

10 класс

10.1 Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Когда оно достигло высшей точки траектории, из той же начальной точки с той же начальной скоростью брошено вверх другое тело. На какой высоте h они встретятся?

Решение

Используя известную формулу равноускоренного движения

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}$$

и учитывая, что в верхней точке $v = 0$, получаем

$$h_{max} = \frac{V_0^2}{2g}.$$

Если отсчитывать время от момента бросания второго тела, то уравнения движения тел следует записать в виде:

$$h_1 = h_{max} - \frac{gt^2}{2}; \quad h_2 = V_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Приравнивая $h_1 = h_2 = h$ (в момент встречи), получаем

$$t = \frac{h_{max}}{V_0} = \frac{V_0}{2g}; \quad h = \frac{3}{8} \frac{V_0^2}{g}.$$

Ответ: $h = \frac{3}{8} \frac{V_0^2}{g}$.

10.2 На тележке установлен штатив, на котором подвешен шарик на нити. Тележка движется горизонтально с ускорением a . Найдите угол α отклонения нити от вертикали и силу T натяжения нити.

Решение

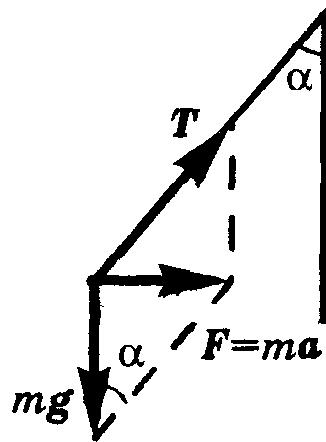
На шарик действуют две силы: сила тяжести mg и натяжение T нити (см. рисунок).

Их равнодействующая F сообщает шарику такое же ускорение, какое имеет тележка, т.е.

$$F = ma.$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}.$$



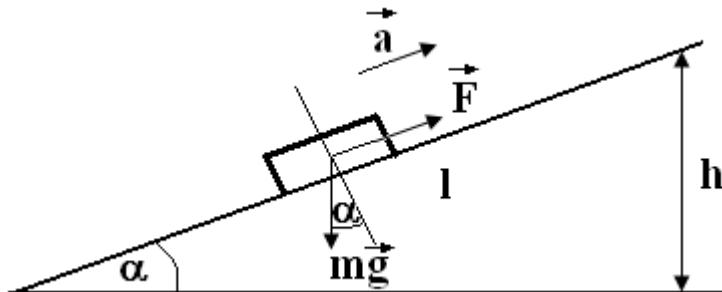
Величину силы T находим из теоремы Пифагора:

$$T = m\sqrt{g^2 + a^2}.$$

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$, $T = m\sqrt{g^2 + a^2}$.

10.3 Санки массой $m = 20 \text{ кг}$ поднимают по гладкому склону на высоту $h = 2,5 \text{ м}$, прикладывая силу $F = 300 \text{ Н}$, направленную вдоль склона. Санки движутся с ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$. Какая работа A совершается при подъеме? Чему равно изменение потенциальной энергии ΔW_p санок? Чему равна кинетическая энергия W_k санок на вершине?

Решение



Изменение потенциальной энергии санок будет равно

$$\Delta W_p = mgh = 490(\text{Дж}).$$

По второму закону Ньютона получим:

$$ma = F - mg \sin \alpha.$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \frac{F - ma}{mg}.$$

По формулам равноускоренного движения:

$$l = \frac{at^2}{2}; \quad V = at.$$

Отсюда

$$V^2 = 2al.$$

Из рисунка видно, что

$$l = \frac{h}{\sin \alpha}.$$

Подставляя, получим

$$V^2 = \frac{2ahmg}{F - ma}.$$

Тогда кинетическая энергия санок на вершине

$$W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{m^2 gha}{F - ma} = 122,5(\text{Дж}).$$

По закону сохранения энергии

$$A = W_k + \Delta W_p = 122,5 + 490 = 612,5(\text{Дж}).$$

Ответ: $\Delta W_p = 490 \text{ Дж}$, $W_k = 122,5 \text{ Дж}$, $A = 612,5 \text{ Дж}$.

10.4 Озеро со средней глубиной $h = 5 \text{ м}$ и площадью $S = 4 \text{ км}^2$ «посолили», бросив кристаллик поваренной соли $NaCl$ массой $m = 10 \text{ мг}$. Спустя длительное время из озера зачерпнули стакан воды объемом $V = 200 \text{ см}^3$. Сколько ионов натрия оказалось в этом стакане?

Решение

Общее количество ионов натрия в кристаллике соли

$$N_0 = N_A \frac{m}{\mu},$$

где μ – молярная масса $NaCl$.

За длительное время ионы натрия равномерно распределяются по всему объему озера, равному hS . Значит концентрация ионов в стакане и в озере одинакова:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_0}{hS},$$

где N – искомое количество ионов в стакане.

Отсюда

$$N = N_0 \frac{V}{hS} = \frac{mVN_A}{\mu hS} = 10^9.$$

Ответ: $N = 10^9$.

10.5 В цилиндре под поршнем площадью $S = 100 \text{ см}^2$ и массой $m_1 = 50 \text{ кг}$ находится воздух при температуре $t_1 = 7^\circ\text{C}$. Поршень находится на высоте $h_1 = 60 \text{ см}$ от дна цилиндра. Воздух в цилиндре нагревают до $t_2 = 47^\circ\text{C}$, а на поршень ставят гирю массой $m_2 = 50 \text{ кг}$. На сколько опустится или поднимется поршень? Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$, трением поршня о стенки цилиндра можно пренебречь.

Решение

Запишем условие равновесия поршня в начальном и конечном положениях:

$$\begin{aligned} m_1g + p_0S &= p_1S, \\ m_1g + m_2g + p_0S &= p_2S. \end{aligned}$$

Здесь p_1 и p_2 – начальное и конечное давления воздуха в цилиндре. Эти величины связаны между собой уравнением Клапейрона:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}.$$

Здесь

$V_1 = Sh_1$ и $V_2 = S(h_1 + x)$ – соответственно начальный и конечный объем воздуха в цилиндре,

x – перемещение поршня.

Отсюда

$$x = h_1 \left(-1 + \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{m_1g + p_0S}{m_1g + m_2g + p_0S} \right) = -19(\text{см}).$$

Таким образом, поршень опустится на 19 см.

Ответ: Поршень опустится на 19 см.