

8 класс

8.1 Тело начинает свободно падать с высоты $H = 45\text{м}$. В тот же момент из точки, расположенной на высоте $h = 24\text{м}$, бросают другое тело вертикально вверх. Оба тела падают на землю одновременно. Найдите начальную скорость V_0 второго тела, приняв $g = 10\text{ м/с}^2$.

Решение

Координата Y для первого тела изменяется по закону

$$y = H - \frac{gt^2}{2}.$$

Для второго тела

$$y = h + V_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент удара о землю $y = 0$, поэтому

$$H = \frac{gt_n^2}{2},$$

$$h = \frac{gt_n^2}{2} - V_0 t_n,$$

где $t_n = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ – время полета тел.

Подставляя первое равенство во второе, получаем

$$h = \frac{gt_n^2}{2} - V_0 t_n = H - V_0 t_n = H - V_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Откуда

$$V_0 = \sqrt{\frac{g}{2H}(H-h)} = 7\text{ м/с}.$$

Ответ: $V_0 = 7\text{ м/с}$.

8.2 Снаряд вылетает из пушки с начальной скоростью $V_0 = 1000\text{ м/с}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Какое время t снаряд находится в воздухе? На какую высоту H поднимается? На каком расстоянии L от пушки он упадет на землю?

Решение

Найдем проекции вектора начальной скорости на координатные оси.

$$V_{ox} = V_0 \cos \alpha,$$

$$V_{oy} = V_0 \sin \alpha.$$

Движение вверх под углом к горизонту представляет собой комбинацию двух движений: равномерного со скоростью V_{ox} по горизонтали и равноускоренного с начальной скоростью V_{oy} и ускорением свободного падения g по вертикали.

Запишем уравнения движения.

$$x = V_{ox} t = V_0 t \cos \alpha,$$

$$y = V_{oy} t - \frac{gt^2}{2} = V_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Вертикальная скорость снаряда изменяется по закону

$$V_y = V_{0y} - gt = V_0 \sin \alpha - gt.$$

Когда снаряд поднимется на максимальную высоту H , вертикальная скорость будет равна

$$V_y = 0 = V_0 \sin \alpha - gt_{nod},$$

где $t_{nod} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$ – время подъема на максимальную высоту.

По законам симметрии получаем, что время всего полета равно

$$t = 2t_{nod} = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot \sin 30^\circ}{9,81} = 102 \text{ с.}$$

Тогда максимальная высота подъема буде равна

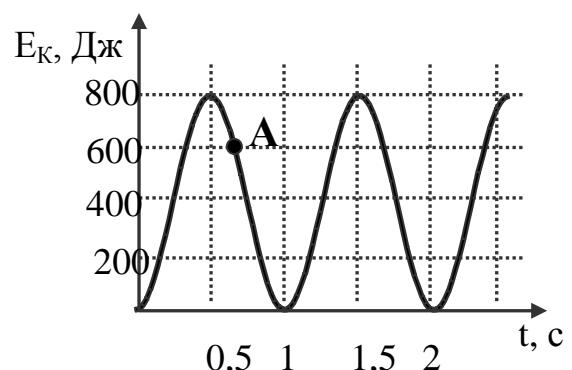
$$H = V_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{1000^2 \cdot (\sin 30^\circ)^2}{2 \cdot 9,81} = 12742 \text{ м.}$$

Дальность полета равна

$$L = V_0 t \cos \alpha = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{1000^2 \cdot \sin 60^\circ}{9,81} = 88280 \text{ м.}$$

Ответ: $t = 102 \text{ с.}$, $H = 12742 \text{ м.}$, $L = 88280 \text{ м.}$

8.3 На рисунке представлен график изменения со временем кинетической энергии мальчика, качающегося на качелях. В момент, обозначенный на графике точкой A , он находился на высоте $h = 80 \text{ см}$ над землей. Какова масса мальчика?



Решение

По закону сохранения энергии полная механическая энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий и не изменяется с течением времени. Поэтому в тот момент времени, когда одна из составляющих (например, кинетическая энергия) максимальна, вторая будет равна нулю. Отсюда следует, что полная механическая энергия равна максимальной кинетической или максимальной потенциальной.

Из графика видно, что максимальная кинетическая энергия мальчика равна 800 Дж. Поэтому полная энергия также равна 800 Дж. В точке *A* кинетическая энергия равна 600 Дж. Отсюда следует, что потенциальная энергия мальчика в точке *A* равна 200 Дж. А потенциальная энергия, по определению,

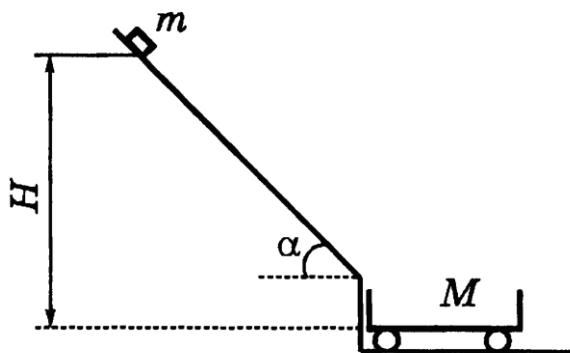
$$E_p = mgh.$$

Отсюда

$$m = \frac{E_p}{gh} = \frac{200}{9,81 \cdot 0,8} = 25 \text{ кг.}$$

Ответ: $m = 25 \text{ кг.}$

8.4 Какую скорость V приобретет тележка массой M (см. рисунок), если в нее соскользнет с ледяного холма камень массой m ? Трением пренебречь.



Решение

По закону сохранения энергии при движении камня вниз по холму его потенциальная энергия переходит в кинетическую. Поэтому

$$mgH = \frac{mU^2}{2},$$

где U – скорость камня в момент падения на тележку.
Отсюда

$$U = \sqrt{2gH}.$$

По закону сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось
 $mU \cos\alpha = (M+m)V$,

где V – скорость тележки с камнем после падения.
Отсюда

$$V = \frac{mU \cos\alpha}{M+m} = \frac{m\sqrt{2gH} \cos\alpha}{M+m}.$$

Ответ: $V = \frac{m\sqrt{2gH} \cos\alpha}{M+m}$.