

8 класс

Задача 1.* В U–образную трубку налили ртуть. Затем в правое колено добавили масло, а в левое – воду. В результате оказалось, что верхние уровни воды и масла совпадают, а нижние – отличаются на $\Delta H = 4 \text{ мм}$. Какой столб выше: воды или масла? Вычислите высоту столба масла. Плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \text{ г/см}^3$, плотность масла $\rho_m = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение

Пусть h_m и h_b – высоты столбов масла и воды соответственно, а h_0 – высота одного колена. Давление на дне трубы в обоих коленах одинаково:

$$\rho_m gh_m + \rho_{pm} g(h_0 - h_m) = \rho_b gh_b + \rho_{pm} g(h_0 - h_b).$$

Разделим обе части на g :

$$\rho_m h_m + \rho_{pm} (h_0 - h_m) = \rho_b h_b + \rho_{pm} (h_0 - h_b).$$

Выполним преобразования. Раскроем скобки:

$$\rho_m h_m + \rho_{pm} h_0 - \rho_{pm} h_m = \rho_b h_b + \rho_{pm} h_0 - \rho_{pm} h_b.$$

Упрощая, получим:

$$\rho_m h_m - \rho_{pm} h_m = \rho_b h_b - \rho_{pm} h_b.$$

Далее выполним следующее преобразование. Вычтем из обоих частей равенства $\rho_b h_m$:

$$\begin{aligned}\rho_m h_m - \rho_{pm} h_m - \rho_b h_m &= \rho_b h_b - \rho_{pm} h_b - \rho_b h_m, \\ \rho_m h_m - \rho_b h_m &= \rho_b h_b - \rho_{pm} h_b - \rho_b h_m + \rho_{pm} h_m, \\ h_m (\rho_m - \rho_b) &= (\rho_b - \rho_{pm}) (h_b - h_m).\end{aligned}$$

Умножим обе части получившегося равенства на (-1):

$$h_m (\rho_b - \rho_m) = (\rho_{pm} - \rho_b) (h_b - h_m).$$

Так как $h_m > 0$, а $\rho_m < \rho_b < \rho_{pm}$, то $\Delta H = h_b - h_m > 0$, т.е. столб воды выше.

Теперь найдем высоту столба масла:

$$h_m = \frac{\rho_{pm} - \rho_b}{\rho_b - \rho_m} \Delta H = 50,4 \text{ см.}$$

Ответ: 50,4 см.

* При тиражировании заданий была допущена опечатка. В задаче 1 было указано «...плотность воды $\rho_w = 900 \text{ кг/м}^3$ ». Очевидно, что плотность воды составляет 1000 кг/м^3 . Оргкомитет олимпиады приносит участникам свои извинения.

Задача 2. Длинный поезд едет со скоростью v_0 . По соседним путям его обгоняет электричка, скорость которой $v = 72 \text{ км/ч}$. Машинист электрички заметил, что он проехал мимо поезда за $t_1 = 100 \text{ с}$. На обратном пути электричка и поезд вновь встретились. На этот раз по часам машиниста оказалось, что время прохождения электрички мимо поезда равно $t_2 = 20 \text{ с}$. Какова скорость v_0 поезда?

Решение

Пусть l – длина длинного поезда. Именно на такое расстояние смещается электричка относительно поезда, когда проходит мимо него.

В первом случае поезд и электричка едут в одном направлении, то есть:

$$l = t_1 v_{\text{отн}1} = t_1(v - v_0),$$

где $v_{\text{отн}1}$ – скорость электрички относительно поезда в первом случае.

Во втором случае поезд и электричка едут в разных направлениях, то есть:

$$l = t_2 v_{\text{отн}2} = t_2(v + v_0),$$

где $v_{\text{отн}2}$ – скорость электрички относительно поезда во втором случае.

Приравнивая полученные выражения для l и выражая v_0 , находим:

$$v_0 = v \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} = 48 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 48 км/ч.

Задача 3. В сосуде с водой плавает кусок льда массы $m = 0,5 \text{ кг}$. Система находится в тепловом равновесии. Сколько тёплой воды при температуре $t = 30^{\circ}\text{C}$ нужно добавить в сосуд, чтобы объём выступающей из воды части льда уменьшился в $n = 2,4$ раза? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоёмкость воды $c_w = 4,2 \text{ кДж/(кг }^{\circ}\text{C)}$.

Решение

Пусть в воде плавает кусок льда массы m , при этом над водой находится часть его объема V . Тогда объемы куска льда и его погруженной части соответственно равны:

$$V_0 = \frac{m}{\rho_l}, \quad V_{\text{погр}} = V_0 - V.$$

В состоянии равновесия сила Архимеда, действующая на погруженную часть льда, уравновешивает силу тяжести:

$$\rho_w V_{\text{погр}} g = mg,$$

откуда, выполнив преобразования, получим:

$$\frac{\rho_w}{\rho_l} m - \rho_w V = m.$$

Окончательно получаем:

$$V = \frac{\rho_e - \rho_l}{\rho_e \rho_l} m.$$

Как видно, уменьшение в n раз объема выступающей части соответствует уменьшению массы льда во столько же раз.

Предположим, что m_e – искомая масса подлитой воды. Заметим, что после установления равновесия в сосуде еще остается лед. Это значит, что подлитая вода остывает до температуры льда $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Из условия теплового баланса:

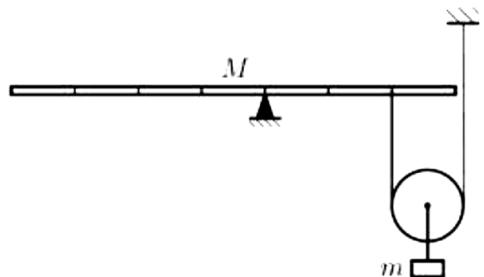
$$(m - m/n)\lambda = m_e c_e (t - t_0).$$

Отсюда выражим m_e :

$$m_e = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{m\lambda}{c_e(t-t_0)} \approx 0,76 \text{ кг.}$$

Ответ: 0,76 кг.

Задача 4. При какой массе груза m , закреплённого на блоке, возможно равновесие однородного рычага массы M , изображённого на рисунке? Штрихами рычаг делится на 7 равных фрагментов. Весом блока можно пренебречь.



Решение

По условию система находится в равновесии. Применим правило моментов для рычага относительно опоры:

$$2TL = MgL/2, \quad (1)$$

где L – длина одного фрагмента рычага.

Условие равновесия груза:

$$mg = 2T. \quad (2)$$

Подставляя из (2) выражение для $2T$ в (1), получаем, что $m = M/2$.

Ответ: $m = M/2$.