

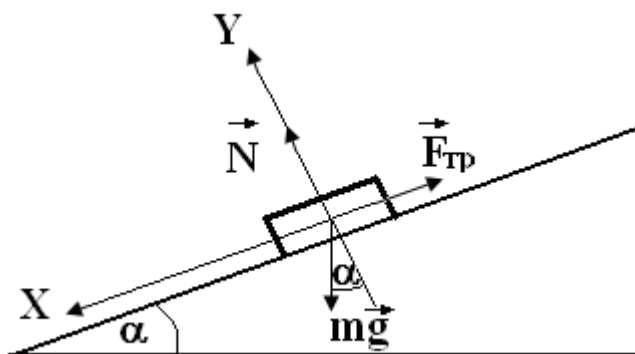
11 класс

11.1 Автомобиль при полностью включенных тормозах (колеса не вращаются) может удержаться на участке горной дороги с наклоном до $\alpha = 30^\circ$. Каков тормозной путь S этого автомобиля на горизонтальном участке той же дороги при скорости $v = 72 \text{ км/ч}$?

Решение

Так как автомобиль покоится, то по второму закону Ньютона получим:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a} = 0.$$



Данное равенство в проекциях на выбранные координатные оси:

$$X : mg \sin \alpha = F_{mp},$$

$$Y : N = mg \cos \alpha.$$

По определению

$$F_{mp} = \mu N = \mu mg \cos \alpha,$$

где μ – коэффициент трения.

Подставляя и выражая коэффициент трения, получим:

$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha,$$

$$\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

При торможении на горизонтальном участке сила трения равна

$$F_{mp} = \mu N = \mu mg.$$

При этом сила трения совершает работу

$$A_{mp} = F_{mp} S = \mu mg S,$$

равную изменению кинетической энергии автомобиля

$$\Delta W_k = \frac{mV^2}{2}.$$

Отсюда

$$S = \frac{V^2}{2\mu g} = \frac{V^2}{2g \operatorname{tg} \alpha} = 35(\text{м}).$$

Ответ: $S = 35 \text{ м}$.

11.2 В цилиндре под поршнем площадью $S = 100 \text{ см}^2$ и массой $m_1 = 50 \text{ кг}$ находится воздух при температуре $t_1 = 7^\circ \text{C}$. Поршень находится на высоте $h_1 = 60 \text{ см}$ от дна цилиндра. Воздух в цилиндре нагревают до $t_2 = 47^\circ \text{C}$, а на поршень ставят гирю массой $m_2 = 50 \text{ кг}$. На сколько опустится или поднимется поршень? Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$, трением поршня о стенки цилиндра можно пренебречь.

Решение

Запишем условие равновесия поршня в начальном и конечном положениях:

$$\begin{aligned} m_1 g + p_0 S &= p_1 S, \\ m_1 g + m_2 g + p_0 S &= p_2 S. \end{aligned}$$

Здесь p_1 и p_2 – начальное и конечное давления воздуха в цилиндре. Эти величины связаны между собой уравнением Клапейрона:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Здесь

$V_1 = Sh_1$ и $V_2 = S(h_1 + x)$ – соответственно начальный и конечный объем воздуха в цилиндре,

x – перемещение поршня.

Отсюда

$$x = h_1 \left(-1 + \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{m_1 g + p_0 S}{m_1 g + m_2 g + p_0 S} \right) = -19 (\text{см}).$$

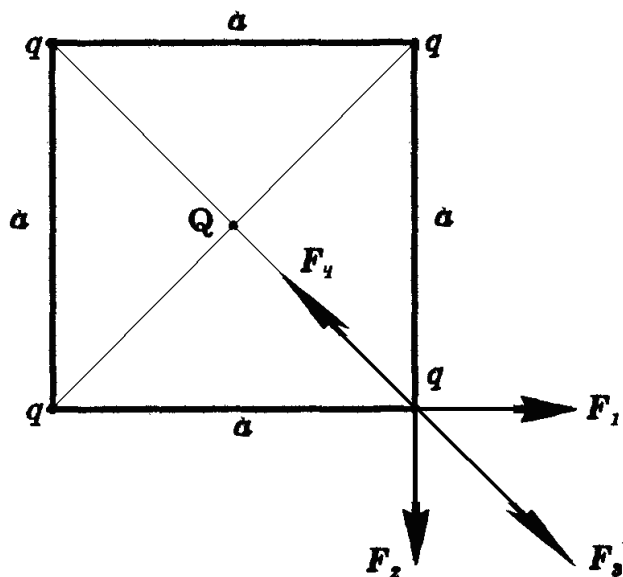
Таким образом, поршень опустится на 19 см.

Ответ: Поршень опустится на 19 см.

11.3 В вершинах квадрата находятся четыре одинаковых одноименных заряда q . Какой заряд Q нужно поместить в центр квадрата, чтобы система находилась в равновесии? Укажите знак заряда Q , при котором равновесие будет устойчивым.

Решение. Очевидно, заряды q и Q должны быть разноименными. Для равновесия достаточно, чтобы равнялась нулю равнодействующая сил, приложенных к одному из зарядов q :

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0.$$



По закону Кулона

$$\left. \begin{aligned} F_1 = F_2 &= k \frac{q^2}{a^2}, \\ F_3 &= k \frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{q^2}{2a^2}, \\ F_4 &= k \frac{qQ}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = k \frac{2qQ}{a^2}. \end{aligned} \right\}$$

Проецируя условие равновесия на диагональ квадрата, получим

$$\left. \begin{aligned} F_4 &= 2F_1 \cos 45^\circ + F_3 \\ \text{или} \\ k \frac{2qQ}{a^2} &= 2k \frac{q^2}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} + k \frac{q^2}{2a^2} \end{aligned} \right\}$$

Отсюда

$$Q = -\frac{q}{4}(2\sqrt{2} + 1).$$

Ответ: $Q = -\frac{q}{4}(2\sqrt{2} + 1).$

11.4 Батарея аккумуляторов замкнута на лампу. При этом напряжение на зажимах батареи $U_1 = 20 \text{ В}$. При параллельном подключении еще одной такой же лампы напряжение падает до $U_2 = 15 \text{ В}$. Определите сопротивление каждой лампы. Считайте, что сопротивление лампы не зависит от ее накала. Внутренне сопротивление батареи $r = 1 \text{ Ом}$.

Решение

В первом случае согласно закону Ома

$$U_1 = I_1 R = \frac{\varepsilon R}{R + r}.$$

Во втором случае полное сопротивление всей цепи равно $R/2$, так что

$$U_2 = \frac{\varepsilon \frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + r} = \frac{\varepsilon R}{R + 2r}.$$

Отсюда

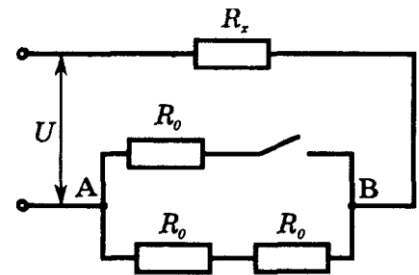
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R + 2r}{R + r}$$

и

$$R = r \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} = 2(\text{Ом}).$$

Ответ: 2 Ом.

11.5 На участке AB в цепи (см. рисунок) выделяется одинаковая мощность при разомкнутом и замкнутом ключе. Определите сопротивление R_x , если $R_0 = 20 \text{ Ом}$. Напряжение U считайте неизменным.



Решение

Сопротивление участка AB при разомкнутом ключе

$$R_{AB1} = 2R_0,$$

при замкнутом ключе

$$R_{AB2} = \frac{2}{3} R_0.$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{U}{R_x + R_{AB}}.$$

Мощность на участке AB равна

$$P_{AB} = I^2 R_{AB} = \frac{U^2 R_{AB}}{(R_x + R_{AB})^2}.$$

Из условия постоянства мощности получаем

$$\frac{2R_0}{(R_x + 2R_0)^2} = \frac{\frac{2}{3}R_0}{\left(R_x + \frac{2}{3}R_0\right)^2}.$$

Отсюда

$$R_x + 2R_0 = \sqrt{3} \left(R_x + \frac{2}{3}R_0 \right),$$

значит

$$R_x = \frac{2R_0}{\sqrt{3}} = 23(\text{Ом}).$$

Ответ: 23 Ом.