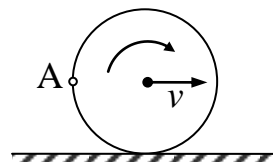


10 класс

Задача №1. С какой скоростью v должен ехать автомобиль, чтобы, сорвавшийся с его колеса в точке А камешек (см. рисунок), попал в ту же точку колеса, от которой он оторвался? Радиус колеса $R = 20$ см.



Решение

Задачу естественно решать в системе отсчета, связанной с автомобилем, где точки обода колеса движутся по окружности со скоростью v . В этой системе камешек начнет двигаться *вертикально вверх* именно с такой скоростью. За полное время его полета $t = \frac{2v}{g}$ колесо должно

совершить целое число N оборотов, т.е. $t = N \cdot \frac{2\pi R}{v}$. Отсюда

$v = \sqrt{N \cdot \pi g R} = 2,5 \text{ м/с} \cdot \sqrt{N}$. Подходящих значений скорости довольно много. Даже при $N = 100$ получаем вполне реальное значение скорости (около 90 км/ч).

Ответ: $v = \sqrt{N \cdot \pi g R}$.

Задача №2. На гладком столе находится наклонная плоскость с углом при основании 60° , а по ней скатывается брусок. Определить ускорение, с которым плоскость будет скользить по столу, если ее масса и масса бруска одинаковы, а трение везде отсутствует.

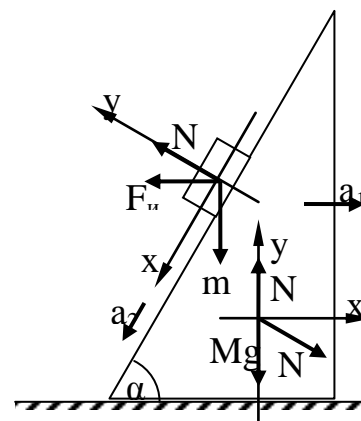
Решение

См. рисунок.

Брусок движется в неинерциальной системе отсчета, связанной с наклонной плоскостью, поэтому к реальным силам, действующим на брусок, добавим фиктивную силу инерции $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_1$ и применим к бруску и наклонной плоскости II закон Ньютона

$$\begin{cases} \vec{F}_{\text{ин}} + m\vec{g} + \vec{N}_2 = m\vec{a}_2 \\ \vec{N}_1 + M\vec{g} + \vec{N}_2 = M\vec{a}_1 \end{cases}$$

В проекциях на свои оси координат



$$\begin{cases} ma_1 \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma_2 \\ N_2 - mg \cos \alpha + ma_1 \sin \alpha = 0 \\ N_2 \sin \alpha = Ma_1 \\ N_1 - Mg - N_2 \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Из второго уравнения выражаем N_2 и подставляем в третье уравнение. После преобразований имеем

$$a_1 = \frac{mg \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)}.$$

Подставляя $\alpha = 60^\circ$ и $m = M$, получаем $a_1 = \frac{g\sqrt{3}}{7} \approx 2,5 \text{ м/с}^2$

Ответ: $\approx 2,5 \text{ м/с}^2$.

Задача №3. Снаряд, выпущенный вертикально вверх в точке максимального подъема разорвался на два равных осколка. Оба осколка упали на Землю вблизи точки выстрела с интервалом в 10 секунд. Определить скорости осколков сразу после взрыва. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Так как в точке максимального подъема снаряд имел нулевую скорость и разорвался он на два равных осколка, то скорости осколков после разрыва одинаковы и один из них полетел вертикально вниз, а второй вертикально вверх, так как упали они вблизи точки выстрела. Сопротивления воздуха нет, поэтому время подъема второго осколка равно времени опускания до точки разрыва, а его скорость направлена вниз и равна скорости первого осколка. Поэтому 10 с это время движения второго осколка вверх и вниз до точки разрыва.

$$V = V_0 - gt = 0 \Rightarrow V_0 = gt = 10 \cdot 5 = 50 (\text{м/с}).$$

Ответ: 50 м/с.

Задача №4. В прочном, закрытом, теплоизолированном сосуде объемом 4 кубометра, находится 32 г. кислорода и 2 г. водорода при температуре 10°C . После реакции образования водяного пара температура в сосуде возросла в 2 раз. Как изменилось давление газа в сосуде?

Решение

$$PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 10 \frac{\nu_2}{\nu_1},$$

$$\nu_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{\mu_{O_2}} = \frac{32\text{г}}{32\text{г/моль}} = 1 \text{ моль}, \quad \nu_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}} = \frac{2\text{г}}{2\text{г/моль}} = 1 \text{ моль}.$$

$$\nu_1 = \nu_{H_2} + \nu_{O_2} = 2 \text{ моля}.$$

$$O_2 + 2H_2 = 2H_2O \Rightarrow \nu_2 = \nu_{O_2} + \nu_{H_2O} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \text{ моля}.$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\nu_2 RT_2}{V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} = 2 \frac{\nu_2}{\nu_1} = 2 \frac{3}{2} = 3.$$

Но это не все. Нужно проверить, не произошла ли конденсация пара. Сначала найдем начальное давление смеси газов в сосуде:

$$P_1 = P_{O_2} + P_{H_2} = \frac{\nu_{O_2} RT}{V} + \frac{\nu_{H_2} RT}{V} = (\nu_{O_2} + \nu_{H_2}) \frac{RT}{V} = 2 \frac{8,31 \cdot 283}{4} = 1176 \text{ Па}.$$
$$P_2 = 3P_1 = 3528 \text{ Па}.$$

Но давление насыщенного водяного пара при температуре 20 °С равно 2328 Па. А это значит, что после реакции давление смеси не поднимется до 3528 Па, при давлении 2328 Па водяной пар начинает конденсироваться, и давление повышаться не будет.

Ответ: 2328 Па.

Задача №5. Конденсатор емкостью C заряжается от источника постоянного тока электродвижущей силой \mathcal{E} через резистор сопротивлением R . Определить количество теплоты, которое выделится на резисторе за время зарядки конденсатора. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение

Закон сохранения энергии $A = W + Q$. Работа сторонних сил источника $A = q\mathcal{E}$, энергия конденсатора $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{(C\mathcal{E})\mathcal{E}}{2} = \frac{q\mathcal{E}}{2}$.

После полной зарядки конденсатора тока в цепи нет, напряжение на резисторе не падает, поэтому напряжение на конденсаторе равно его ЭДС. А количество выделившегося тепла будет равно:

$$Q = A - W = q\varepsilon - \frac{q\varepsilon}{2} = \frac{q\varepsilon}{2} = W = \frac{C\varepsilon^2}{2}$$

Ответ: $\frac{C\varepsilon^2}{2}$.