Для начального положения

$$Mga_1 = mg(l - a_1),$$

откуда

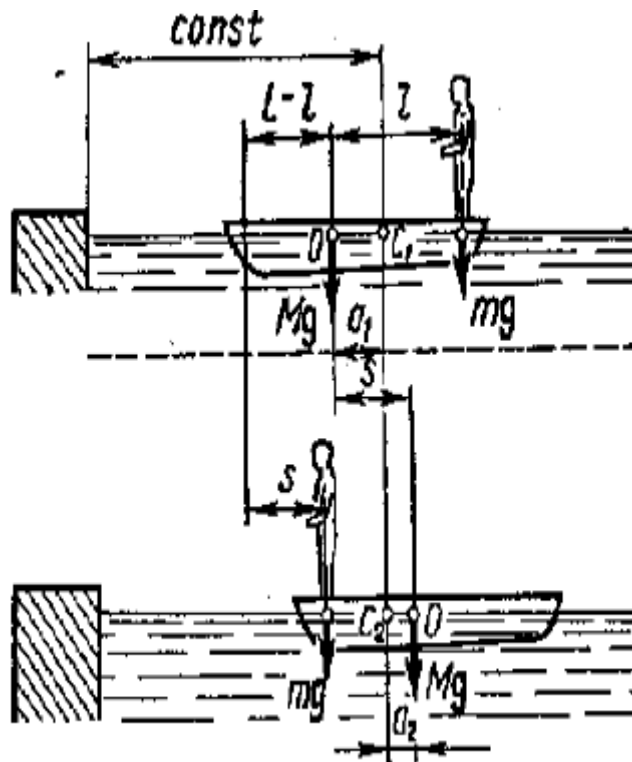
$$a_1 = \frac{ml}{M + m}.$$

После перемещения

$$Mga_2 = mg(L - a_2 - l),$$

откуда

$$a_2 = \frac{m(L - l)}{M + m}.$$



Отсюда

$$S = \frac{ml}{M+m} + \frac{m(L-l)}{M+m} = \frac{mL}{M+m} = 1(m).$$

Ответ: 1 м.

9.5 Горизонтальный цилиндрический сосуд разделен на две части тонким металлическим поршнем. Одна часть сосуда содержит кислород, другая – такое же по массе количество водорода. Каково равновесное положение поршня, если длина сосуда $l = 50$ см?

Решение

В равновесии давление p и температура T (а также, по условию, и масса m) обоих газов должны быть одинаковыми.

Запишем для каждого из газов уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV_{\kappa} = \frac{m}{\mu_{\kappa}} RT, \quad pV_{\text{в}} = \frac{m}{\mu_{\text{в}}} RT.$$

Отсюда отношение объемов газов равно обратному отношению их молярных масс:

$$\frac{V_{\text{в}}}{V_{\kappa}} = \frac{\mu_{\kappa}}{\mu_{\text{в}}}.$$

Если обозначить через x длину части сосуда, занятой кислородом, то

$$\frac{V_{\text{г}}}{V_{\text{к}}} = \frac{l-x}{x}.$$

Отсюда

$$x = l \frac{\mu_{\text{г}}}{\mu_{\text{г}} + \mu_{\text{к}}} = 2,9(\text{см}).$$

Ответ: 2,9 см.