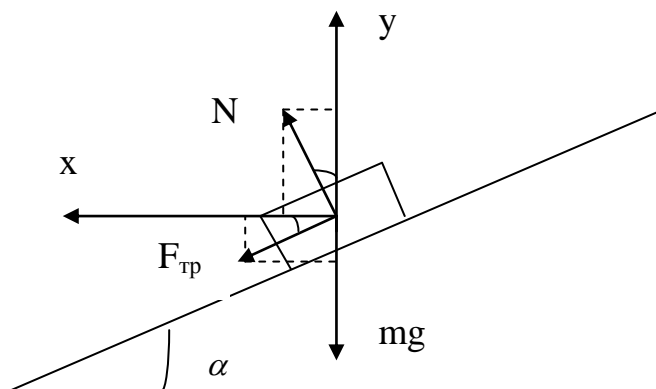


11 класс

Задача 1. Автомобиль движется равномерно по кольцевой дороге, внешний край которой выше внутреннего, так что профиль дороги образует угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. На сколько процентов предельная скорость автомобиля на такой дороге будет больше чем на горизонтальной. Радиус обеих кольцевых дорог одинаков, а коэффициент трения равен **0.72**.

Решение

См. рисунок.



$$\begin{cases} F_{mp} \cos \alpha + N \sin \alpha = m \frac{V^2}{R}, \\ N \cos \alpha - F_{mp} \sin \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu N \cos \alpha + N \sin \alpha = m \frac{V^2}{R}, \\ N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha = mg. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = m \frac{V^2}{R}, \\ N(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = mg. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{Rg} = \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \Rightarrow V = \sqrt{Rg \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}} = \sqrt{Rg \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}}.$$

$$\text{Для } \alpha = 0 \Rightarrow V_1 = \sqrt{Rg \frac{\mu + \operatorname{tg} 0}{1 - \mu \operatorname{tg} 0}} = \sqrt{\mu Rg}.$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{Rg \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}}}{\sqrt{\mu Rg}} = \sqrt{\frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{\mu(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)}} = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha / \mu}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}}.$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha / \mu}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 0,72}}{1 - \frac{0,72}{\sqrt{3}}}} = 1,76 \Rightarrow 76\%.$$

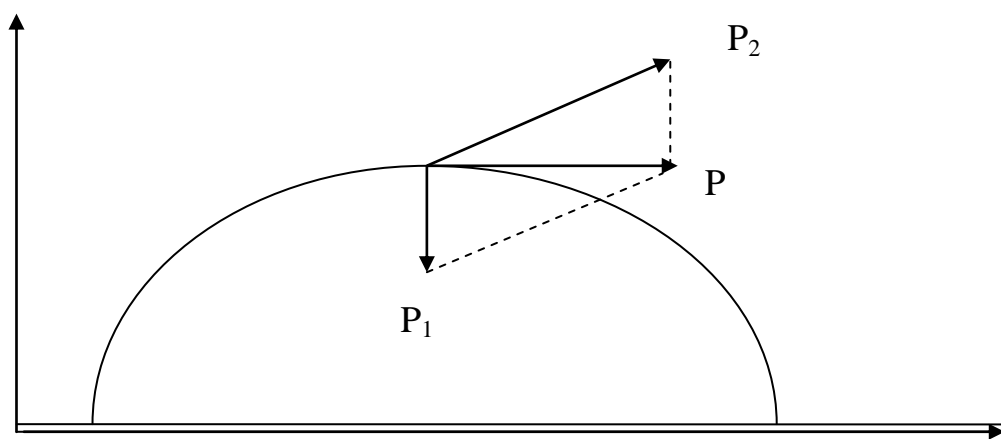
Ответ: 76%.

Задача 2. Граната массой **1 кг**, брошенная под углом **45°** к горизонту со скоростью **20 м/с** в верхней точке своей траектории разрывается на два осколка одинаковой массы. Один из осколков полетел вертикально вниз со скоростью равной скорости гранаты в верхней точке. Определить энергию взрыва гранаты, если на разрыв её на части затрачена половина энергии взрыва.

Решение

В верхней точке траектории скорость гранаты горизонтальна и равна

$$V = V_x = V_{0x} = V_0 \cos 45^\circ \approx 14 \text{ м/с.}$$



По закону импульса в верхней точке:

$$\vec{P} = \vec{P}' \Rightarrow \vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow P_2^2 = P^2 + P_1^2 = P^2 + \left(\frac{P}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}P^2$$

$$P_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}P; \quad \frac{m}{2}V_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}mV; \quad V_2 = \sqrt{5}V = 31,5 \text{ м/с.}$$

Можем найти угол, под которым полетел второй осколок:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{P_1}{P} = \frac{\frac{m}{2}V}{mV} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}.$$

Найдём энергию взрыва, которая перешла в энергию осколков:

$$\Delta W = W_1 + W_2 - W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{mv^2}{2} =$$

$$= \frac{mV^2}{4} + \frac{5mV^2}{4} - \frac{mV^2}{2} = mV^2;$$

Откуда энергия взрыва:

$$W_{\text{взр}} = 2\Delta W = 2mV^2 = 392 \text{ Дж.}$$

Ответ: 392 Дж.

Задача 3. В прочном, закрытом, теплоизолированном сосуде находится **32 г** кислорода и **2 г** водорода. После реакции образования водяного пара температура в сосуде возросла в **8 раз**. Как изменилось давление газа в сосуде. Конденсации пара нет, диссоциацию молекул не учитываем.

Решение

Для смеси идеальных газов до и после реакции получим:

$$PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 8 \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

$$\nu_{O_2} = \frac{32\text{г}}{32\text{г/моль}} = 1 \text{ моль}; \quad \nu_{H_2} = \frac{2\text{г}}{2\text{г/моль}} = 1 \text{ моль};$$

До реакции:

$$\nu_1 = \nu_{H_2} + \nu_{O_2} = 2 \text{ моля.}$$

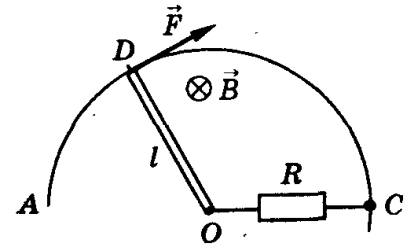
$$O_2 + 2H_2 = 2H_2O \Rightarrow \nu_2 = \nu_{O_2} + \nu_{H_2O} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \text{ моля.}$$

Откуда:

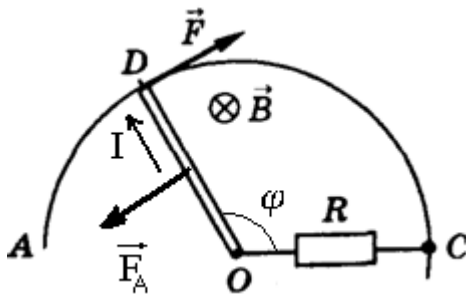
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 8 \frac{\nu_2}{\nu_1} = 8 \frac{3}{4} = 6$$

Ответ: увеличилось в 6 раз.

Задача 4. Проводник OD может скользить по дуге ADC радиусом L . Постоянное однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} перпендикулярно плоскости дуги. Какую силу нужно приложить в точке D, чтобы вращать его с постоянной угловой скоростью ω ? Сопротивление участка OC равно R . Сопротивление остальных проводников не учитывать.



Решение



При вращении проводника OD, будет изменяться поток магнитного поля через замкнутый контур ODC, следовательно, в нем возникает ЭДС индукции, абсолютная величина которой

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{BL^2}{2} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{BL^2\omega}{2}$$

(площадь сектора $S = R^2\varphi/2$)

Таким образом, в проводнике возникнет электрический ток, направление которого задает сила Лоренца. В магнитном поле на проводник с током действует сила Ампера:

$$F_A = IBL = \frac{\varepsilon}{R} BL = \frac{B^2 L^3 \omega}{2R}.$$

Вращение будет равномерным, если сумма моментов сил равна нулю.

$$F_A \frac{L}{2} - FL = 0,$$

$$F = \frac{F_A}{2} = \frac{B^2 L^3 \omega}{4R}.$$

Ответ: $F = \frac{B^2 L^3 \omega}{4R}.$

Задача 5. Электрическая цепь состоит из источника тока и реостата. ЭДС источника $\varepsilon = 12 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$. Сопротивление реостата можно изменять в пределах от 2 Ом до 5 Ом . Чему равна наибольшая мощность тока, выделяемая на реостате?

Решение

Мощность, выделяемая во внешней цепи, находится по формуле

$$P = IU = I(\mathcal{E} - Ir).$$

Корни уравнения $I(\mathcal{E} - Ir) = 0$:

$$I_1 = 0, I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r},$$

а максимум функции $P(I)$ достигается

при токе $I = \frac{\mathcal{E}}{2r} = 6\text{А}$, и равен:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = 36 \text{ (Вт)}.$$

$$P_{\max} = I^2 R = \left(\frac{\mathcal{E}}{2r}\right)^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

Откуда максимальная мощность будет при $R = r$.

С уменьшением сопротивления от 5 до 2 Ом ток растет – левая ветвь параболы, а наибольшая мощность на выделенном интервале сопротивления будет при $R = 2 \text{ Ом}$.

$$P(2) = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r + R)^2} = 32 \text{ Вт}.$$

Ответ: 32 Вт.

