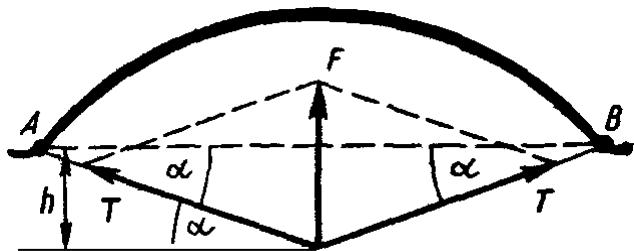


10 класс

10.1 Оцените, на какую высоту поднимется стрела, пущенная из лука вертикально вверх. Масса стрелы $m = 20 \text{ г}$, длина тетивы $l = 1 \text{ м}$. Тетиву натягивают на $h_0 = 5 \text{ см}$. Силу упругости натяжения тетивы считайте постоянной и равной 250 Н .

Решение



Энергия, приобретаемая стрелой при выстреле, равна работе силы, действующей на стрелу со стороны тетивы. Эту силу можно найти как равнодействующую сил упругости обеих половин тетивы (см. рисунок). Если угол, образуемый тетивой в точках A и B с линией AB , обозначить через α , то нетрудно найти, что

$$F = 2T \sin \alpha.$$

Т.к. тетиву оттягивают на расстояние, малое по сравнению с ее длиной, то угол α мал. Поэтому $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ и

$$F = 2T\alpha.$$

Поскольку

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l/2},$$

то

$$F = 4T \frac{h}{l}.$$

Итак, сила, действующая на стрелу, пропорциональна прогибу h . Поэтому работа этой силы равна среднему арифметическому значению силы, умноженному на h_0 :

$$A = F_{cp} h_0 = 2T \frac{h_0^2}{l}.$$

Но работа A равна кинетической энергии, приобретенной стрелой при выстреле. Эта же энергия должна быть равна потенциальной энергии стрелы в верхней точке подъема. Следовательно,

$$mgH = 2T \frac{h_0^2}{l}.$$

Отсюда

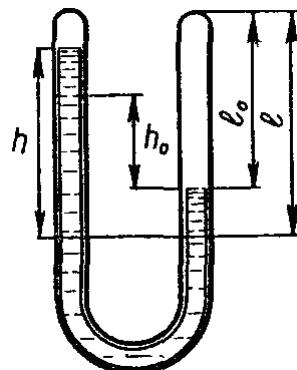
$$H = \frac{2Th_0^2}{lmg} = \frac{2 \cdot 250 \cdot 0,05^2}{1 \cdot 0,02 \cdot 10} \approx 6,25(m)$$

Ответ: $H \approx 6,25 \text{ м.}$

10.2 U-образная трубка заполнена водой. Из одного колена трубы воздух удален; давление воздуха в другом колене при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ равно атмосферному. Оба конца трубы запаяны. Разность между уровнями воды в коленях $h = 15 \text{ см}$. Какой будет разность уровней воды в коленях, если трубку нагреть до 100°C ?

Решение

Давление в левом колене (см. рисунок) равно давлению насыщенного пара. В правом же колене находится как воздух, так и водяной пар, и давление равно сумме парциальных давлений воздуха и пара. Причем пар в правом колене тоже насыщен, и его парциальное давление равно давлению пара в левом колене.



Поэтому рассматривая равновесие воды, мы можем не учитывать давлений пара в левом и правом коленях.

Запишем условие равновесия воды в трубке при $t_0 = 20^\circ\text{C}$:

$$\rho gh_0 = p_0,$$

где p_0 – значение нормального атмосферного давления.

Поэтому

$$h_0 = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} = 10(m).$$

При температуре 100°C давление воздуха в правом колене примет некоторое значение p , а разность уровней воды в коленях станет равной

$$h = \frac{p}{\rho g}.$$

Давления p и p_0 связаны между собой соотношением

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T}.$$

Так как

$$l - l_0 = \frac{1}{2}(h - h_0),$$

$$V_0 = l_0 S, V = l S,$$

(где S – площадь сечения трубки), то

$$p = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l} = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}(h - h_0)}.$$

Подставляя, получим:

$$h = \frac{p_0}{\rho g} \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2} \Delta h} = h_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2} \Delta h}.$$

Если $\frac{1}{2} \Delta h \ll l_0$, то получим результат, мало отличающийся от точного:

$$h = h_0 \frac{T}{T_0} = 13(m).$$

Ответ: $h = 13 \text{ м.}$

10.3 Оцените мощность двигателя, необходимую для поддержания в воздухе вертолета массой $m = 500 \text{ кг}$, если лопасти пропеллера имеют длину $l = 3 \text{ м.}$

Считайте, что весь воздух под вращающимися лопастями движется однородным потоком вниз.

Решение

При равновесии вертолета сила тяжести уравновешивается силой \vec{F} , действующей на вертолет со стороны отбрасываемого лопастями воздуха:

$$\vec{F} = -m\vec{g}.$$

По третьему закону Ньютона сила \vec{F} равна по модулю силе \vec{F}_1 , действующей на воздух. Если лопастями винта в единицу времени отбрасывается масса воздуха μ со скоростью V , то

$$\vec{F}_1 = \mu \vec{V}.$$

и, следовательно,

$$m\vec{g} = \mu\vec{V}.$$

Если плотность воздуха равна ρ , то

$$\mu = \rho SV = \rho\pi l^2 V,$$

где S – площадь сечения отбрасываемого воздушного потока.

Поэтому

$$mg = \rho\pi l^2 V^2.$$

Мощность же двигателя равна кинетической энергии, приобретаемой воздухом, который отбрасывается в единицу времени:

$$N = \frac{\mu V^2}{2} = \frac{mgV}{2}.$$

Из предыдущего равенства следует, что

$$V = \sqrt{\frac{mg}{\rho\pi l^2}}.$$

Следовательно,

$$N = \frac{mg}{2l} \sqrt{\frac{mg}{\pi\rho}}.$$

Плотность воздуха можно найти из уравнения газового состояния

$$\rho = \frac{pM}{RT},$$

где M – молярная масса.

Поэтому

$$N = \frac{mg}{2l} \sqrt{\frac{mgRT}{\pi pM}}.$$

Принимая, что: $T = 300K$, $p = 10^5 Pa$, $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, получим:

$$N = 1,5 \cdot 10^4 Bm.$$

Ответ: $N = 1,5 \cdot 10^4 Bm$.

10.4 Двое путников идут один за другим вдоль железнодорожного полотна. Поезд нагоняет человека, идущего сзади, и проходит мимо него за 10 секунд. 20 минут спустя поезд догоняет второго путника и проходит мимо него за 9 секунд.

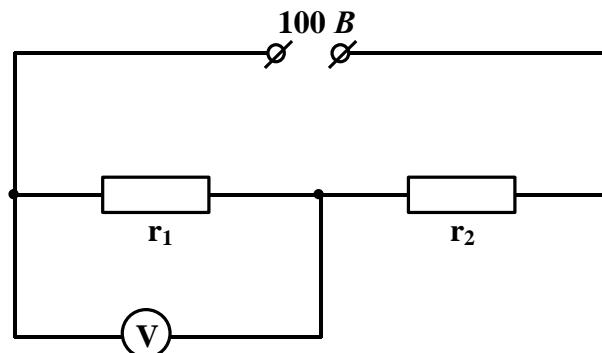
Через сколько времени после того, как поезд перегнал второго путника, первый пешеход догонит второго? Все скорости считайте постоянными.

Решение

Предположим, что поезд неподвижен, а путники движутся мимо него. Тогда второй путник промчится мимо поезда за 9 секунд, а первый – за 10 секунд. Иначе говоря, за каждые 9 секунд движения второй путник выигрывает у первого 1 секунду. Из условия задачи следует, второй путник миновал поезд через 20 минут 9 секунд (или 1209 секунд) после первого. Следовательно, чтобы догнать первого, он должен затратить времени в 9 раз больше: $1209 \times 9 = 10881$ секунду (3 часа 1 минуту 21 секунду).

Ответ: через 10881 секунду (3 часа 1 минуту 21 секунду).

10.5 Электрическая цепь собрана по схеме, приведенной на рисунке. Вольтметр, включенный параллельно резистору с сопротивлением $r_1 = 0,4 \text{ Ом}$, показывает напряжение $U_1 = 34,8 \text{ В}$. Напряжение на зажимах источника тока поддерживается постоянным и равным 100 В . Найдите отношение силы тока, идущего через вольтметр, к силе тока, идущего через резистор с сопротивлением $r_2 = 0,6 \text{ Ом}$.



Решение

Напряжение U_2 на резисторе с сопротивлением r_2 равно $(U - U_1)$, а сила тока, идущего через этот резистор, определяется по закону Ома:

$$I_2 = \frac{U - U_1}{r_2}.$$

Но

$$I_2 = I_1 + I_V,$$

где I_1 – сила тока, идущего через резистор с сопротивлением r_1 ,

I_V – сила тока, идущего через вольтметр.

Т.к.

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1},$$

то

$$I_V = I_2 - \frac{U_1}{r_1}.$$

Откуда

$$\frac{I_V}{I_2} = 1 - \frac{U_1}{I_2 r_1} = 1 - \frac{U_1 r_2}{(U - U_1) r_1} \approx 0,004.$$

Ответ: $\frac{I_V}{I_2} \approx 0,004.$