8 класс

8.1 Знаменитый барон Мюнхгаузен рассказывал:

«Недавно я разминался, бегая вдоль железной дороги. Навстречу мне промчались два поезда – один через t = 6 *мин* после другого. Я знал, что оба они идут со скоростью u = 60 *км/ч*, причем второй поезд отправился со станции через τ = 10 *мин* после первого. Я тут же достал блокнот и ручку и прямо на бегу вычислил по этим данным свою скорость v. Если и вы сможете ее определить, то увидите, что я неплохо бегаю!»

Решение

Представим себя на месте пассажира одного из поездов (т.е. перейдем в его систему отсчета). С точки зрения этого пассажира оба поезда стоят на месте на расстоянии $S = u\tau$ друг от друга, а барон бежит со скоростью $u + v$, преодолевая расстояние S за время t.

Значит $u\tau = (u + v)t$,

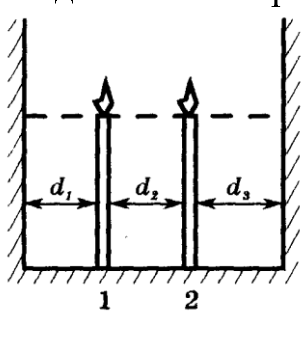
откуда

$$v = u\frac{\tau - t}{t} = 40 \text{ (км/ч).}$$

Ответ: 40 км/ч.

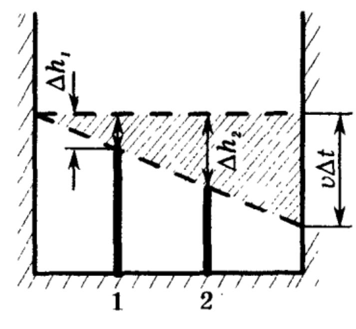
8.2 Знаменитый барон Мюнхгаузен рассказывал:

«Записывая свои воспоминания, я засиделся до поздней ночи при свечах. Обе свечи одинаковой длины l я зажег одновременно и поставил, как показано на рисунке. Скоро я заметил, что тень первой свечи на левой стене неподвижна, а тень второй свечи на правой стене укорачивается со скоростью v. Я тут же определил, когда я останусь при одной свече и когда – в полной темноте. Попробуйте и вы ответить на эти вопросы».



Решение

Пусть за время Δt длина первой свечи уменьшилась на Δh_1, а второй – на Δh_2 (см. рисунок).



Тень на правой стене опустилась за это время на $V{\cdot}\Delta t$. Заштрихованная на рисунке фигура содержит три подобных треугольника. Из их подобия следует:

$$\frac{\Delta h_1}{d_1} = \frac{\Delta h_2}{d_1 + d_2} = \frac{v \cdot \Delta t}{d_1 + d_2 + d_3}.$$

Отсюда находим скорость укорачивания каждой из свечей:

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta t} = v \cdot \frac{d_1}{d_1 + d_2 + d_3}, \frac{\Delta h_2}{\Delta t} = v \cdot \frac{d_1 + d_2}{d_1 + d_2 + d_3}.$$

Время полного сгорания каждой из свечей:

$$t_1 = \frac{l \cdot \Delta t}{\Delta h_1} = \frac{l(d_1 + d_2 + d_3)}{v d_1}; \; t_2 = \frac{l \cdot \Delta t}{\Delta h_2} = \frac{l(d_1 + d_2 + d_3)}{v(d_1 + d_2)}.$$

Отсюда получаем, что $t_2 > t_1$, поэтому первой сгорит правая свеча.

Ответ: $t_1 = \frac{l \cdot \Delta t}{\Delta h_1} = \frac{l(d_1 + d_2 + d_3)}{v d_1}; \; t_2 = \frac{l \cdot \Delta t}{\Delta h_2} = \frac{l(d_1 + d_2 + d_3)}{v(d_1 + d_2)}.$

8.3 Идет отвесный дождь. Скорость капель u. По асфальту со скоростью v катится мяч. Другой такой же мяч лежит неподвижно. На какой мяч попадает больше капель? Во сколько раз?

Решение

На неподвижный мяч за время t падают все те капли, которые находятся в цилиндре высотой ut и площадью основания S_1, равной площади центрального сечения мяча, перпендикулярного u. То есть в первом случае

$$N_1 = utS_1.$$

Во втором случае свяжем систему отсчета с катящимся мячом, тогда капли падают на него со скоростью

$$u_1 = \sqrt{u^2 + v^2}.$$

и

$$N_2 = u_1 t S_2,$$

где S_2 равна площади центрального сечения мяча, перпендикулярного u_1. для мяча-шара $S_1 = S_2 = S$ и тогда

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} \text{ раз.}$$

Ответ: больше капель падает на катящийся мяч. $\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}}$ раз.

8.4 Против течения мы плывем медленнее, чем в стоячей воде; зато по течению – быстрее. Возникает вопрос: где удастся скорее проплыть одно и то же расстояние *туда и обратно* – в реке или в озере?

Решение

Пусть расстояние S в стоячей воде мы проплываем со скоростью v, а скорость течения реки равна u. Тогда, чтобы проплыть туда и обратно по озеру потребуется время

$$t_1 = \frac{2S}{v}.$$

По течению реки мы движемся со скоростью $(v + u)$, против течения со скоростью – $(v – u)$. Поэтому, проплыв туда и обратно по реке, мы затратим время

$$t_2 = \frac{s}{v+u} + \frac{s}{v-u} = \frac{2sv}{v^2 - u^2}.$$

Очевидно, что отношение

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{v^2}{v^2 - u^2}.$$

превышает единицу, т.е. $t_2 > t_1$.

Таким образом, для движения по реке времени потребуется больше.

Ответ: для движения по реке времени потребуется больше.