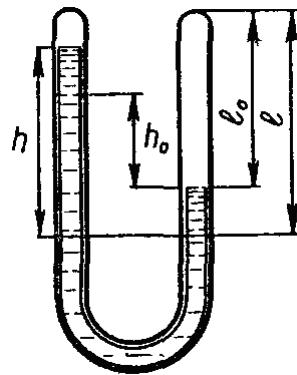


11 класс

11.1 U-образная трубка заполнена водой. Из одного колена трубы воздух удален; давление воздуха в другом колене при температуре $t = 20^\circ C$ равно атмосферному. Оба конца трубы запаяны. Разность между уровнями воды в коленах $h = 15 \text{ см}$. Какой будет разность уровней воды в коленах, если трубку нагреть до $100^\circ C$?

Решение

Давление в левом колене (см. рисунок) равно давлению насыщенного пара. В правом же колене находится как воздух, так и водяной пар, и давление равно сумме парциальных давлений воздуха и пара. Причем пар в правом колене тоже насыщен, и его парциальное давление равно давлению пара в левом колене.



Поэтому рассматривая равновесие воды, мы можем не учитывать давлений пара в левом и правом коленах.

Запишем условие равновесия воды в трубке при $t_0 = 20^\circ C$:

$$\rho g h_0 = p_0,$$

где p_0 – значение нормального атмосферного давления.

Поэтому

$$h_0 = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} = 10(\text{м}).$$

При температуре $100^\circ C$ давление воздуха в правом колене примет некоторое значение p , а разность уровней воды в коленах станет равной

$$h = \frac{p}{\rho g}.$$

Давления p и p_0 связаны между собой соотношением

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T}.$$

Так как

$$l - l_0 = \frac{1}{2}(h - h_0),$$

$$V_0 = l_0 S, V = l S,$$

(где S – площадь сечения трубки), то

$$p = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l} = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}(h - h_0)}.$$

Подставляя, получим:

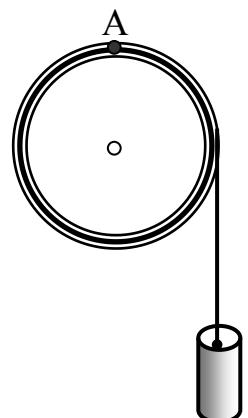
$$h = \frac{p_0}{\rho g} \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2} \Delta h} = h_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2} \Delta h}.$$

Если $\frac{1}{2} \Delta h \ll l_0$, то получим результат, мало отличающийся от точного:

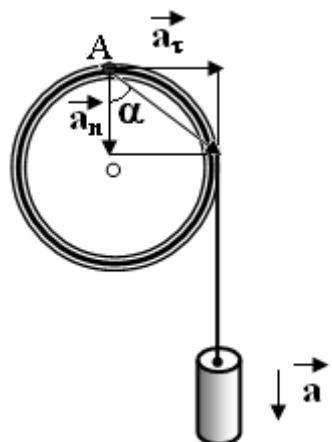
$$h = h_0 \frac{T}{T_0} = 13(\text{м}).$$

Ответ: $h = 13 \text{ м}$.

11.2 Надетый на горизонтально укрепленную ось вал радиусом $R = 20 \text{ см}$ можно привести во вращение гирей, привязанной к нерастяжимой веревке, которая постепенно сматывается с вала. Гирю отпускают, и она начинает опускаться с некоторым ускорением. Под каким углом к вертикали будет направлено полное ускорение верхней точки вала в тот момент, когда гиря переместится на 1 м ?



Решение



Перемещение гири по вертикали равно

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a},$$

где $V_0 = 0$ – начальная скорость.

Отсюда

$$V = \sqrt{2aS}.$$

Из рисунка следует, что

$$\tan \alpha = \frac{a_\tau}{a_n}.$$

Также из рисунка следует, что $a_\tau = a$.

Центростремительное ускорение равно

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{2aS}{R}.$$

Тогда

$$\tan \alpha = \frac{aR}{2aS} = \frac{R}{2S} = \frac{0,2}{2} = 0,1.$$

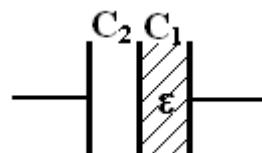
Отсюда

$$\alpha = \arctan 0,1 = 5,7^\circ.$$

Ответ: $\alpha = 5,7^\circ$.

11.3 Катушка индуктивностью $0,3 \text{ мГн}$ присоединена к лабораторному плоскому конденсатору с площадью пластин 50 см^2 . Расстояние между пластинами $6,5 \text{ мм}$. Какова диэлектрическая проницаемость однородной диэлектрической пленки толщиной $1,5 \text{ мм}$, полностью покрывающей одну из пластин конденсатора, если контур резонирует на волну длиной $88,5 \text{ м}$?

Решение



Длина волны, на которую настроен колебательный контур, равна

$$\lambda = cT = c2\pi\sqrt{LC},$$

где C – электрическая емкость конденсатора.

Т.к. конденсаторы C_1 и C_2 соединены параллельно, то

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Емкости конденсаторов равны

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d_1},$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1}.$$

Тогда

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\epsilon \epsilon_0 S} + \frac{d - d_1}{\epsilon_0 S} = \frac{\frac{d_1}{\epsilon} + d - d_1}{\epsilon_0 S}.$$

С другой стороны

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}.$$

Приравнивая, получим

$$\frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d_1}{\epsilon} + d - d_1}.$$

Отсюда

$$\epsilon = \frac{d_1}{\frac{4\pi^2 c^2 L \epsilon_0 S}{\lambda^2} - d + d_1} = 1,5.$$

Ответ: $\epsilon = 1,5$.

11.4 Имеются четыре тонкие проволочные спирали, каждая из которых рассчитана на мощность не более $2Bm$. Сопротивление спиралей $10, 20, 30$ и 40Ω . Как из этих спиралей составить нагреватель, в котором источник с ЭДС $\epsilon = 20V$ и внутренним сопротивлением $r = 5 \Omega$ будет развивать наибольшую мощность.

Решение

Мощность P нагревателя с сопротивлением R определяется формулой

$$P = I^2 R = \frac{\epsilon^2}{(R+r)^2} R,$$

где ϵ – ЭДС источника,

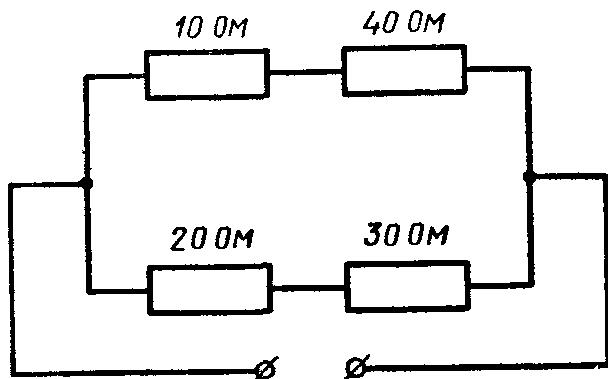
r – его внутреннее сопротивление.

Для нахождения максимума мощности нужно взять производную от P по R и затем, приравняв ее к нулю, определить нужное значение сопротивления нагревателя.

Мощность будет максимальна при

$$R = r.$$

Таким образом, рассматриваемый нагреватель будет иметь максимальную мощность, если его сопротивление сделать близким или равным 25 Ом . Для этого спирали нужно соединить так, как показано на рисунке.



Нетрудно убедиться, что мощность каждой спирали при этом не будет превышать 2Вт .

11.5 Двое путников идут один за другим вдоль железнодорожного полотна. Поезд нагоняет человека, идущего сзади, и проходит мимо него за 10 секунд. 20 минут спустя поезд догоняет второго путника и проходит мимо него за 9 секунд.

Через сколько времени после того, как поезд перегнал второго путника, первый пешеход догонит второго? Все скорости считайте постоянными.

Решение

Предположим, что поезд неподвижен, а путники движутся мимо него. Тогда второй путник промчится мимо поезда за 9 секунд, а первый – за 10 секунд. Иначе говоря, за каждые 9 секунд движения второй путник выигрывает у первого 1 секунду. Из условия задачи следует, второй путник миновал поезд через 20 минут 9 секунд (или 1209 секунд) после первого. Следовательно, чтобы догнать первого, он должен затратить времени в 9 раз больше: $1209 \times 9 = 10881$ секунду (3 часа 1 минуту 21 секунду).

Ответ: через 10881 секунду (3 часа 1 минуту 21 секунду).